

# МАЙОРАНОВСКИЕ ВИХРЕВЫЕ МОДЫ, ИНДУЦИРОВАННЫЕ МАГНИТНЫМ ПОРЯДКОМ В ТОПОЛОГИЧЕСКИХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ

**А.О. Злотников**

Направление ПФНИ

1.3.2 Физика конденсированных сред и физическое  
материаловедение

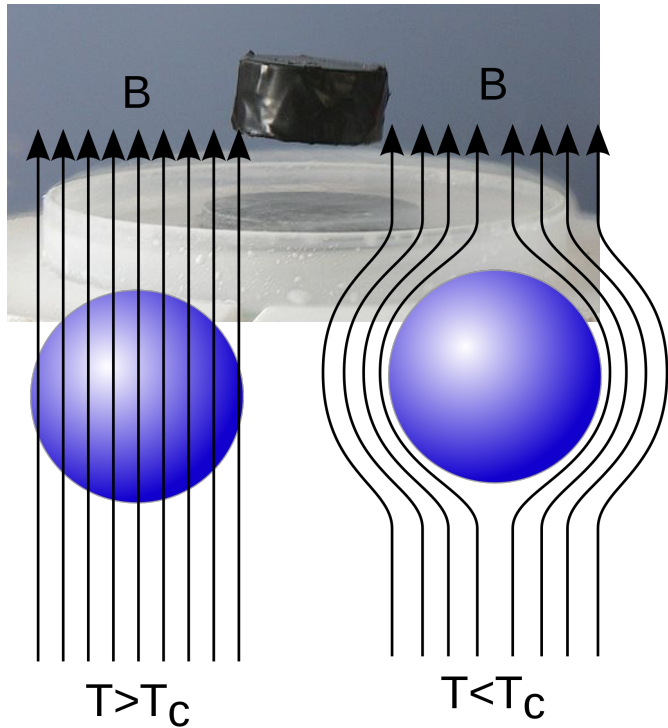


**Институт физики им. Л.В. Киренского,  
ФИЦ КНЦ СО РАН, Красноярск  
[zlotn@iph.krasn.ru](mailto:zlotn@iph.krasn.ru)**

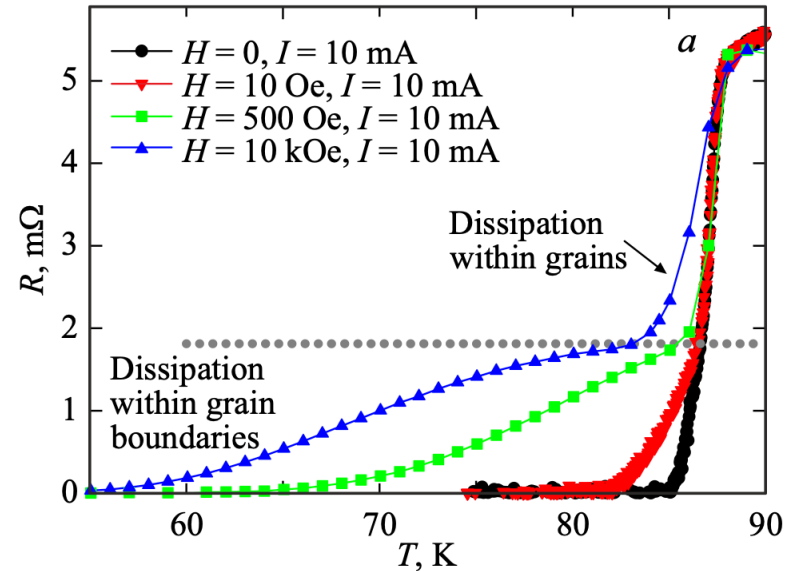
**29 ноября 2023 г.**

# Сверхпроводимость

## Эффект Мейснера

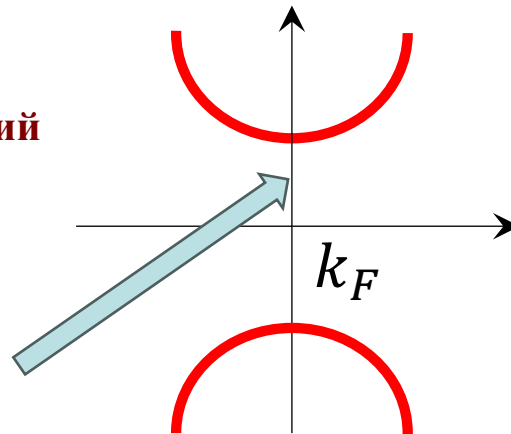


## Нулевое сопротивление

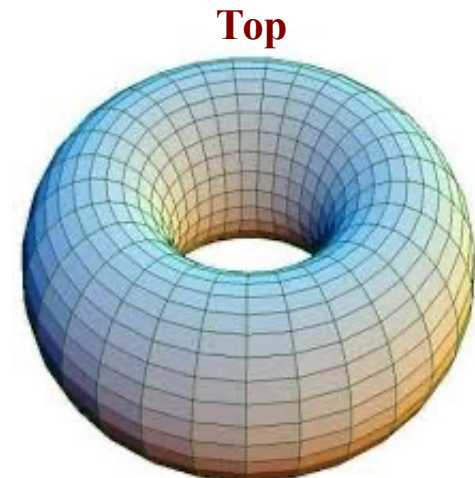


Гранулярный ВТСП  $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$   
Д.А. Балаев и др., ФТТ 64, (2022).

## Щель в спектре возбуждений

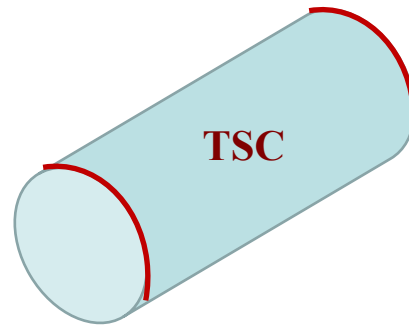
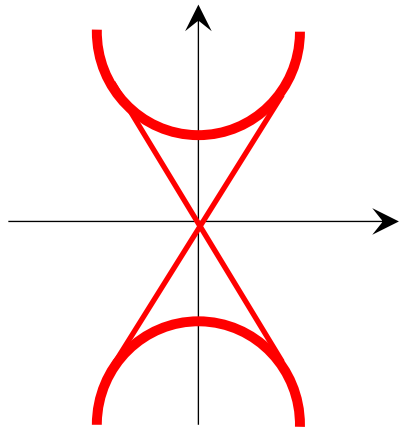


Андреевские состояния,  
состояния Кароли-де Жена-  
Матрикона, состояния Ю-  
Шива-Русинова, ...



Периодические гран.  
условия

## Общие особенности топологических сверхпроводников



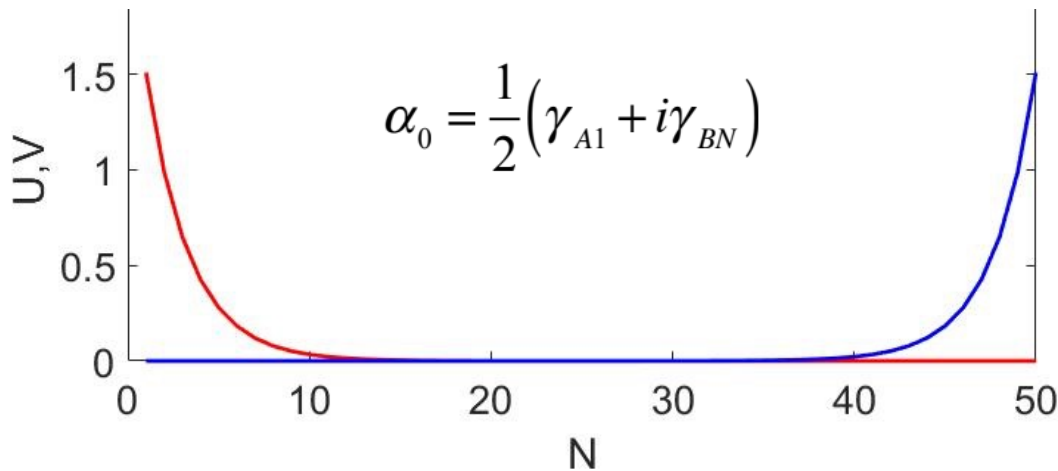
Открытые гран. условия

- Реализация топологически защищенных связанных состояний ниже величины сверхпроводящей щели (с нулевой энергией возбуждения!): краевые состояния; состояния, локализованные на различных дефектах – вихри Абрикосова, магнитные неоднородности; дефекты высокого порядка – углы и ребра
- Вырожденное основное состояние
- Топологическая защищенность определяется нетривиальной топологией гамильтониана системы в обратном пространстве (т.е. для однородной системы с невырожденным основным состоянием). Связанные состояния защищены от возмущений, не приводящих к закрытию объемной щели или изменению симметрии системы

$$N = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta(k), \quad \text{tg}\theta(k) = \frac{\Delta_k}{\xi_k}.$$

