



Комптоновский источник МИФИ

С.М. Полозов,

В.С. Дюбков, В.И. Рашиков, М.В. Лалаян
Кафедра № 14 “Электрофизических установок”

А.А. Тищенко,

Д.Ю. Сергеева, А.П. Потылицын,

А.А. Савченко, Д.В. Гавриленко

Международная исследовательская лаборатория № 423
“Излучение заряженных частиц”

П.В. Борисюк, А.П. Менушенков, И.А. Руднев, С.М. Климентов



Комптоновский источник МИФИ

С.М. Полозов,

В.С. Дюбков, В.И. Ращиков, М.В. Лалаян
Кафедра № 14 “Электрофизических установок”

Установка в
целом,
ускоритель

А.А. Тищенко,

Д.Ю. Сергеева, А.П. Потылицын,

А.А. Савченко, Д.В. Гавриленко

Международная исследовательская лаборатория № 423
“Излучение заряженных частиц”

Генерация
X-rays и ТГц,
диагностика,
R@D

П.В. Борисюк, А.П. Менушков, И.А. Руднев, С.М. Климентов

Рабочие
станции,
применения

Мотивация

	X-ray tube	Synchrotron
Average spectral brightness $\text{s}^{-1}\text{mm}^{-2}\text{mrad}^{-2}0,1\%$	$<10^8$	$10^{16}-10^{21}$
Divergence, mrad	4π	<0.1
Size, m	0,1–1	20–1000
Price, $10^6\$$	$10^{-4}-10^{-1}$	100–1000

Рентгеновские
трубки

?

Синхротрон,
XFEL

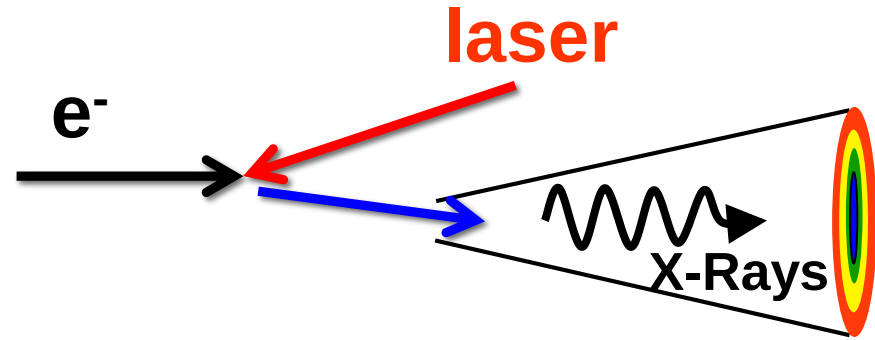


Мотивация

Томсоновское/комптоновское обратное рассеяние

$$E_{\max} = 4g^2 E_{ph},$$

$$g = E_e / mc^2 \gg 1$$



$$E_{ph} = 1 \text{ эВ}, E_e = 50 - 59 \text{ МэВ}, \gamma = 100 - 118 \Rightarrow E = 40 - 50 \text{ кэВ}$$

Лазер-оптический; нелинейный кристалл, преобразование в УФ? -> жестче рентген

Рентгеновские
трубки

Электронно-
лазерный
источник

Синхротрон,
XFEL



Мотивация

Разрабатываются:

ИКИ МИФИ;

LEXG ФИАН/
НИИЯФ МГУ

Lumitron
Technologies

Design	Status	Type	E_x (keV)	Ph/s	Brightness, Ph/s $\text{mm}^{-2}\text{mrad}^{-2}$ 0,1% BW	σ_y (μm)
MuCLS	e	SR	15 - 35	10^{10}	10^9	42
Lyncean	e	SR	10 - 20	10^{11}	10^{11}	45
TTX	e	SR	20 - 80	10^{12}	10^{10}	50
BriXS	f	Linac (SC)	83 - 88	10^{13}	10^{13}	14
ThomX	e	SR	20 - 90	10^{13}	10^{11}	70
KEK	e	Linac (SC)	35	10^{13}	10^{11}	10
ASU (MIT)	f	Linac	12	10^{13}	10^{12}	2
ODU CLS	f/e	Linac (SC)	1.2 - 12	10^{13}	10^{14}	3

Теор.
максимум
среднего
числа
фотонов

10^{14} ph/s

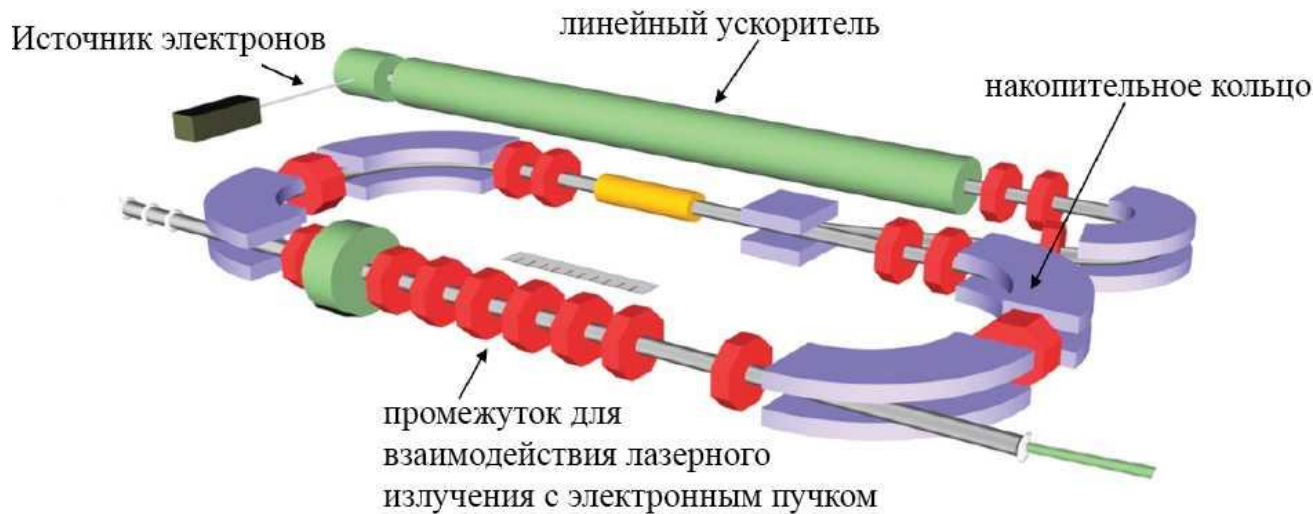
W.S. Graves
et al., NIM A
(2009)

K. E. Deitrick et al., Phys. Rev. A B (2018)

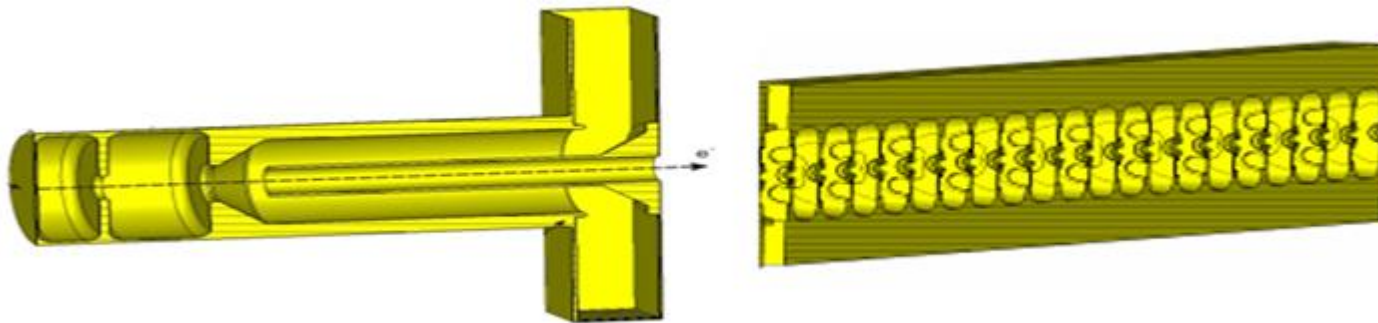
e - existing design
f - funded design

ангиография - 10^{12} ph/ms - 10^{15} ph/s – не хватает порядка!

