



МГУ Саров

Филиал Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в городе Сарове

Анализ степенных поправок по ширине нестабильной частицы к квадрату амплитуды процесса с её участием

Докладчик: студент 1-ого курса магистратуры

Ефремов Николай Федорович

МГУ
САРОВ
МГУ
САРОВ
МГУ
САРОВ

Цель работы:

Исследовать влияние поправок по степеням отношения ширины нестабильной частицы к её массе на полное сечение и выяснить, когда они оказываются существенными.

Задачи:

- Рассмотреть различные реакции с образованием промежуточной нестабильной частицы;
- Сравнить полные сечения для этих реакций между стандартной формулой Брейта-Вигнера с фиксированной шириной и альтернативным подходом, рассматриваемым в литературе;
- Проанализировать степень влияния поправок на полное сечение.

Актуальность:

Данное исследование может оказаться важным для достижения высоких точностей экспериментов, а также для расчётов процессов с участием новых гипотетических частиц с, возможно, большими ширинами распадов.

Формула Брейта-Вигнера и комплексная масса

Формула Брейта-Вигнера — это широко известное соотношение для амплитуды процесса с образованием нестабильной частицы, обеспечивающей возникновение резонанса в полном сечении. Здесь m – масса, Γ – ширина промежуточной нестабильной частицы.

$$\begin{aligned}\mu &= m - i\frac{\Gamma}{2}, \\ S &\sim \frac{1}{p^2 - \left(m - i\frac{\Gamma}{2}\right)^2}, \\ |S|^2 &\sim \frac{1}{\left(p^2 - m^2 + \frac{\Gamma^2}{4}\right)^2 + m^2\Gamma^2}.\end{aligned}\quad (2)$$

$$\begin{aligned}S &\sim \frac{1}{p^2 - m^2 + im\Gamma}, \\ |S|^2 &\sim \frac{1}{(p^2 - m^2)^2 + m^2\Gamma^2}.\end{aligned}\quad (1)$$

Оказывается, что в таких процессах имеет смысл рассматривать комплексную массу, которая приводит к возникновению добавки в виде квадрата ширины нестабильной частицы в знаменателе пропагатора [1].

Откуда возникает поправка?

Рассмотрим диаграммы с петлевыми поправками к пропагатору нестабильной частицы и просуммируем их:

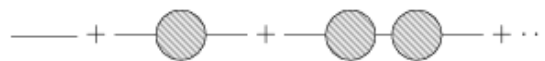


Рис. 1. Диаграммы с петлевыми поправками к пропагатору

Возникает ряд:

$$\frac{i}{p^2 - m_B^2 + i\epsilon} \left\{ 1 - \frac{\Pi(p^2)}{p^2 - m_B^2 + i\epsilon} + \dots \right\} = \frac{i}{p^2 - m_B^2 + \Pi(p^2) + i\epsilon}, \quad (3)$$

где m_B - голая масса, откуда получаем полюс: $\mu^2 - m_B^2 + \Pi(\mu^2) = 0$, и, подставляя в (3)

$$\frac{i}{p^2 - \mu^2 + \Pi(p^2) - \Pi(\mu^2) + i\epsilon}. \quad (4)$$

Применяя преобразование Фурье по энергии и пользуясь теоремой о вычетах, находим

$$\mu = m - i\frac{\Gamma}{2}. \quad (5)$$

Учёт фона

Рассмотрим процесс, в котором может образоваться нестабильная частица и, например, фотон:

$$\frac{A}{s} + \frac{B}{s - \left(m - i\frac{\Gamma}{2}\right)^2}, \quad (6)$$

где A и B – некоторые функции s , которые в области резонанса можно считать постоянными. Примером такого процесса может служить $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ с образованием виртуального фотона или Z -бозона.