## Общие особенности топологических сверхпроводников

- В топологически нетривиальной фазе функция основного состояния – суперпозиция состояний с нечетным числом фермионов, в отличие от четной функции БКШ
- Нелокальные связанные состояния – майорановские моды. Защищены от локальных возмущений. Неабелевы перестановки. Квантовые вычисления



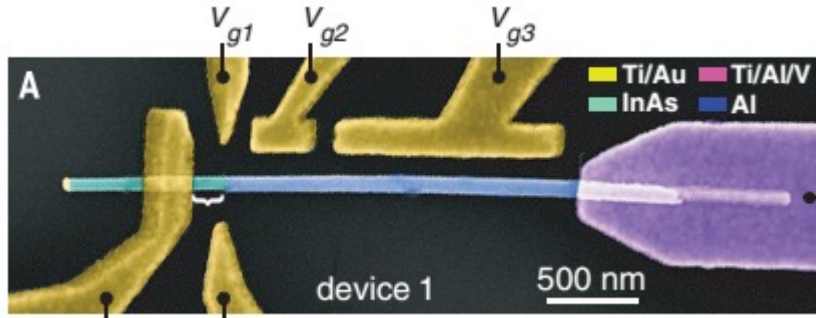
$$\gamma_{An} = a_n + a_n^+,$$
$$\gamma_{Bn} = i(a_n^+ - a_n).$$

## Примеры топологических сверхпроводников

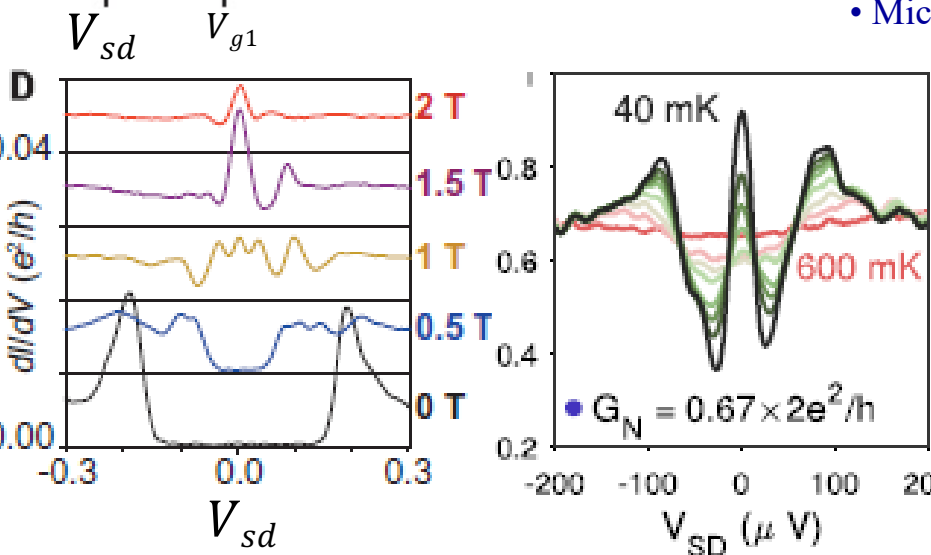
- Киральные сверхпроводники (триплетный по спину  $p_x+ip_y$ -тип симметрии, спин-синглетный  $dx^2-y^2+id_{xy}$  и др.) – Volovik 1997, Kitaev 2000, Read, Green 2000...
- Структуры топологический изолятор/сверхпроводник – Fu, Kane 2008...
- Сверхпроводники с сильным спин-орбитальным взаимодействием: полупроводниковые нанопроволоки InAs и InSb в контакте со сверхпроводящими электродами или покрытые сверхпроводником (Al, Nb, ...) во внешнем магнитном поле – Lutchyn et al. 2010, Oreg et al. 2010...
- Структуры сверхпроводник/ферромагнетик (Fe/Pb), а также структуры с неколлинеарным магнитным порядком (Fe/Re, Fe/Ta) – Choy et al. 2011, Martin, Morpurgo 2012...
- Сверхпроводящие топологические материалы: допированные топ. изоляторы  $\text{Cu}_x\text{Bi}_2\text{Se}_3$  и сверхпроводник на основе железа  $\text{FeTe}_x\text{Se}_{1-x}$  – Wang et al. 2015...

В.В. Вальков, М.С. Шустин, С.В. Аксенов, А.О. Злотников, А.Д. Федосеев, В.А. Мицкан, М.Ю. Каган, УФН, 192, 3 (2022).

# Пик дифференциальной проводимости в нанопроволоках InSb/InAs



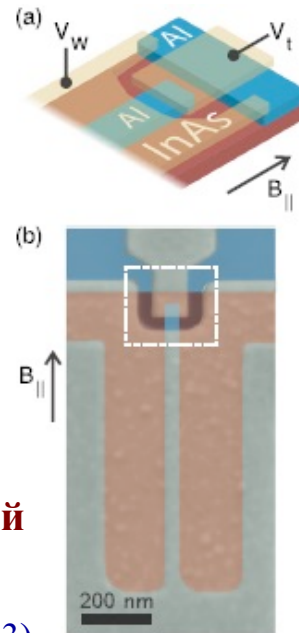
- V. Mourik, et al., Science 36, 1003 (2012).
- M.T. Deng, et al., Science 354, 1557 (2016).
- S. M. Albrecht et al., Nature 531, 206 (2016).
- F. Nichele, et al., Phys. Rev. Lett. 119, 136803 (2017).
- R.M. Lutchin et.al., Nat Rev Mater 3, 52 (2018).
- O. Gul et al., Nat. Nanotechnol. 13, 192 (2018).
- D. Laroche et al., Nat. Commun. 10, 245 (2019).
- Microsoft Quantum et al., Phys. Rev. B 107, 245423 (2023).



Туннельная спектроскопия, 20 mK

## Вопросы:

- предел длинных проволок;
- индуцированная щель мала;
- никто не наблюдал закрытие сверхпроводящей щели;
- отсутствие корреляции между противоположными концами;
- зависимость от изменения параметров;
- другие связанные состояния, квантовые точки, неоднородный потенциал



Почему  $2e^2/h$  ?