Схема комплекса



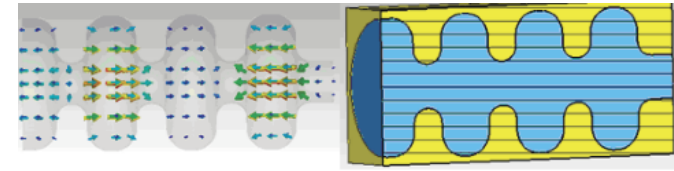
Линейный ускоритель



Фотопушка и регулярная секция на стоячей волне + модуль диагностики пучка, напряженность поля в фотопушке составляет 600 кВ/см, в регулярной секции БУС – 100-450 кВ/см. Энергия на выходе 20-57 МэВ при питании от одного клистрона мощностью 25 МВт производства НПП «Исток», спектр $\sim 0,1\%$ (4RMS), поперечный эмиттанс пучка около 75 нм·рад, заряд электронного сгустка 250-400 пКл, частота повторения импульсов до 100 Гц

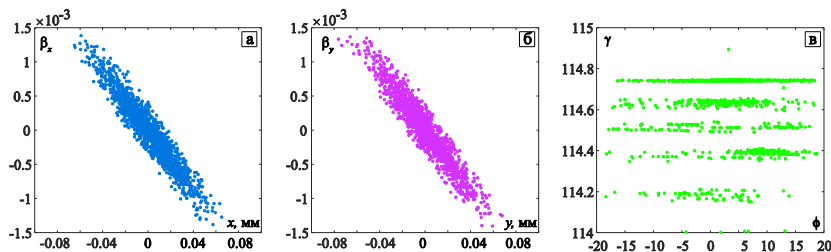
Параметры фотопушки

Параметр	Значение
Длина волны, см	10.0
Вид колебаний	π
Число ускоряющих ячеек	4 (3.6)
Длина секции, см	45
Амплитуда ускоряющего поля, кВ/см	600
Энергия пучка, МэВ	10
Шунтовое сопротивление, МОм	35
Собственная добротность	16000
Коэффициент токопрохождения, %	> 93
Продольные потери частиц, %	< 7

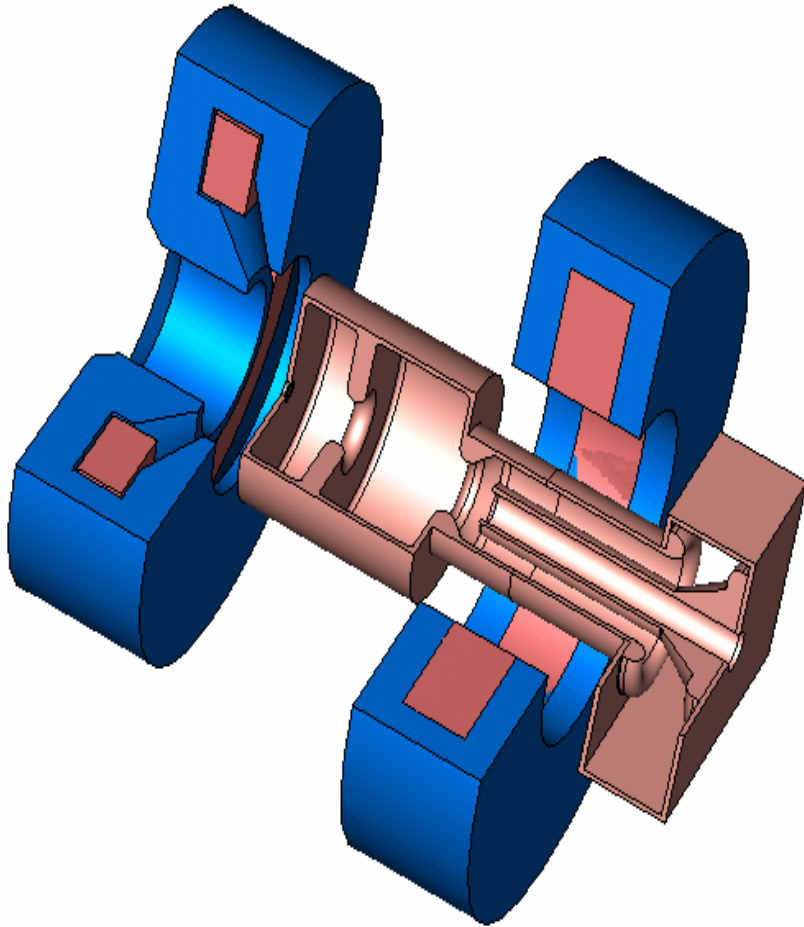


Параметры БУС

Параметр	Значение
Длина волны, см	10.0
Вид колебаний	$\pi/2$
Число ускоряющих ячеек	40
Длина секции, см	210
Амплитуда ускоряющего поля, кВ/см	100-440
Энергия инъекции, МэВ	9.6
Выходная энергия, МэВ	20-60
Шунтовое сопротивление, Мом/м	95
Коэффициент токопрохождения, %	100
Энергетический спектр на выходе, %	0.45-0.30
Поперечный эмиттанс, нм·рад	< 100



> 1 нКл/1 пс (пример PITZ или EuroXFEL)



PITZ = Photo Injector
Test facility at DESY,
Zeuthen site

RFgun: L-band (1.3 GHz) nc (copper)
standing wave 1½-cell cavity

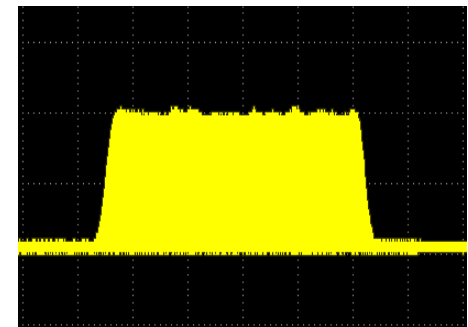
Peak rf power: up to 7MW

E_z @cathode: > 60MV/m

Photo cathode (Cs₂Te) QE~0.5-20%

Bunch charge up to 5nC

Cathode laser 257nm ~20ps (FWHM)

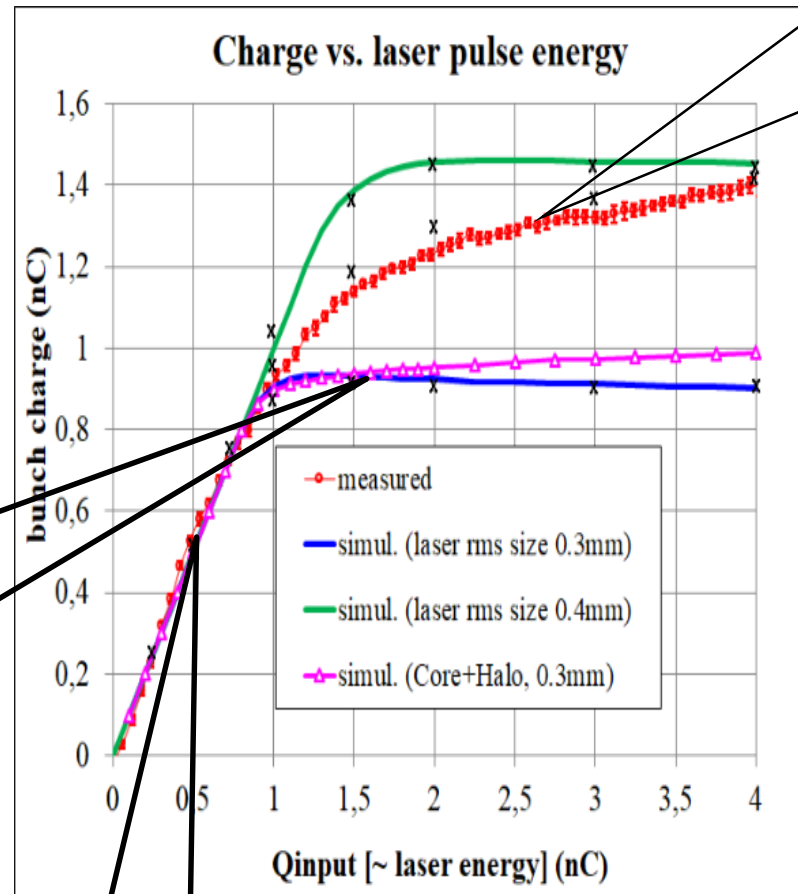


Эмиссионные кривые

Typical characteristic measurement at a photo injector: emission curve – accelerated bunch charge as a function of the photocathode laser pulse energy (~input charge at the cathode)