При возведении этого выражения в квадрат получаем три слагаемых: вклад фона (рождение виртуального фотона), вклад резонанса (рождение Z -бозона) и интерференция между ними (считая, что A и B – вещественные функции):

$$S \sim \frac{A^2}{s^2} + \frac{B^2}{\left(s - m^2 + \frac{\Gamma^2}{4}\right)^2 + m^2\Gamma^2} + \frac{2AB\left(s - m^2 + \frac{\Gamma^2}{4}\right)}{\left(s - m^2 + \frac{\Gamma^2}{4}\right)^2 + m^2\Gamma^2}. \quad (7)$$

Мы видим, что при $\Gamma \ll m$ получается обычная формула Брейта-Вигнера с фиксированной шириной.



Примеры процессов

Рассмотрим полное сечение реакции $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ [2]:

$$\sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} \{Q_f^2 - 2\chi_1 v_e v_f Q_f + \chi_2 (a_e^2 + v_e^2)(a_f^2 + v_f^2)\},$$

$$\chi_1 = \frac{1}{16 \sin^2 \theta_W \cos^2 \theta_W} \frac{s(s - M_Z^2)}{(s - M_Z^2)^2 + M_Z^2 \Gamma_Z^2}, \chi_2 = \frac{1}{256 \sin^2 \theta_W \cos^2 \theta_W} \frac{s^2}{(s - M_Z^2)^2 + M_Z^2 \Gamma_Z^2}. \quad (8)$$

Также рассмотрим процесс реакции с рождением single-top кварка с образованием гипотетического W' -бозона [3]:

$$\begin{aligned} \sigma = & \frac{\pi\alpha_W^2}{6} V_{tb}^2 V_{ud}^2 \frac{(s - M_t^2)(2s + M_t^2)}{s^2} \left[\frac{1}{(s - m_W^2)^2 + \gamma_W^2 m_W^2} + \right. \\ & + 2a_{ud}^L a_{tb}^L \frac{(s - m_W^2)(s - M_{W'}^2) + \gamma_{W'}^2 \Gamma_{W'}^2}{((s - m_W^2)^2 + \gamma_W^2 m_W^2)((s - M_{W'}^2)^2 + \Gamma_{W'}^2 M_{W'}^2)} + \\ & \left. + \frac{a_{ud}^{L^2} a_{tb}^{L^2} + a_{ud}^{R^2} a_{tb}^{R^2} + a_{ud}^R a_{tb}^L + a_{ud}^L a_{tb}^R}{(s - M_{W'}^2)^2 + \Gamma_{W'}^2 M_{W'}^2} \right]. \quad (7) \end{aligned}$$

Прескрипция Вилленброка проявляется в замене $s - m^2 \rightarrow s - m^2 + \frac{\Gamma^2}{4}$ для неустойчивой частицы.

2) Particle Data Group. Cross Section Formulae // Review of Particle Physics. — 2000. — Режим доступа: <https://pdg.lbl.gov/2000/crosssecrpp.pdf>, свободный. — Загл. с экрана. — Формулы (35.13), (35.14).

3) E. Boos, V. Bunichev, L. Dudko, M. Perfilov. Interference between W' and W in single-top quark production processes: препринт / arXiv:hep-ph/0610080v3. — 2007. — Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/hep-ph/0610080v3>, свободный.

Примеры процессов

На рисунке 2 показан график полного сечения для процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ по формуле Брейта-Вигнера с фиксированной шириной и с поправкой Вилленброка. Также приведено поведение фона (серая линия). Под графиком приведены процентные отклонения между формулами. Сдвиг максимума составляет 0.0089% по сравнению с пиком, даваемым формулой Брейта-Вигнера.