S. Das Sarma, In Search of Majorana, Nat. Phys. (2023).

## Андреевское отражение



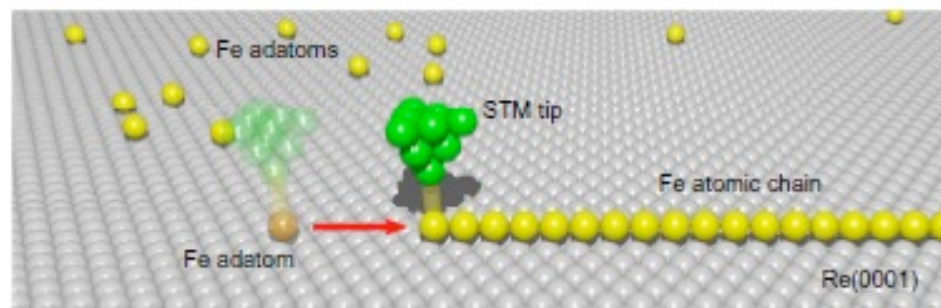
$$\frac{dI}{dV} = 2G_0 R_A.$$

## Идеальное андреевское отражение

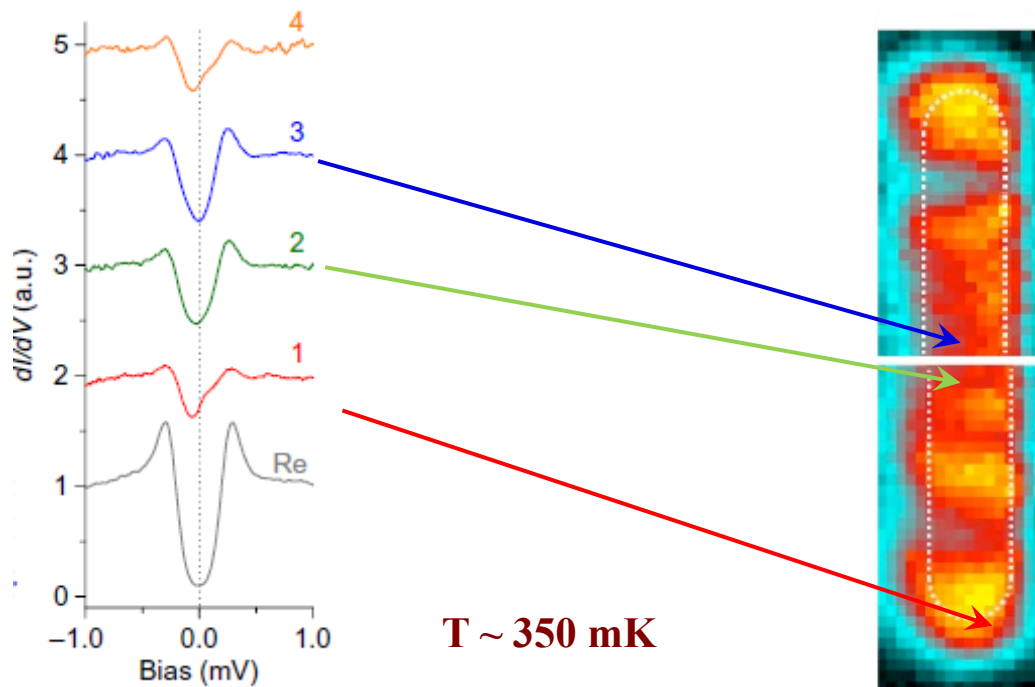


$$\frac{dI}{dV} = 2G_0.$$

## Цепочка из атомов Fe (40 шт.) на Re(001) или Ir(001)

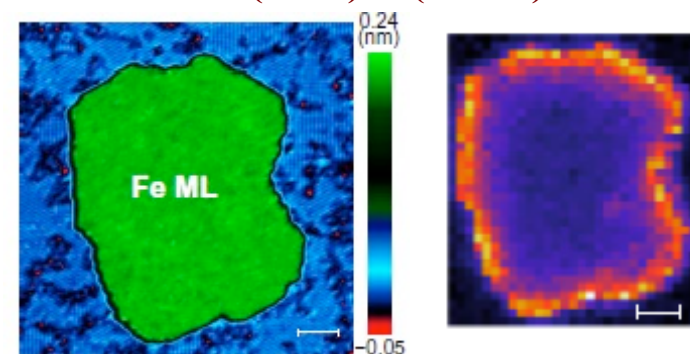


H. Kim, A. Palacio-Morales, T. Posske, L. Rózsa, K. Palotás, L. Szunyogh, M. Thorwart, and R. Wiesendanger, *Sci. Adv.* 4, eaar5251 (2018).



T.-P. Choy, J. M. Edge, A. R. Akhmerov, and C. W. J. Beenakker, *Phys. Rev. B* 84, 195442 (2011).  
 J. Klinovaja, P. Stano, A. Yazdani, and D. Loss, *Phys. Rev. Lett.* 111, 186805 (2013).

## Монослой Fe на поверхности Re(0001)-O(2 × 1)



A. Palacio-Morales, E. Mascot, S. Cocklin, H. Kim, S. Rachel, D. K. Morr, and R. Wiesendanger, *Atomic-Scale Interface Engineering of Majorana Edge Modes in a 2D Magnet-Superconductor Hybrid System*, *Science Advances* 5, eaav6600 (2019).

$$Qa = 2 \arccos \left( \left( \sqrt{1 + \alpha^2/t^2} \right)^{-1} \right).$$

$$\mathbf{h}_l = h (\cos(Ql), -\sin(Ql), 0).$$

**FM**  $Q = 0, \alpha = 0,$

**AFM**  $Qa = \pi, \alpha \rightarrow \infty,$

**120°**  $Qa = 2\pi/3, \alpha = \sqrt{3}t.$



## Антиферромагнетики с треугольной решеткой $\text{RbFe}(\text{MoO}_2)_4$

A. I. Smirnov, T. A. Soldatov, O. A. Petrenko, A. Takata et al.  
Phys. Rev. Lett. 119, 047204 (2017).

## Сверхпроводники с треугольной решеткой $\text{Na}_x\text{CoO}_2$

N. B. Ivanova, S. G. Ovchinnikov, M. M. Korshunov et al.,  
Phys. Usp. 179, 837 (2009).  
Takada K. et al., Nature 422, 53 (2003).  
Lysogorskiy Y.V., Krivenko S.A., Mukhamedshin I.R., et al.  
Phys. Rev. B 94, 205138 (2016).

### Модель сосуществования сверхпроводимости и неколлинеарного магнетизма

$$\mathcal{H} = \sum_{f\sigma} (-\mu - \eta_\sigma h_z) c_{f\sigma}^\dagger c_{f\sigma} + \sum_{ff_1\sigma} t_{ff_1} c_{f\sigma}^\dagger c_{f_1\sigma} + \frac{MJ}{2} \sum_f \left( \exp(i\mathbf{Q}\mathbf{R}_f) c_{f\uparrow}^\dagger c_{f\downarrow} + \exp(-i\mathbf{Q}\mathbf{R}_f) c_{f\downarrow}^\dagger c_{f\uparrow} \right) + \sum_{ff_1} \left( \Delta_{ff_1} c_{f\uparrow} c_{f_1\downarrow} + \Delta_{ff_1}^* c_{f_1\downarrow}^\dagger c_{f\uparrow}^\dagger \right),$$

**Магнитный порядок**  $\langle \mathbf{S}_f \rangle = M (\cos(\mathbf{Q}\mathbf{R}_f), -\sin(\mathbf{Q}\mathbf{R}_f), 0)$ ,

**s-wave**

**s-d-обмен:  $h - \text{const}$**

$$E_{gap} \approx \frac{|\Delta|^2}{2|h|}, \quad \frac{|\Delta|^2}{h^2} \ll 1,$$

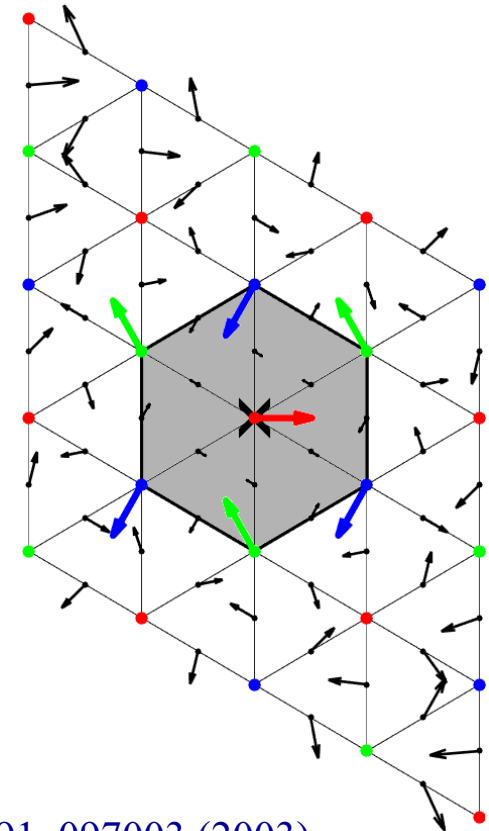
**расширенный s-тип, d-тип и др.**

$$E_{gap} \sim \sqrt{\frac{1}{2} (|\Delta_{p_F}|^2 + |\Delta_{-p_F+Q}|^2)}.$$

**Нодальный параметр порядка?**

**Щелевой!**

$$d_{x^2-y^2} + id_{xy}$$



Baskaran G. Phys. Rev. Lett. 91, 097003 (2003).