Saturation due to the space charge-limited emission → charge losses at the photocathode due to a partial virtual cathode formation during emission process

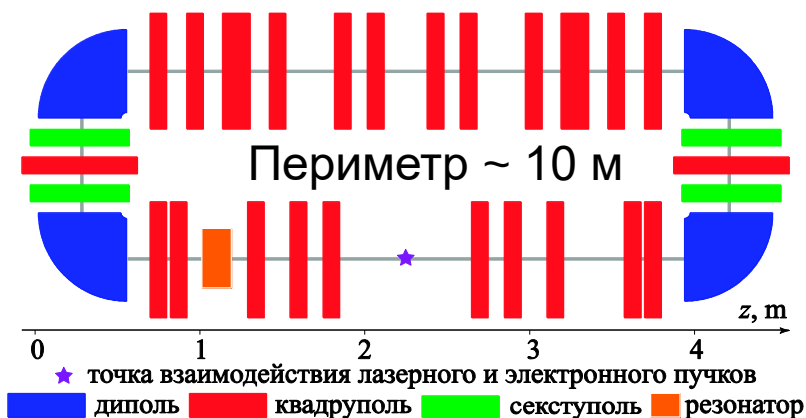
Emission curves measured at PITZ (red curve) compared to the simulation results from ASTRA (green, blue and magenta curves)



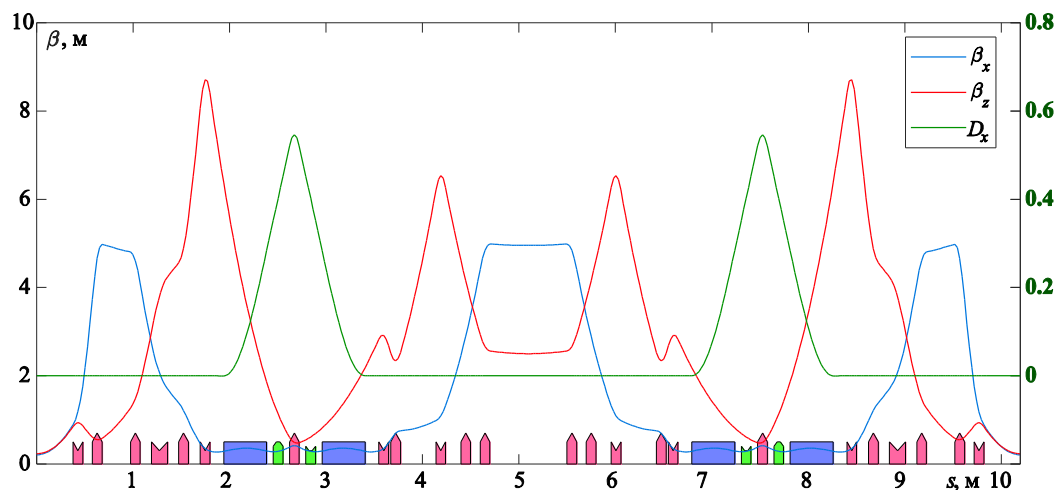
1nC
experimen-
tally
optimized
emittance

Linear part: QE-
limited emission

Кольцевой накопитель

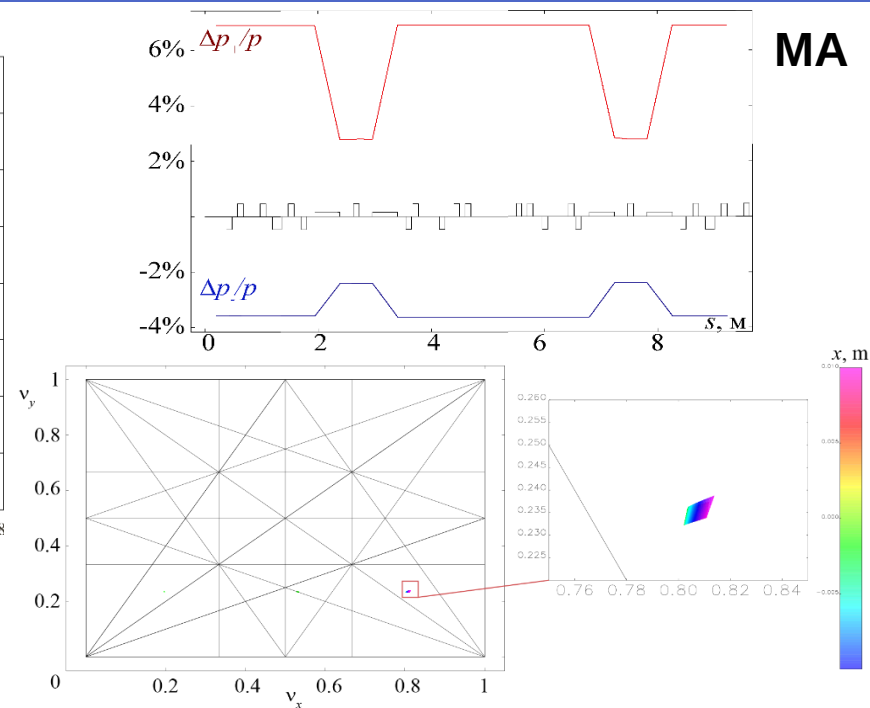
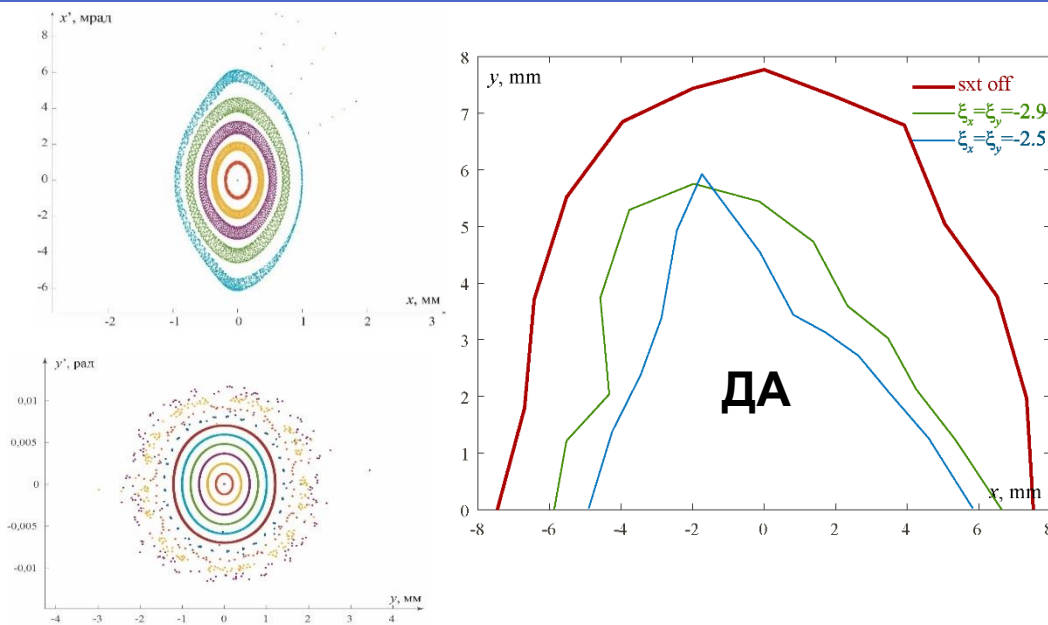


Параметр	Значение
Периметр, м	10.197
Энергия, МэВ	20-60
Равновесный горизонтальный эмиттанс, нм·рад	9
Относительный энергетический разброс, %	0.009
Коэффициент пространственного расширения орбит	0.0634
Равновесная длина электронного сгустка при нулевом токе, мм	0.13
Приведенные бетатронные частоты (горизонт., вертикальн.)	2.802, 1.232
Хроматичность (горизонт., вертикальн.)	-3.8, -3.5
Потери энергии электронным сгустком за один оборот, эВ	0.05-4.04
Амплитудное значение ВЧ напряжение резонатора, кВ	300
Рабочая частота ВЧ резонаторов, ГГц	3
Кратность	102