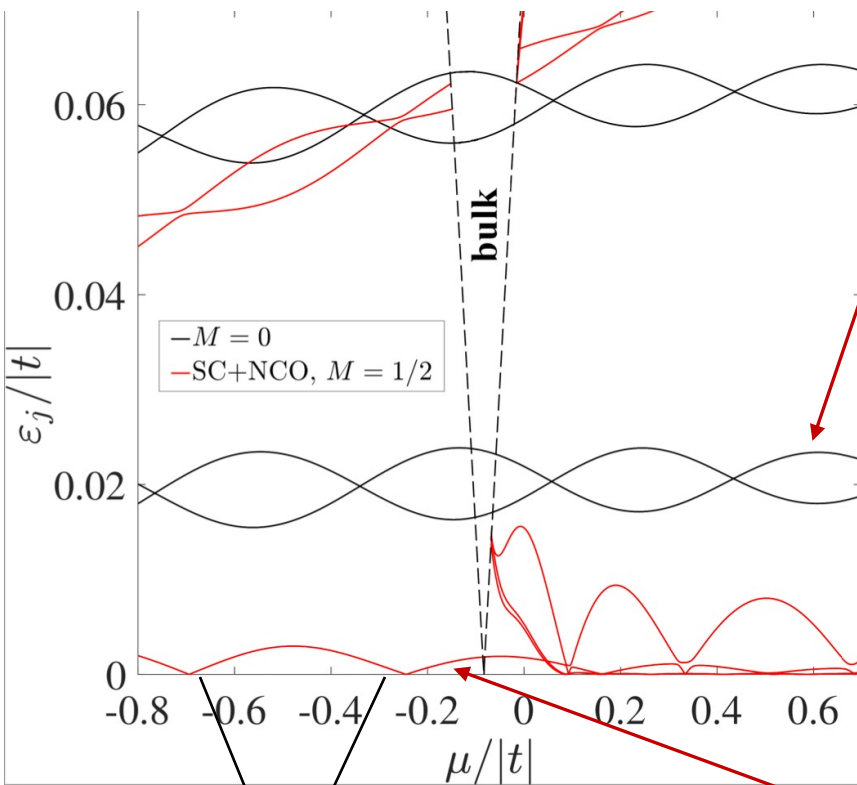


# Вихрь-антивихрь в решетке с периодическими граничными условиями

$\Delta = 0.2t$ ;  
 $h_z = 0$ ;

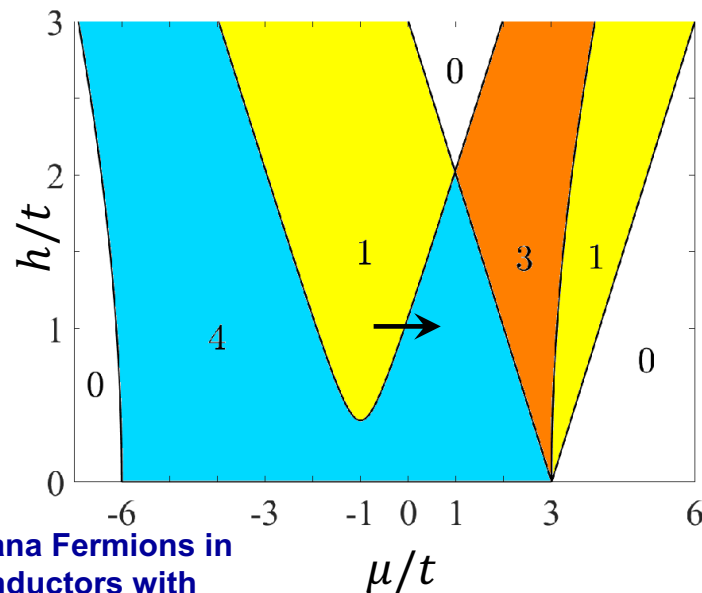
D. Lee and A. P. Schnyder, Structure of Vortex-Bound States in Spin-Singlet Chiral Superconductors, Phys. Rev. B 93, 064522 (2016).

С класс симметрии  
 модифицируется на D класс  
 при наличии магнитного  
 упорядочения



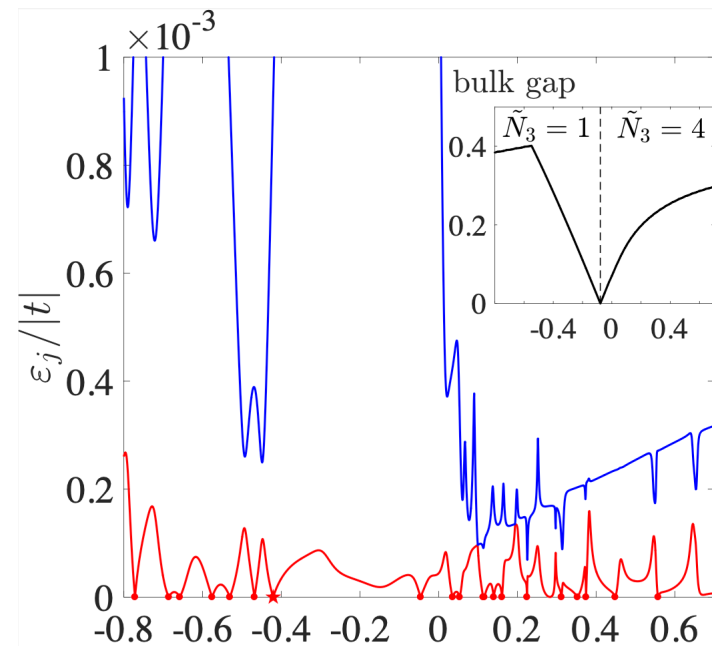
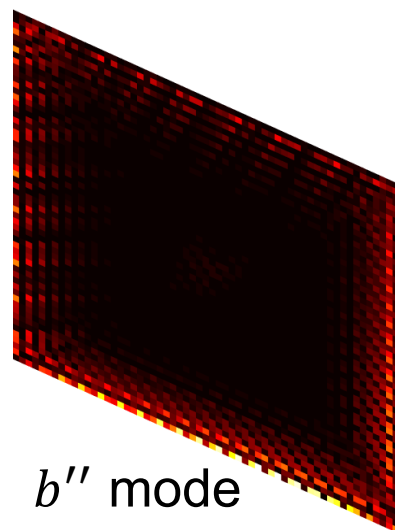
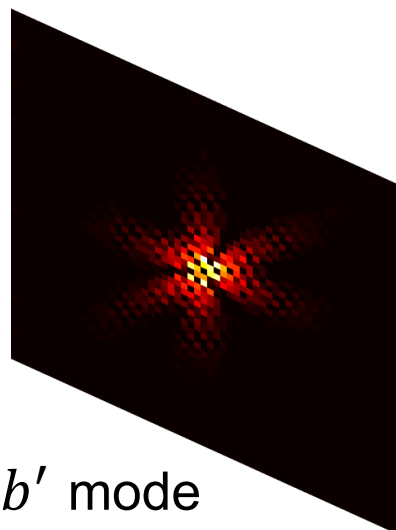
**Majorana modes**

Y.-M. Lu and Z. Wang, Majorana Fermions in Spin-Singlet Nodal Superconductors with Coexisting Noncollinear Magnetic Order, Phys. Rev. Lett. 110, 096403 (2013).

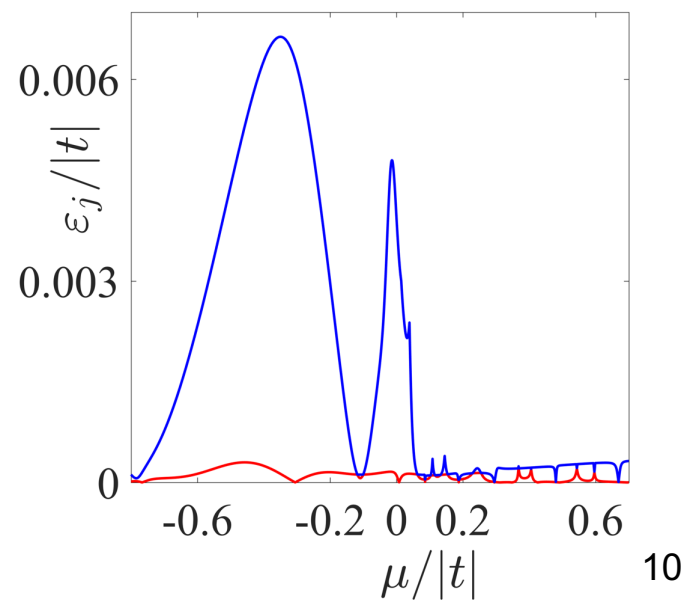
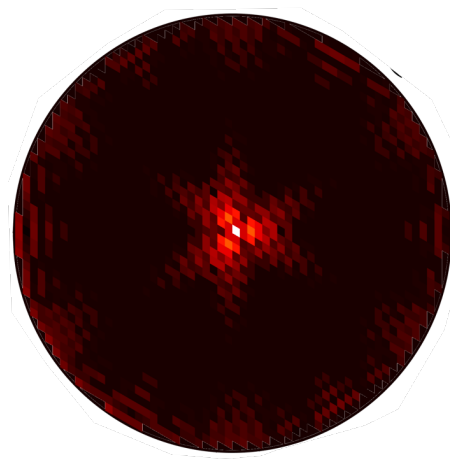
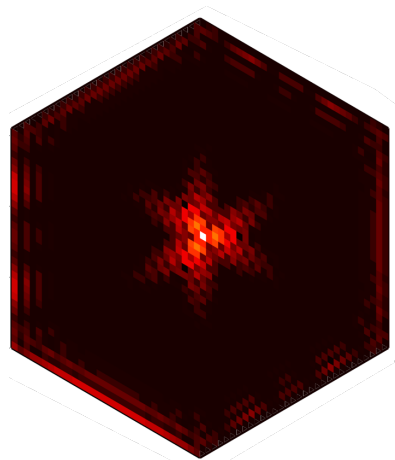


# Спектр возбуждений в ограниченной решетке с одним вихрем

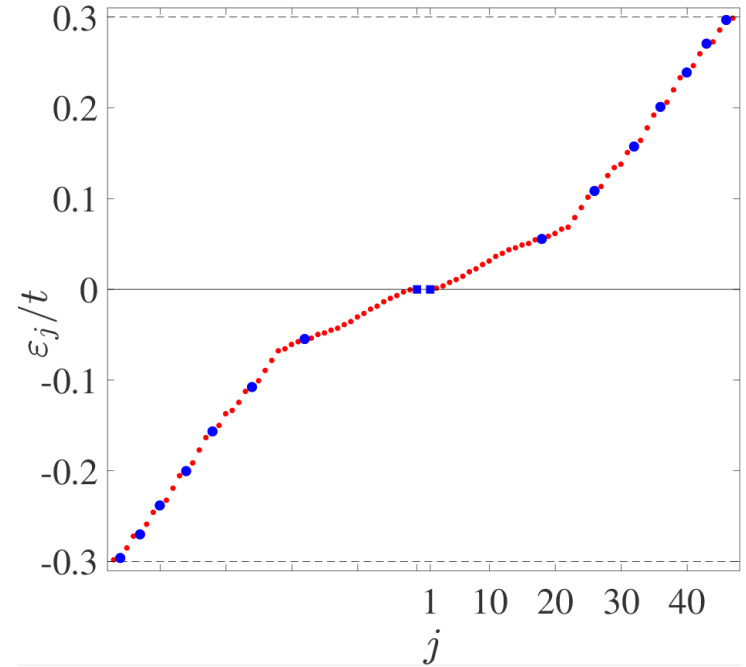
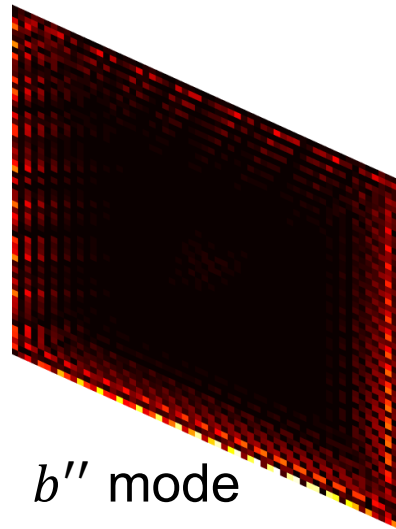
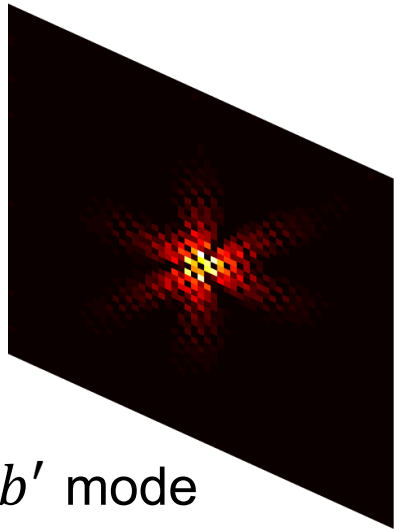
$\Delta = 0.2t$ ;  $h = t$ ;  
 $h_z = 0.1t$ ;  $N = 63$ ;



## Различные геометрии границы



# Спектр возбуждений в ограниченной решетке с одним вихрем



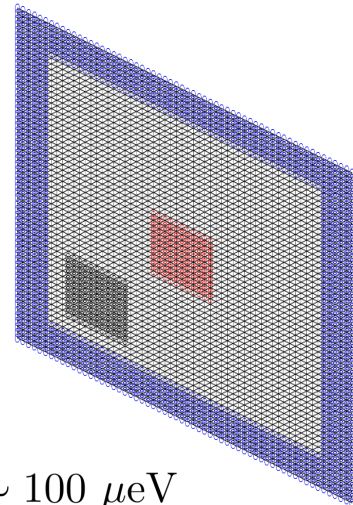
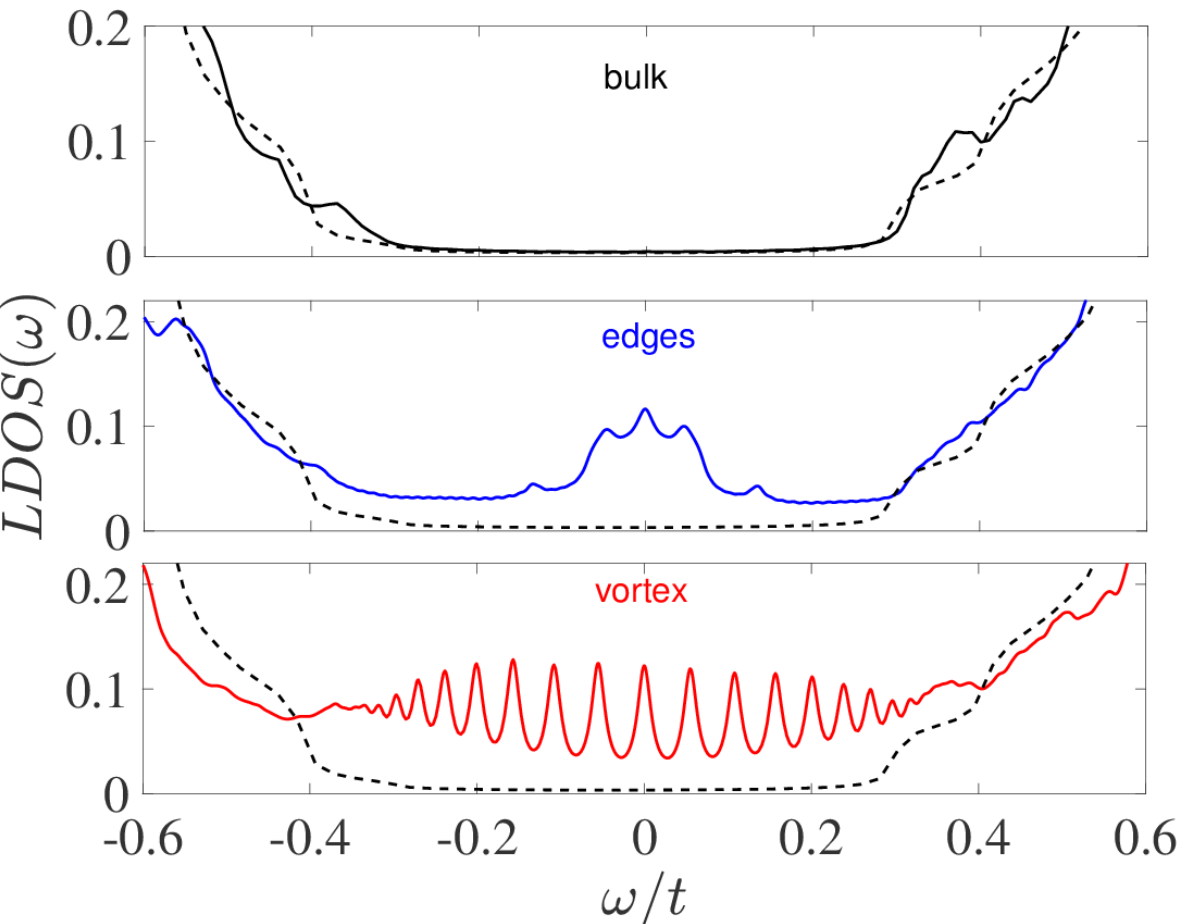
$\Delta = 0.2t;$   
 $h = t;$   
 $h_z = 0.1t;$   
 $N = 63;$

## Локальная плотность состояний

$$\langle c_{nm\sigma}^\dagger c_{nm\sigma} \rangle = \sum_{j, \varepsilon_j > 0} \left[ |u_{j, nm\sigma}|^2 \langle \alpha_j^\dagger \alpha_j \rangle + |v_{j, nm\sigma}|^2 \langle \alpha_j \alpha_j^\dagger \rangle \right],$$

$$\rho(\mathbf{R}_f, \omega) = \sum_{\sigma} \sum_{j, \varepsilon_j > 0} \left[ |u_{j, nm\sigma}|^2 \delta(\omega - \varepsilon_j) + |v_{j, nm\sigma}|^2 \delta(\omega + \varepsilon_j) \right],$$