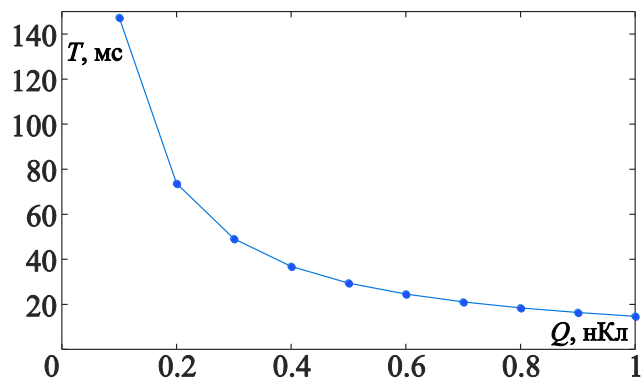


$$\sigma_{x,\text{rms}}^2 = \beta_x \varepsilon_{x,\text{rms}} + D_x^2 [(p - p_0)/p_0] \Rightarrow D_x = 0$$

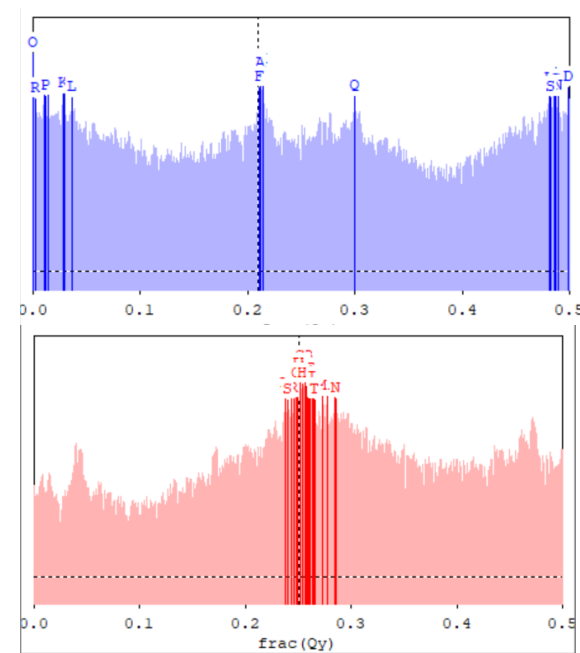
Односгустковый (на данный момент) режим работы



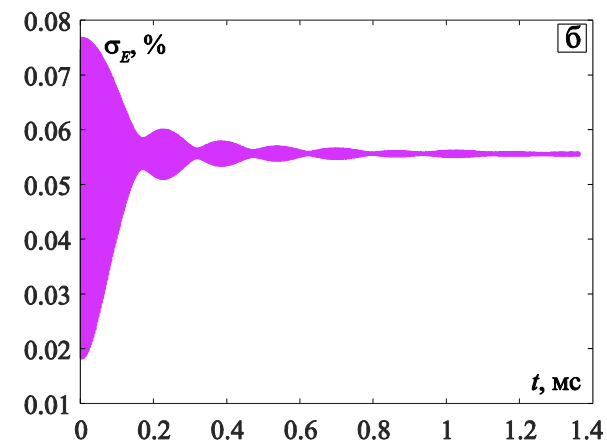
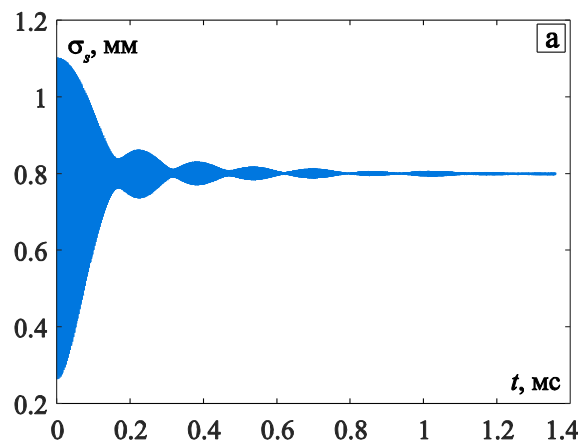
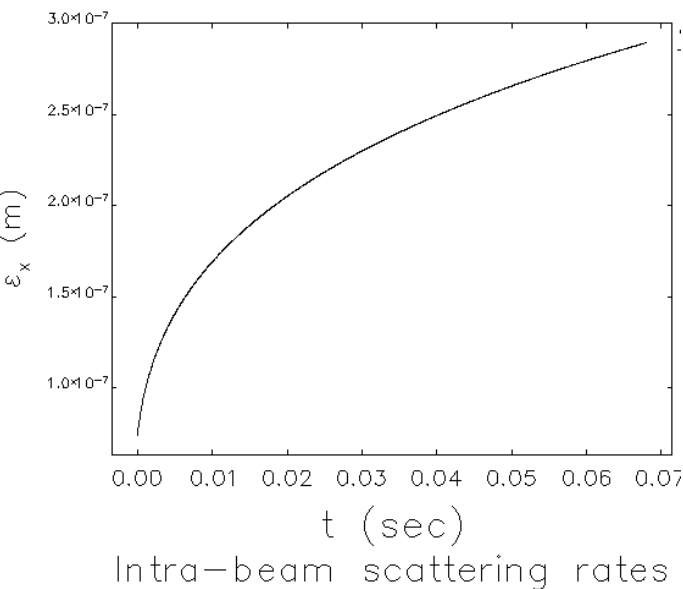
Результаты расчёта ДА, энергетического акцептанса и частотного анализа



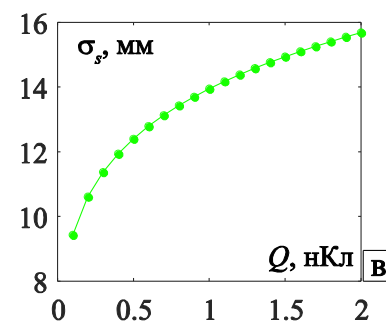
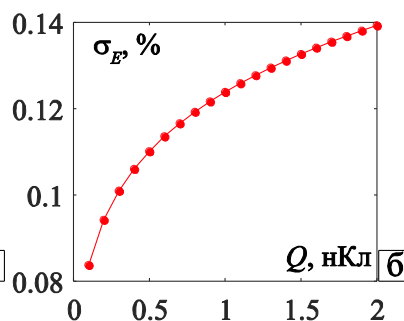
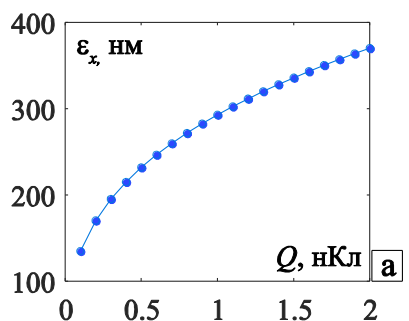
Время жизни пучка по Тушеку как функция заряда



Оценка времен развития неустойчивостей



Среднеквадратические значения длины сгустка (а) и энергетического разброса (б) как функции времени