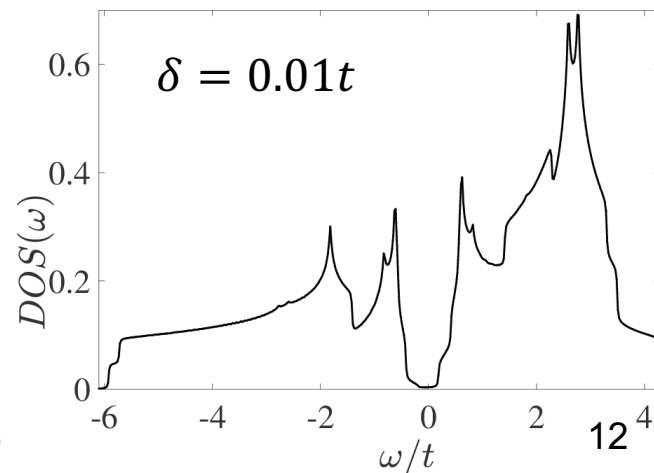
$$LDOS_v(\omega) = \frac{1}{N_W} \sum_{|x_f - x_v| < W} \sum_{|y_f - y_v| < W} \rho(\mathbf{R}_f, \omega).$$



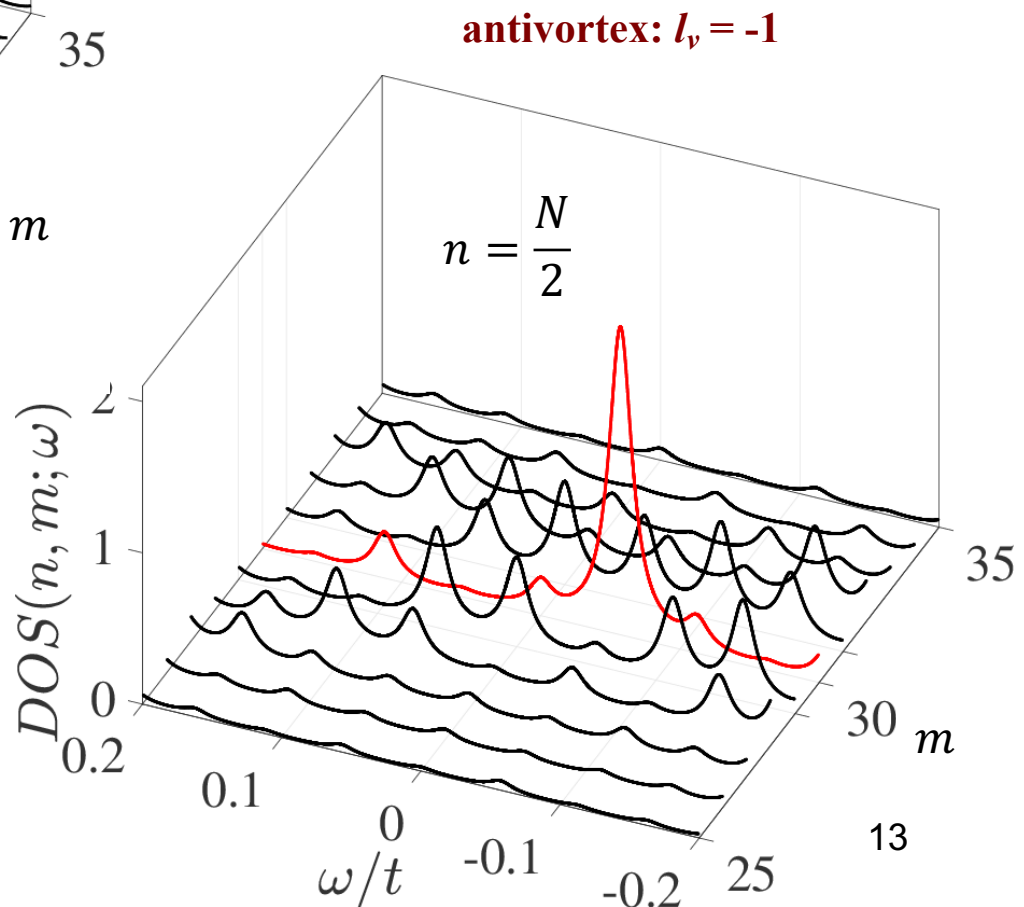
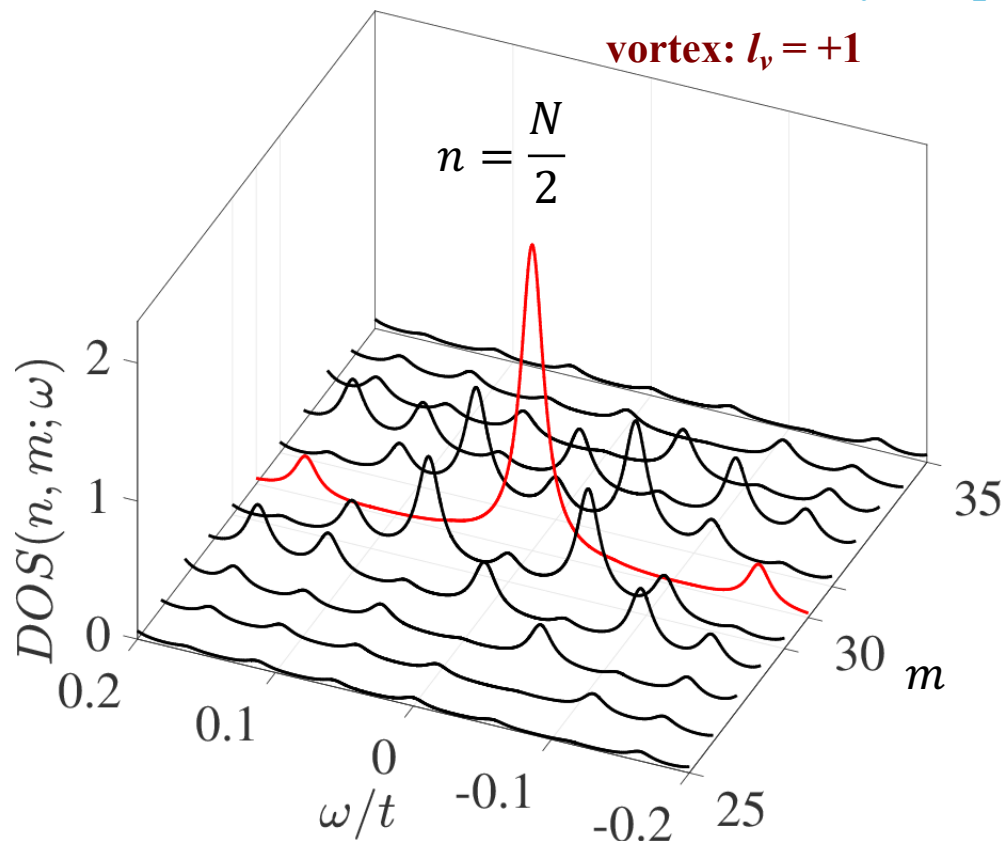
$$\frac{\Delta^2}{\varepsilon_F} \sim 100 \mu\text{eV}$$

STM resolution  $\sim 10 \mu\text{eV}$

$$\varepsilon_\nu^{d+id} = 4\nu \frac{|\tilde{\Delta}|^2}{\tilde{t}} (k_F a)^2 C.$$



# Разница между вихрем и антивихрем



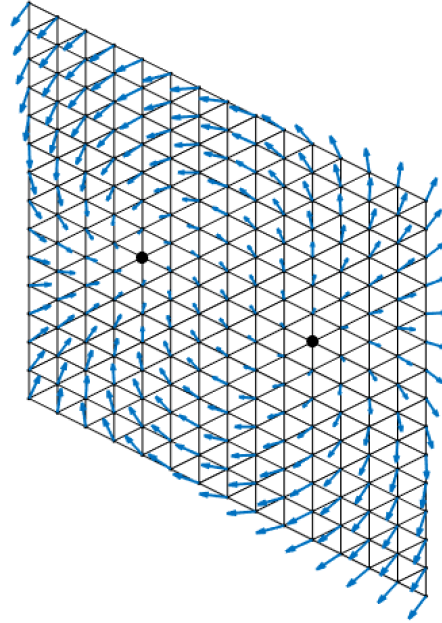
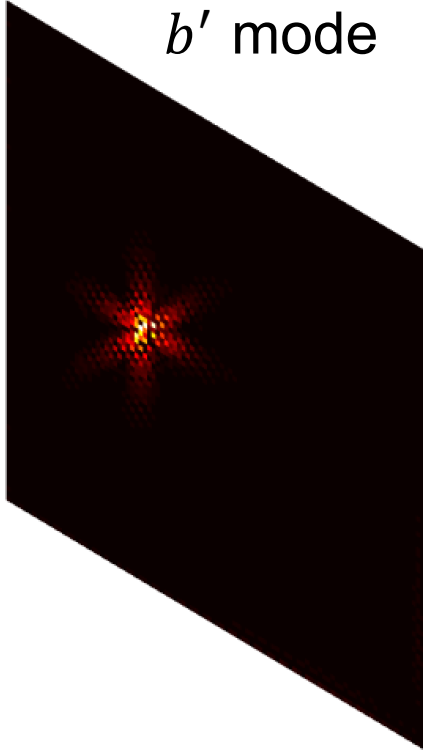
Y. E. Kraus, A. Auerbach, H. A. Fertig, and S. H. Simon, Majorana Fermions of a Two-Dimensional  $p_x + i p_y$  Superconductor, Phys. Rev. B 79, 134515 (2009).