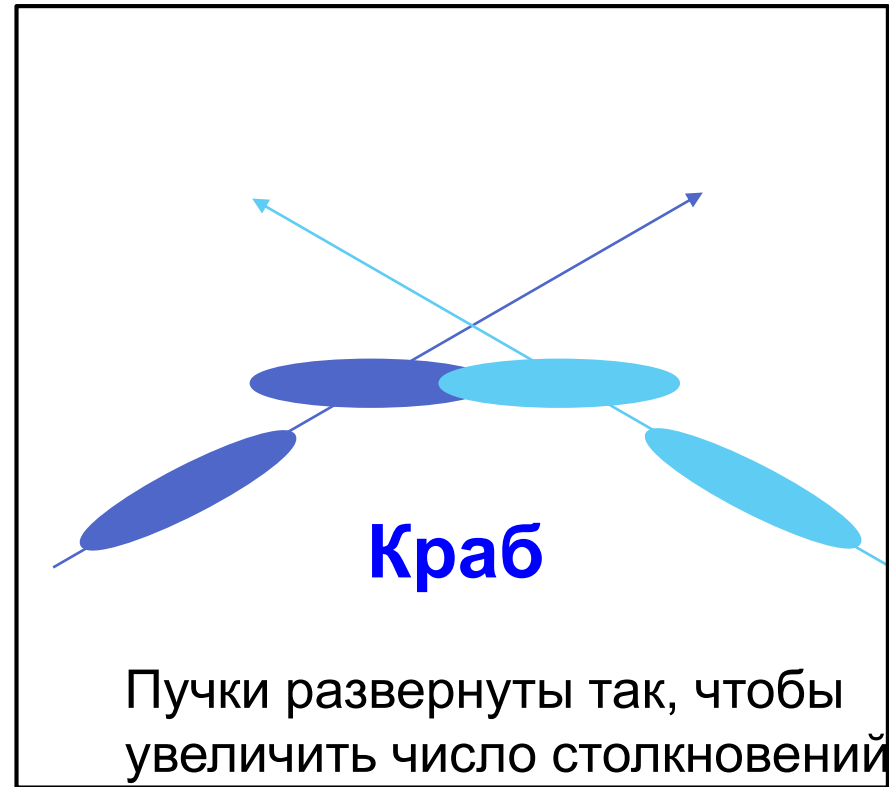
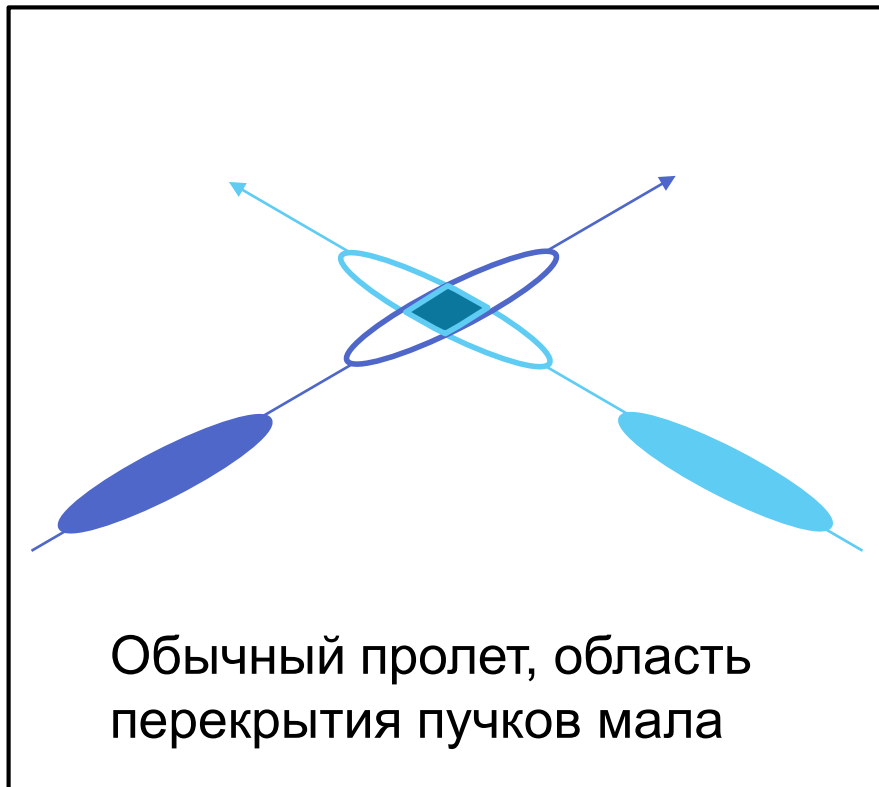


Изменение горизонтального эмиттанта пучка (а), среднеквадратических энергетического разброса электронов сгустка (б) и длины сгустка (в) от величины заряда сгустка вследствие внутривспучкового рассеяния => необходим «длинный» сгусток

Генерация X-ray Compton/Thomson излучения - перспективные схемы

1. Краб-схема

Суть: наклон пучков позволяет увеличить эффективность рассеяния



Raimondi P, Shatilov D and Zobov M 2007 Beam-beam issues for colliding schemes with large Piwinski angle and crabbed waist.
Preprint physics/0702033

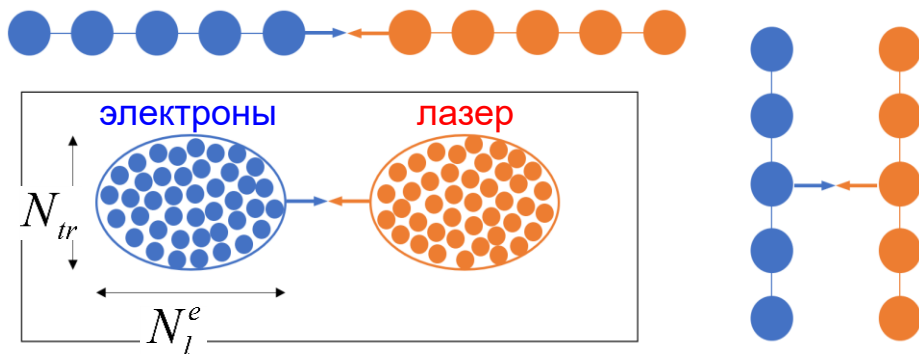
Zobov M et al 2010 Test of crab-waist collisions at DAΦNE Φ -factory Phys. Rev. Lett. 104 174801

Генерация X-ray Compton/Thomson излучения

- перспективные схемы

1. Краб-схема

Наклон пучков позволяет увеличить число взаимодействий во время столкновения



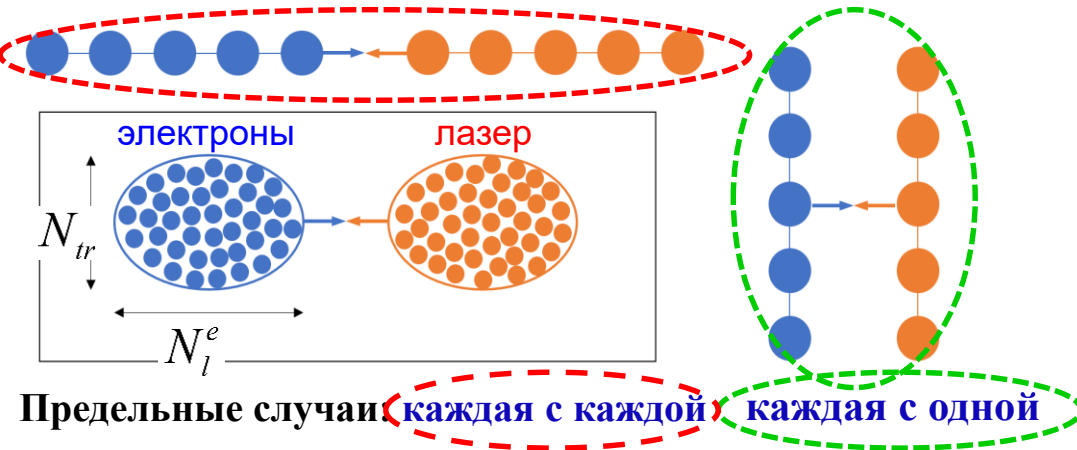
Предельные случаи: каждая с каждой каждая с одной

Генерация X-ray Compton/Thomson излучения

- перспективные схемы

1. Краб-схема

Наклон пучков позволяет увеличить число взаимодействий во время столкновения

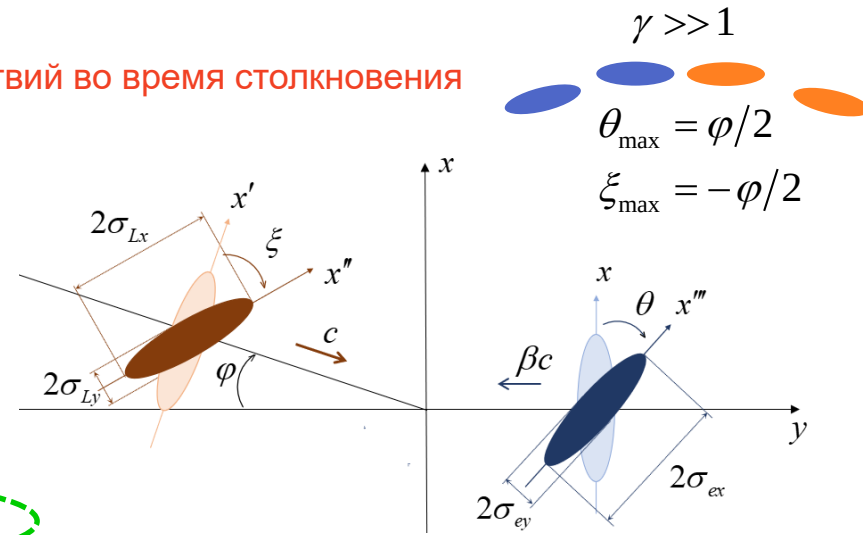
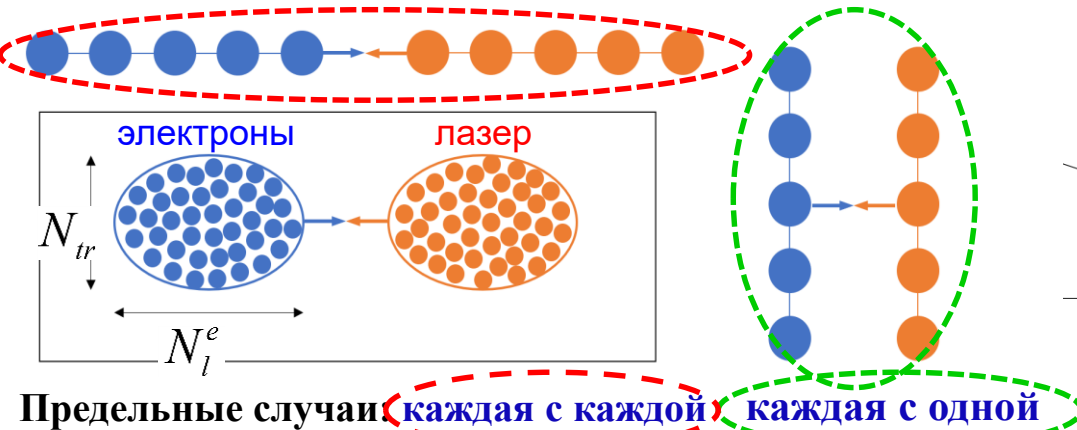


Генерация X-ray Compton/Thomson излучения

- перспективные схемы

1. Краб-схема

Наклон пучков позволяет увеличить число взаимодействий во время столкновения



Предельные случаи (каждая с каждой) (каждая с одной)

Светимость по разному зависит от поперечного и продольного направления:

$$L \propto N_L^e N_L^L N_{tr}$$

$$N_{ph} = N_L N_e S L,$$

$$L = c(1 + b \cos j) \int dx dy dz dt F_L(x, y - ct, z) F_e(x, y + bct, z),$$

$$L(j, q, x) = \left\{ 2p \sqrt{s_{ez}^2 + s_{Lz}^2} \sqrt{f_e(j, q) + f_L(j, x)} \right\}^{-1},$$

$$f_e(j, q) = s_{ex}^2 \frac{b \cos q + \cos(j - q)}{1 + b \cos j} + s_{ey}^2 \frac{b \sin q - \sin(j - q)}{1 + b \cos j},$$

$$f_L(j, x) = s_{Lx}^2 \frac{\cos x + b \cos(j + x)}{1 + b \cos j} + s_{Ly}^2 \frac{\sin(x) + b \sin(j + x)}{1 + b \cos j}$$

В терминах светимости построена теория для расчета числа фотонов при столкновении наклонных фронтов лазерного и электронного импульсов (годится: классика, КЭД).

Импульсы выгодно сталкивать так, чтобы они проходили через друг друга вдоль направления «вытянутости»!

Генерация X-ray Compton/Thomson излучения

- перспективные схемы

2. **Когерентность** – ключ к повышению яркости Комптоновского источника на 5-6 порядков! - будущее физики комптоновских источников.

$$\frac{d^2 N(\mathbf{n}, \omega)}{d(\hbar\omega) d\theta} = \frac{d^2 N_1(\mathbf{n}, \omega)}{d(\hbar\omega) d\theta} \left\{ N_e F_{incoh} + N_e^2 F_{coh} \right\}.$$

Некогерентный фактор

Когерентный фактор

При $N_e = 10^9 - 10^{11}$ когерентность **может** играть ключевую роль!

$$F_{coh} = F_l F_{tr} \rightarrow 1 \quad N_{ph} \sim N_e^2$$

A.A. Tishchenko, A.M. Feshchenko, Coherent Thomson Backscattering: Prospects of Compact X-ray Laser, Proc. of OSA High-brightness Sources and Light-driven Interactions Congress 2020, JT5A.19, 2020.

D.Yu. Sergeeva, A.A. Tishchenko, X-ray Thomson inverse scattering from periodically modulated laser pulses, CERN-Proceedings, vol. 2021-September, 283 (2021).

Nanni, et al., PRAB 2018

Генерация X-ray Compton/Thomson излучения

- перспективные схемы

2. Когерентность – ключ к повышению яркости Комптоновского источника на 5-6 порядков! - будущее физики комптоновских источников.

$$\frac{d^2 N(\mathbf{n}, \omega)}{d(\hbar\omega) d\theta} = \frac{d^2 N_1(\mathbf{n}, \omega)}{d(\hbar\omega) d\theta} \left\{ N_e F_{incoh} + N_e^2 F_{coh} \right\}.$$

Некогерентный фактор

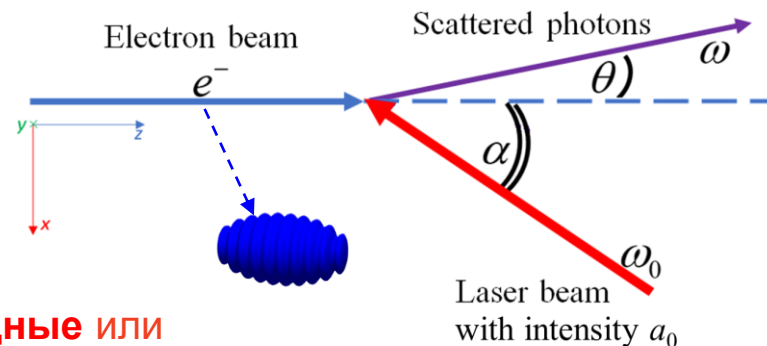
Когерентный фактор

При $N_e = 10^9 \div 10^{11}$ когерентность **может** играть ключевую роль!

$$F_{coh} = F_l F_{tr} \rightarrow 1 \Rightarrow N_{ph} \approx N_e^2$$

Для рентгена

Аттосекундные или наномодулированные сгустки



$$F_l = \exp \left[- \frac{\sigma_z^2 \left(\frac{\omega}{v} \cos \alpha - k_x \sin \alpha \right)^2}{2} \right] \frac{1}{N_b^2} \frac{\sin^2 \left(N_b l_0 \left(\frac{\omega}{v} \cos \alpha - k_x \sin \alpha \right) / 2 \right)}{\sin^2 \left(l_0 \left(\frac{\omega}{v} \cos \alpha - k_x \sin \alpha \right) / 2 \right)},$$