D. Lee and A. P. Schnyder, Structure of Vortex-Bound States in Spin-Singlet Chiral Superconductors, Phys. Rev. B 93, 064522 (2016).

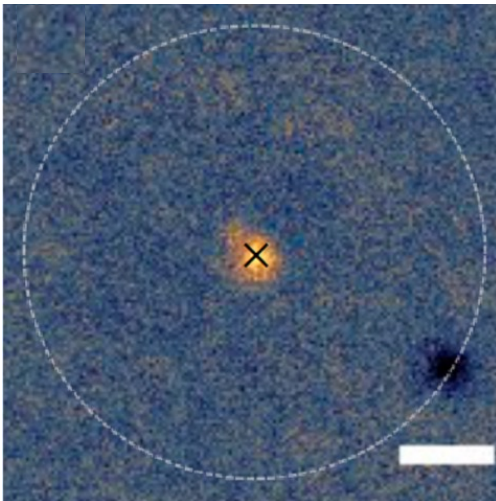
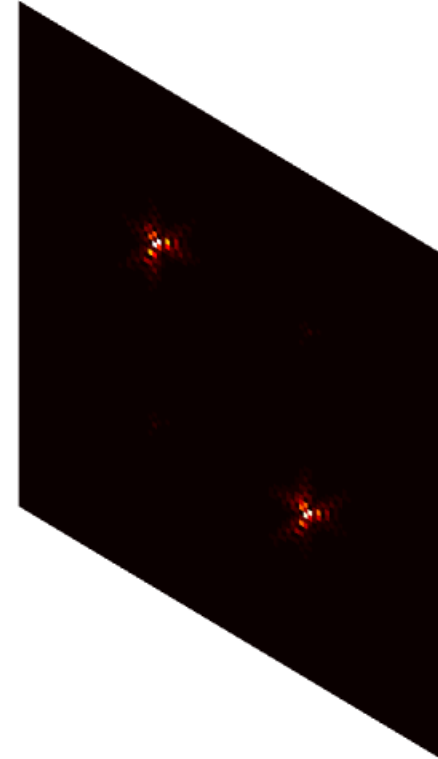
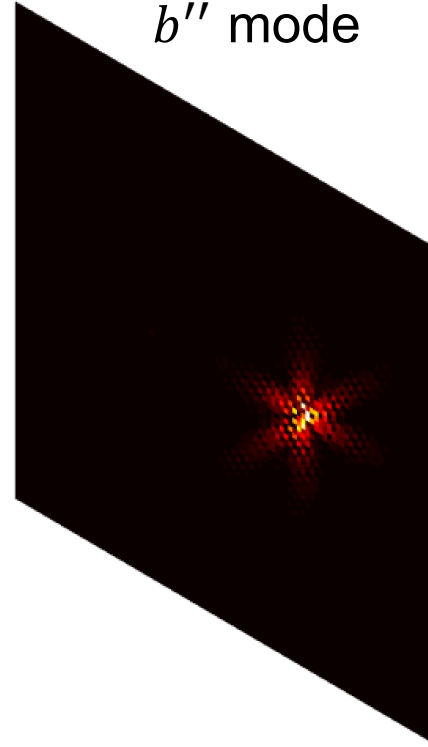
## Два вихря

$$N_s = 99;$$
$$\mu = -0.389 t;$$

$b'$  mode



$b''$  mode

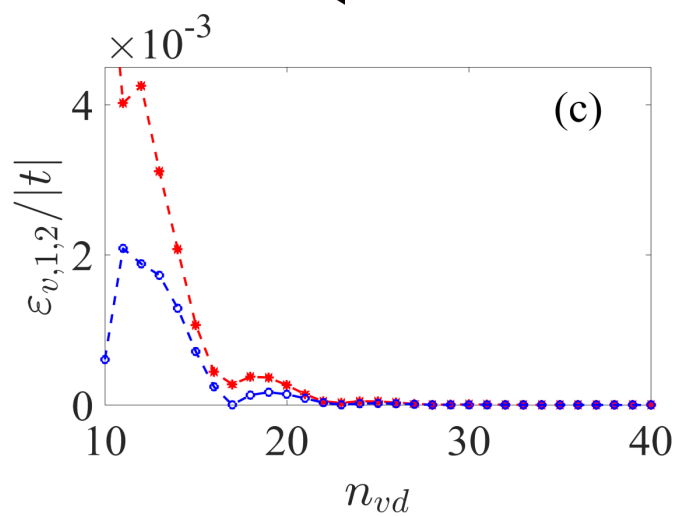
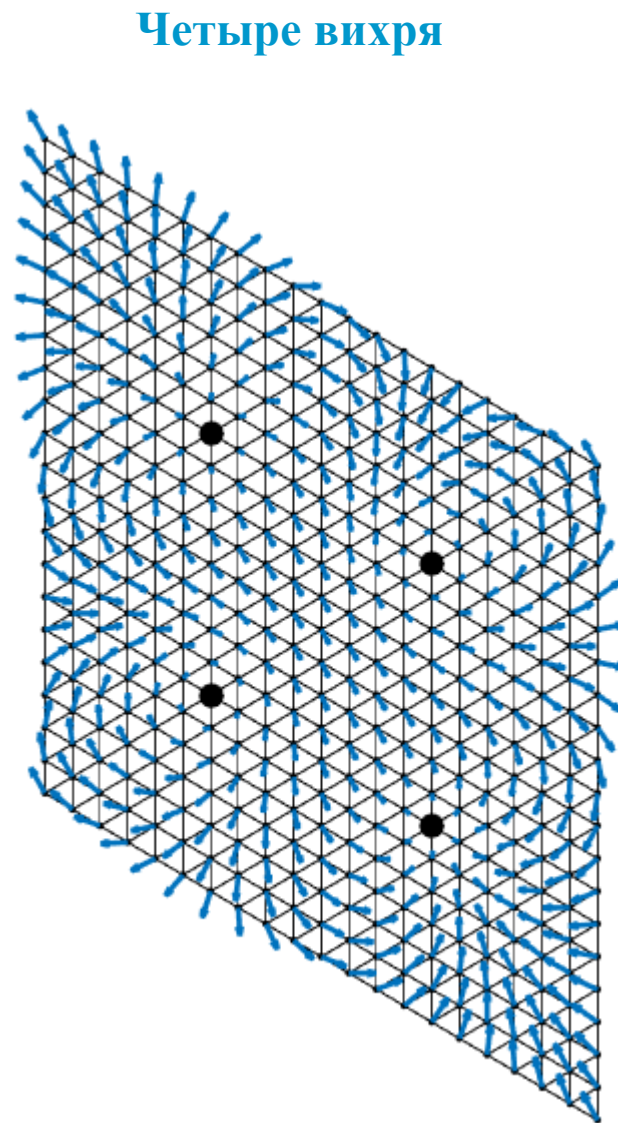
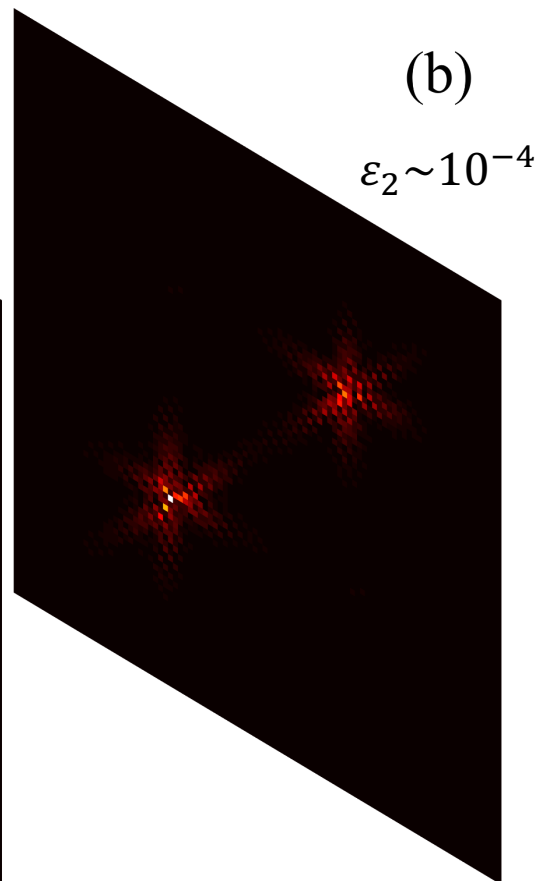
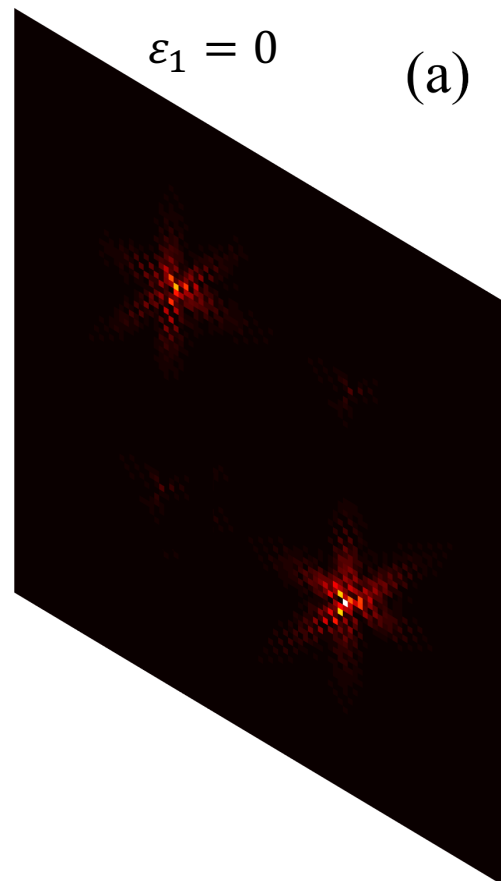