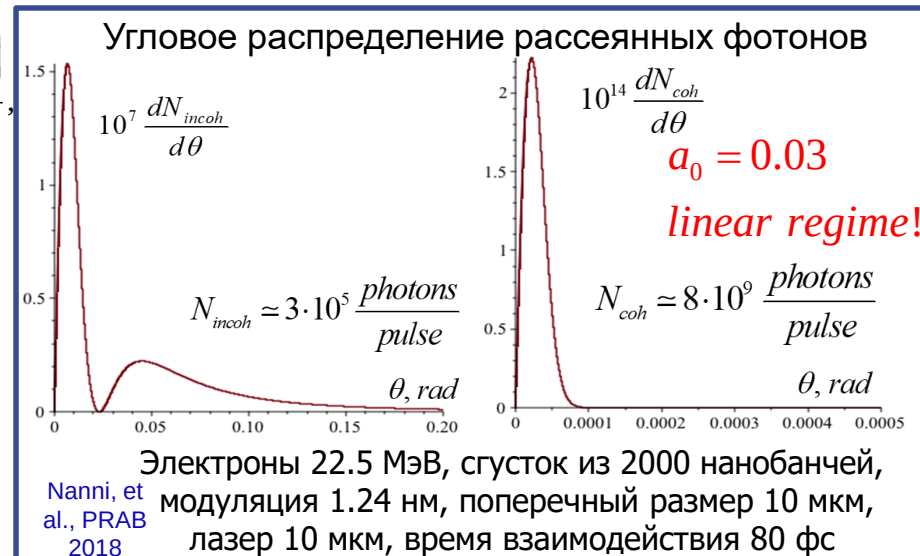
$$F_{tr} = \exp \left[- \frac{\sigma_y^2 k_y^2}{2} - \frac{\sigma_x^2}{2} \left(\frac{\omega}{v} \cos \alpha + k_x \sin \alpha \right)^2 \right].$$

$$\max F_l \text{ if } \lambda = (\beta^{-1} \cos \alpha - n_x \sin \alpha) l_0 / s, \quad s = \dots, -2, -1, 1, 2, \dots$$

$\sigma_z, \sigma_x, \sigma_y$ - продольное и поперечные сечения пучка электронов,
 l_0 - период модуляции, N_b - число нанобанчей.

A.A. Tishchenko, A.M. Feshchenko, Coherent Thomson Backscattering: Prospects of Compact X-ray Laser, Proc. of OSA High-brightness Sources and Light-driven Interactions Congress 2020, JT5A.19, 2020.

D.Yu. Sergeeva, A.A. Tishchenko, X-ray Thomson inverse scattering from periodically modulated laser pulses, CERN-Proceedings, vol. 2021-September, 283 (2021).



Научная программа: 4 задачи

1. Изучение механизмов генерации излучения различных типов при взаимодействии с разными типами замедляющих структур (микроондулятор, черенковская замедляющая система, система для генерации излучения Смита-Парселла и т.д.), в том числе – с лазерным импульсом. *Развитие методов и технологий проектирования и создания ускорителей с фотопушками и компактных накопительных колец. Разработка систем прецизионной и невозмущающей диагностики параметров пучка* по параметрам излучения. *Фундаментальные исследования* в области **ТГц фотоники, метаматериалов, метаповерхностей, нано- и микроплазмоники** используя когерентное излучение электронных пучков.

2. Развитие методов исследования материи с использованием монохроматического излучения ТГц и рентгеновского диапазонов: спектроскопия, включая малоугловую, дифрактометрия, неразрушающая терагерцовая спектроскопия. Развитие технологий создания экспериментальных станций для работы в составе компактных установок.

3. Подготовка кадров.

4. Создание экспериментальных станций:

Станция для работы в мягкой области спектра (0,001 – 1,5 кэВ) :

- ✧ фотоэлектронная спектроскопия,
- ✧ рентгеновская дефектоскопия,
- ✧ рентгеновская визуализация без применения контраста,
- ✧ рентгеновская контактная микроскопия,
- ✧ SXCM, УФ спектроскопия

Станция для работы в относительно жесткой области спектра (5-15 кэВ)

- ✧ SAXS / WAXS или в перспективе GISAXS/GIWAXS,
- ✧ EXAFS/XANES,
- ✧ HAXPES,
- ✧ микрофокус

Станция на выходе линейного ускорителя

- ✧ генерация ТГц излучения,
- ✧ генерация X-rays в жестком диапазоне (до 100 кэВ) используя микроондулятор,
- ✧ разработка методов прецизионной и невозмущающей диагностики пучка,
- ✧ фундаментальные исследования в области ТГц фотоники, метаматериалов, метаповерхностей, нано- и микроплазмоники, используя когерентное излучение электронных пучков.

4. Создание экспериментальных станций для решения следующих задач:

4.1 Решение специальных задач с использованием монохроматических потоков излучения ТГц и рентгеновского диапазонов: неразрушающий контроль в ТГц диапазоне для решения специальных задач; нерентгеновские досмотровые системы ТГц диапазона; исследование радиационной стойкости ЭКБ (изучение единичных событий при воздействии контролируемым потоком монохроматических фотонов), разработка методов поражения ЭКБ и изделий в целом в новых частотных диапазонах (суб-мм и ТГц).

4.2 Промышленная ТГц и рентгеновская дефектоскопия и спектроскопия в мягкой области для объектов с малой плотностью (пластики, керамика, пленки и т.д.). Изучение однородности материала, включая фазовый состав, включения, дефекты и т.д. Изучение структуры тонких пленок, метаматериалов и т.д. Спектроскопия в мягкой области предназначена для реализации таких экспериментальных методов как инфракрасная, оптическая и фотоэлектронная спектроскопия и микроскопия, спектроскопия рентгеновского поглощения в спектральной области энергий от 0,001 до 1500 эВ и дают уникальную информацию об электронном строении, зарядовом состоянии, химическом и фазовом составе без разрушения структуры материала. Для данных задач интенсивность потока фотонов должна быть не менее 10^{14} фот./ $(\text{сек} \times \text{мм}^2 \times \text{мрад}^2 \times 0,1\% \text{ bw})$.

Задачи МИФИ: изучение пленок и лент ВТСП в режиме на просвет и в отраженном излучении защитных покрытий, исследование топливных смесей, композитных материалов, структуры топливных элементов, УФ спектроскопия атомных и ядерных переходов на абсорбционных центрах в криокристаллах (Xe, Ar, Ne, Kr) для приложений в метрологии и квантовых вычислений. Фотоэлектронная спектроскопия (рентгеновская и ультрафиолетовая) для исследования электронной структуры валентной зоны и островных уровней.

4.3 Рентгеновская дефектоскопия и спектроскопия в более жесткой области спектра (10-15 кэВ и выше). Исследования в режиме реального времени для процессов, протекающих на скрытых объектах и интерфейсах (SAXS, WAXS, высокоразрешающая рентгеновская дифрактометрия, в том числе с временным разрешением, малоугловое рассеяние). Развитие методов GISAXS/GIWAXS с использованием не проходящего, а отраженного излучения. Комптоновский источник с возможностью полной энергетической перестройки в диапазоне (1...15) кэВ с энергетическим разрешением $\Delta W/W = 10^{-5}$ (недостижимо для синхротронных источников) оптимален для данного класса задач. Характерный размер источника составит $\sim 100 \times 100$ мкм и расходимость < 100 мкрад.

Задачи, в данной области, решаемые в МИФИ: изучение пленок и лент ВТСП, защитных покрытий, композитных материалов с помощью рентгеновской дифракции с острой микрофокусировкой (нанофокусировкой) луча для исследования различных типов неоднородностей, а также SAXS; на линейном ускорителе с микропериодическим ондулятором – фотоэлектронная спектроскопия на жестком рентгене (аналог метода HAXPES, hard x-ray photoelectron spectroscopy, сканирующая электронная спектроскопия), реализация метода построения парной функции радиального распределения атомов, т.е. определения локальной структуры материалов на локальном уровне атомарного масштаба. EXAFS (External X-ray Absorption Fine Structure, протяженная тонкая структура рентгеновских спектров поглощения, необходимо оценить достаточность потока фотонов) или XANES (X-ray absorption near edge structure) спектроскопия соединений редкоземельных элементов РЗЭ с промежуточной валентностью и сложных оксидов РЗЭ и переходных металлов.

4.4 Существенным преимуществом использования спектроскопии в мягкой области является возможность проводить исследования на клеточных и белковых структурах, а также и на живых организмах (*in vivo*) в условиях, приближенных к реальным (*in situ*). Необходимые методы исследования: ТГц и рентгеновская дифрактометрия и спектроскопия, контрастная и флуоресцентная спектроскопия. Дополнительное преимущество установки – возможность использования ТГц, ИК и мягкого рентгеновского диапазонов в одной станции.