I. S. Veshchunov, W. Magrini, S. V. Mironov, A. G. Godin, J.-B. Trebbia, A. I. Buzdin, P. Tamarat, and B. Lounis, *Nat Commun* 7, 12801 (2016).

A. Rochet, V. Vadimov, W. Magrini, S. Thakur, J.-B. Trebbia, A. Melnikov, A. Buzdin, P. Tamarat, and B. Lounis, *Nano Lett.* 20, 6488 (2020).

A. Kremen, S. Wissberg, N. Haham, E. Persky, Y. Frenkel, and B. Kalisky, *Nano Lett.* 16, 1626 (2016).

J.-Y. Ge, V. N. Gladilin, J. Tempere, J. Devreese, and V. V. Moshchalkov, *Nano Lett.* 17, 5003 (2017).





## Заключение

Показано формирование майорановских вихревых мод (МВМ), локализованных вблизи вихревых нитей, в структуре с треугольной решеткой, содержащей сверхпроводящий слой и магнитный слой со 120-градусным спиновым упорядочением.

Нетривиальная топология сверхпроводящей фазы связана именно с неколлинеарным магнетизмом, а не со спин-орбитальной связью.

Проведенные расчеты локальной плотности состояний показали возможность наблюдения резонансов от МВМ в дифференциальной проводимости, измеряемой в ядрах вихрей с помощью иглы сканирующего туннельного микроскопа, в отличие от мод, локализованных вблизи границы структуры.

A.O. Zlotnikov, Phys. Rev. B 107, 144513 (2023).

# Спасибо за внимание!

# Энергия возбуждения связанных состояний при наличии неколлинеарного магнитного порядка

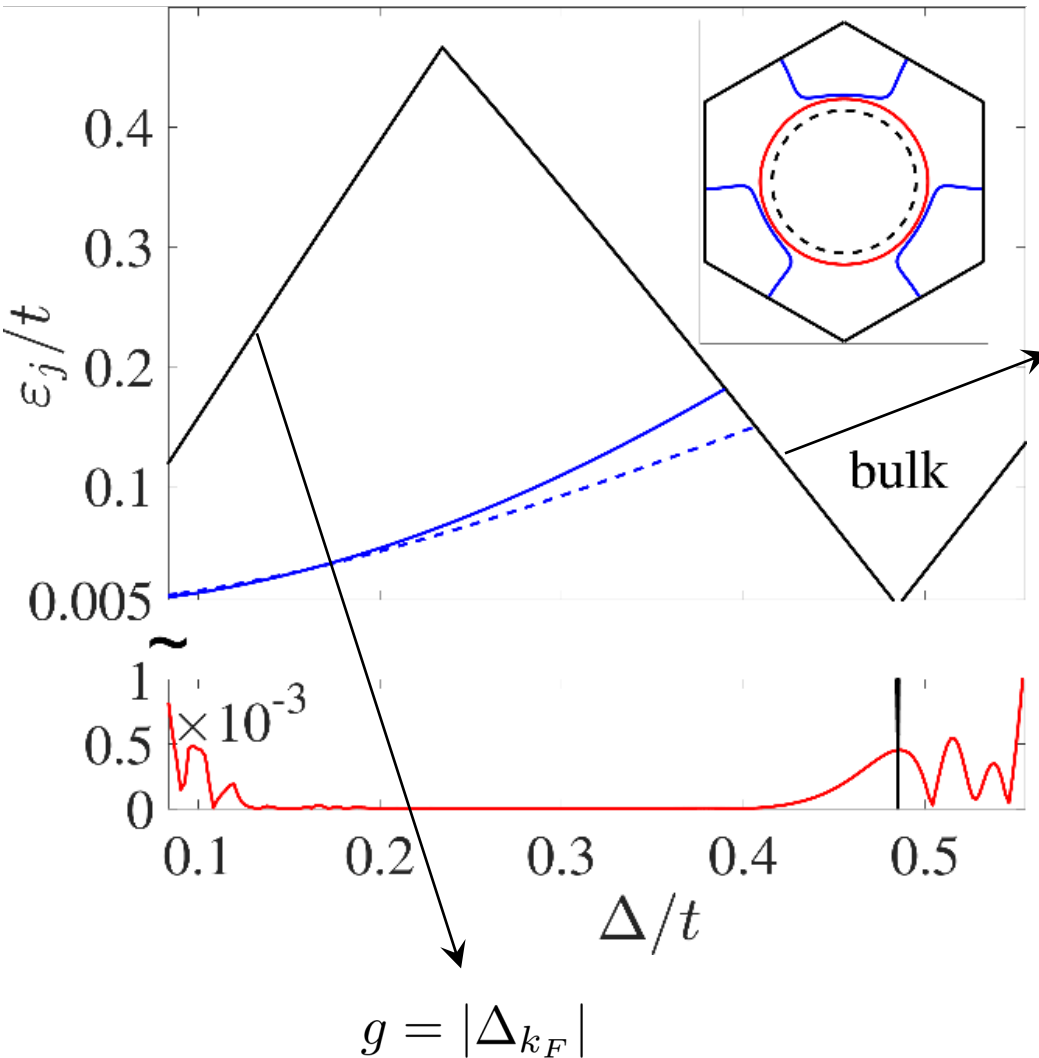
$$\epsilon_\nu^s = 2\nu \frac{|\tilde{\Delta}|}{k_F \xi} C.$$

$$\epsilon_\nu^s = 4\nu \frac{|\tilde{\Delta}|^2}{\epsilon_F} C.$$

$$\tilde{\Delta} \rightarrow \tilde{\Delta} (k_F a)^2$$

$$\epsilon_\nu^{d+id} = 2\nu |\tilde{\Delta}| \frac{k_F a}{\xi/a} C.$$

$$\epsilon_\nu^{d+id} = 4\nu \frac{|\tilde{\Delta}|^2}{\tilde{t}} (k_F a)^2 C.$$



**D. Lee and A. P. Schnyder, Structure of Vortex-Bound States in Spin-Singlet Chiral Superconductors, Phys. Rev. B 93, 064522 (2016).**

$$h = t;$$

$$g = \left| \sqrt{(t - \mu)^2 + 4\Delta^2} - h \right|$$