Задачи МИФИ: исследование *in-vivo* распространения лекарственных препаратов, в том числе РФП, в клеточных структурах, исследование участия препаратов в обмене веществ, рентгеновское контрастирование мягких тканей в монохроматических пучках, сравнительное изучение эффективности радиосенсибилизирующего действия противоопухолевых агентов, изучение динамики фагоцитоза, распределения рентгеноконтрастных формуляций в печени и в почках в реальном времени *in-vivo*. Изучение динамики экскретирования, рентгеновская ультрамикроскопия клеток и процессов в них, ~~пайкография процессов~~ в живых клетках с использованием дифракции монохроматических пучков, рентгеновская контактная микроскопия клеток, визуализация структуры клетки (органелл) и внутриклеточных процессов без применения средств контрастирования.

**Спасибо за
внимание!**

Как увеличить число фотонов?

- Увеличить число электронов N в сгустке

Да, но: эффект пространственного заряда

- Использовать более интенсивный лазер

Да, но: красное смещение максимума энергии, генерация гармоник, пондеромоторное уширение,

- *и заметно дороже установка.*

$$N_{ph} \propto \frac{\sigma_{Thomson}}{\sigma_{laser}^2 + \sigma_e^2} T_{int} a_0^2 N_e$$

- Уменьшить размер е-сгустка

Да, но: технические проблемы с синхронизацией

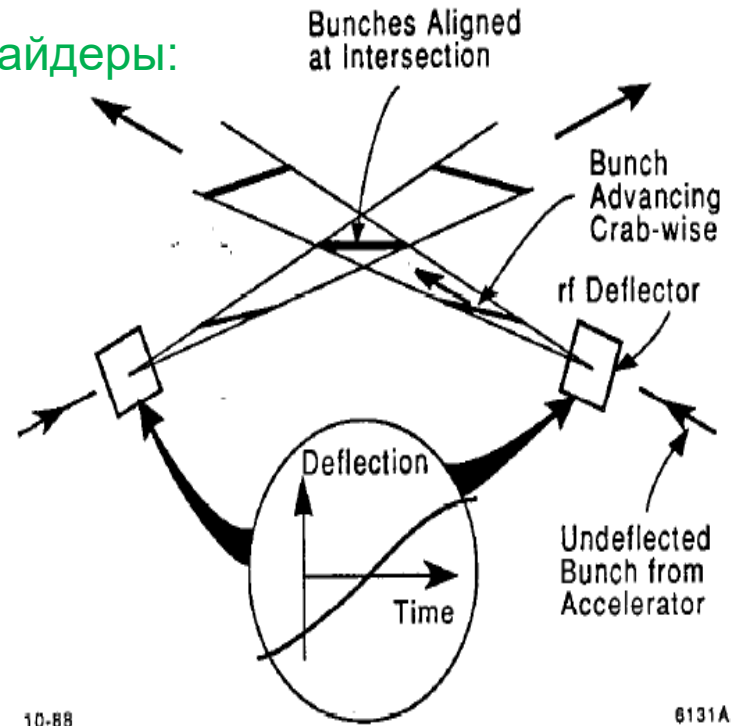
+ увеличение эмиттанса → уменьшение яркости.

- Синхронизировать фронты лазера и е-сгустка - так чтобы время взаимодействия возросло.

Краб-схема // crab crossing, crab waist scheme, ...

Линейные электрон-позитронные коллайдеры:

R. B. Palmer, Energy Scaling, Crab Crossing and the Pair Problem, Invited talk at the DPF Summer Study Snowmass 88, SLAC-PUB-4, 1988.



Кольцевые накопители:

K. Oide, K. Yokoya, Beam-beam collision scheme for storage-ring colliders, PRA (1989).

Потом сотрудники КЕК и Корнелла разрабатывали дизайны, прототипы, а в 2007 поставили прибор на КЕКВ; сейчас стоит на SuperKEKB. Разработаны дизайны под LHC, ILC, CLIC, eRHIC.

Мировой рекорд светимости!

Q. Wu, Crab cavities: Past, present, and future of a challenging device, IAC 2015

Краб-схема // crab crossing, crab waist scheme, ...

HL-LHC (High-Luminosity LHC): для увеличения числа столкновений при малых размерах пучков

- раньше не использовались
- 16 крабовых резонаторов
- на ATLAS и CMS

Суть High-Luminosity LHC: с начала 2029, увеличение светимости в 10 раз (модернизация LHC).

2011 - первая стадия проекта

2015 – Preliminary Design Report.

2017 – Technical Design Report.

2018 – начало строительных работ

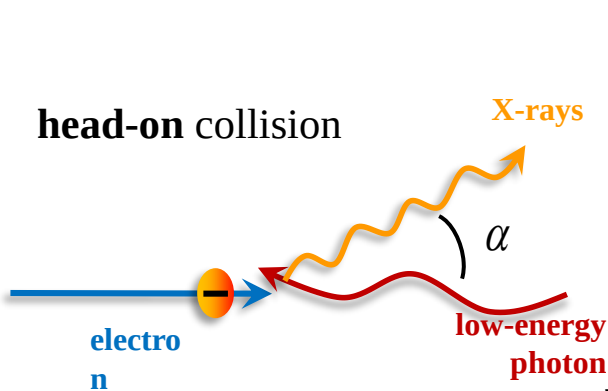
2020 – окончательная версия Technical Design Report.

Трудности в изготовлении резонаторов из-за сложной формы и микрометровой точности + охлаждение нужно + сборка в чистых комнатах (криомодуль собирается в лаборатории Дарсбери)

Будущее: концепции крабовых резонаторов приняты:

- протонно-протонную стадию предлагаемого **Future Circular Collider**;
- строящийся **электронно-ионный коллайдер (EIC) в Брукхейвене**;
- **Jefferson Lab Electron-Ion Collider**;
- на источниках **СИ** - для сжатия сгустков;
- в **протонных линейных ускорителях** - для сверхбыстрой **сепарации** сгустков вторичных частиц.

Inverse Compton Scattering

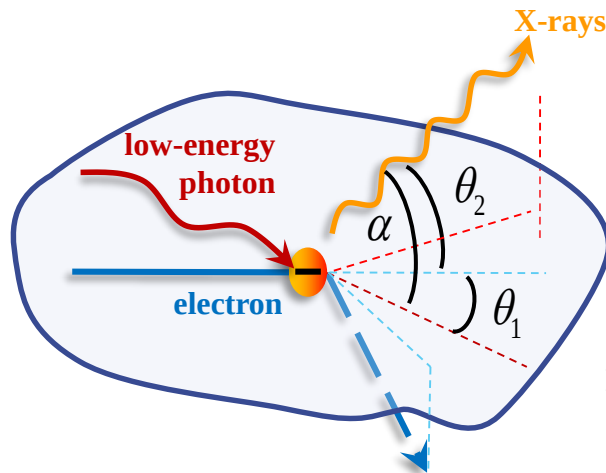


$$\omega = \omega_0 \frac{4\gamma^2}{1 + \gamma^2 \alpha^2}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \stackrel{(\alpha \ll 1)}{=} 4r_e^2 \gamma^2 \frac{1 + \gamma^4 \alpha^4}{(1 + \gamma^2 \alpha^2)^4} \quad \sigma = \frac{8}{3} \pi r_e^2$$

maximum: $\alpha = 0 \Rightarrow \omega = 4\gamma^2 \omega_0$

general expression:



$$\omega = \omega_0 \frac{1 - \beta \cos \theta_1}{1 - \beta \cos \theta_2 + \frac{\omega_0}{\varepsilon_1} (1 - \cos \alpha)}$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2}, \theta_2 \ll 1 \Rightarrow \omega \approx \omega_0 \frac{2}{\gamma^{-2} + \theta_2^2} \approx 2\gamma^2 \omega_0$$

lateral collision

maximal radiated photon energy:

- energy of initial electron
 ε_1

head-on collision

$$\theta_1 = \alpha = \pi, \quad \theta_2 = 0 \Rightarrow \omega = \omega_0 \frac{4\gamma^2}{1 + 4\gamma^2 \omega_0 / \varepsilon_1} \stackrel{\omega_0 \ll \varepsilon_1}{\approx} 4\gamma^2 \omega_0$$