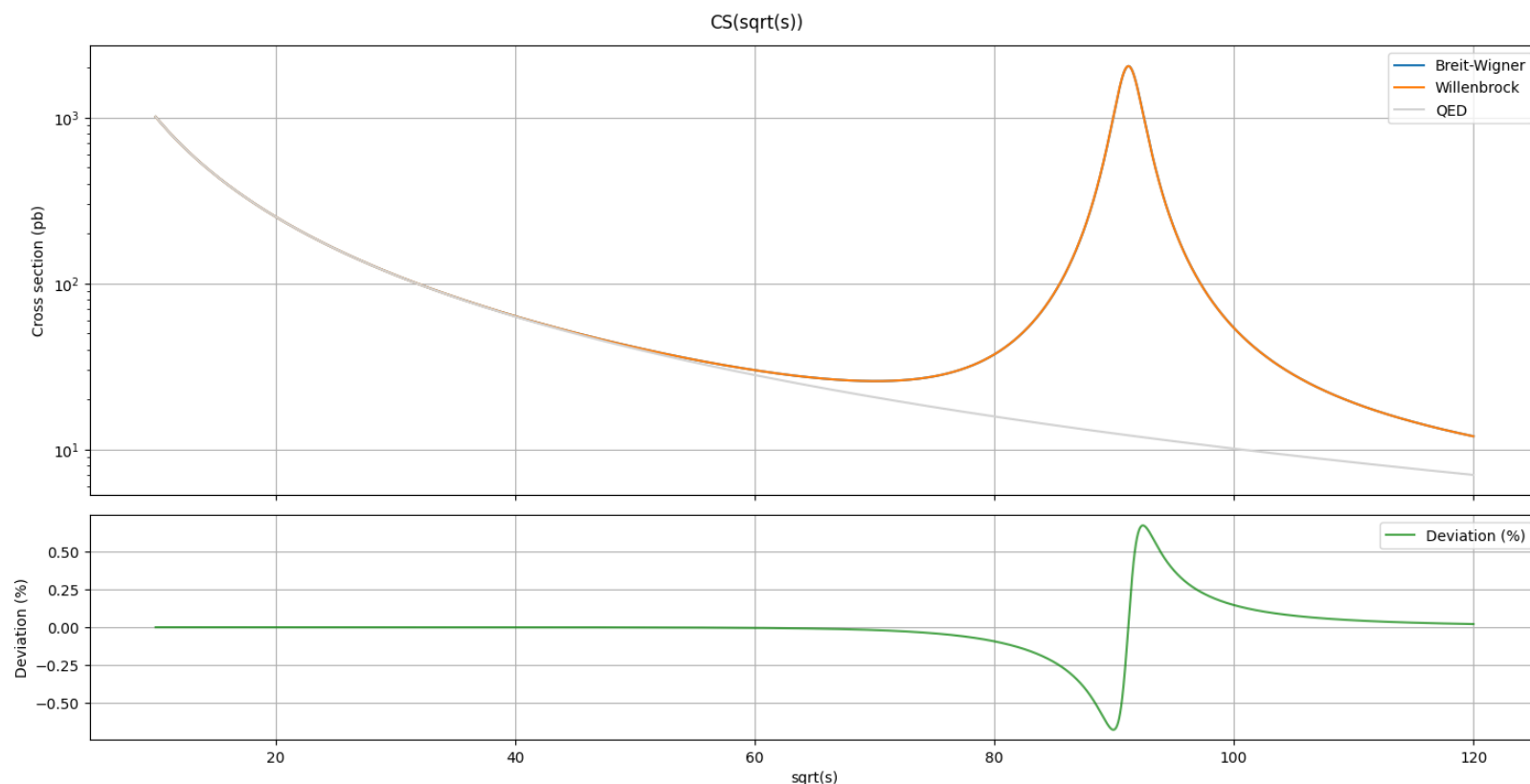


Рис. 2. Пример полного сечения для Z-бозона.

Примеры процессов

На рисунке 3 показан график полного сечения для процесса $u\bar{d} \rightarrow t\bar{b}$. В этом процессе может образоваться гипотетическая частица - W' -бозон. На графике его масса считается равной 600 GeV, ширина в 20 раз меньше (что приблизительно соответствует W -бозону). Сокращения rh и lh означают right-handed и left-handed взаимодействия. В случае right-handed интерференция между фоном и резонансом отсутствует. На графике наблюдается ярко выраженный минимум в случае left-handed взаимодействия, значение которого близко к нулю.

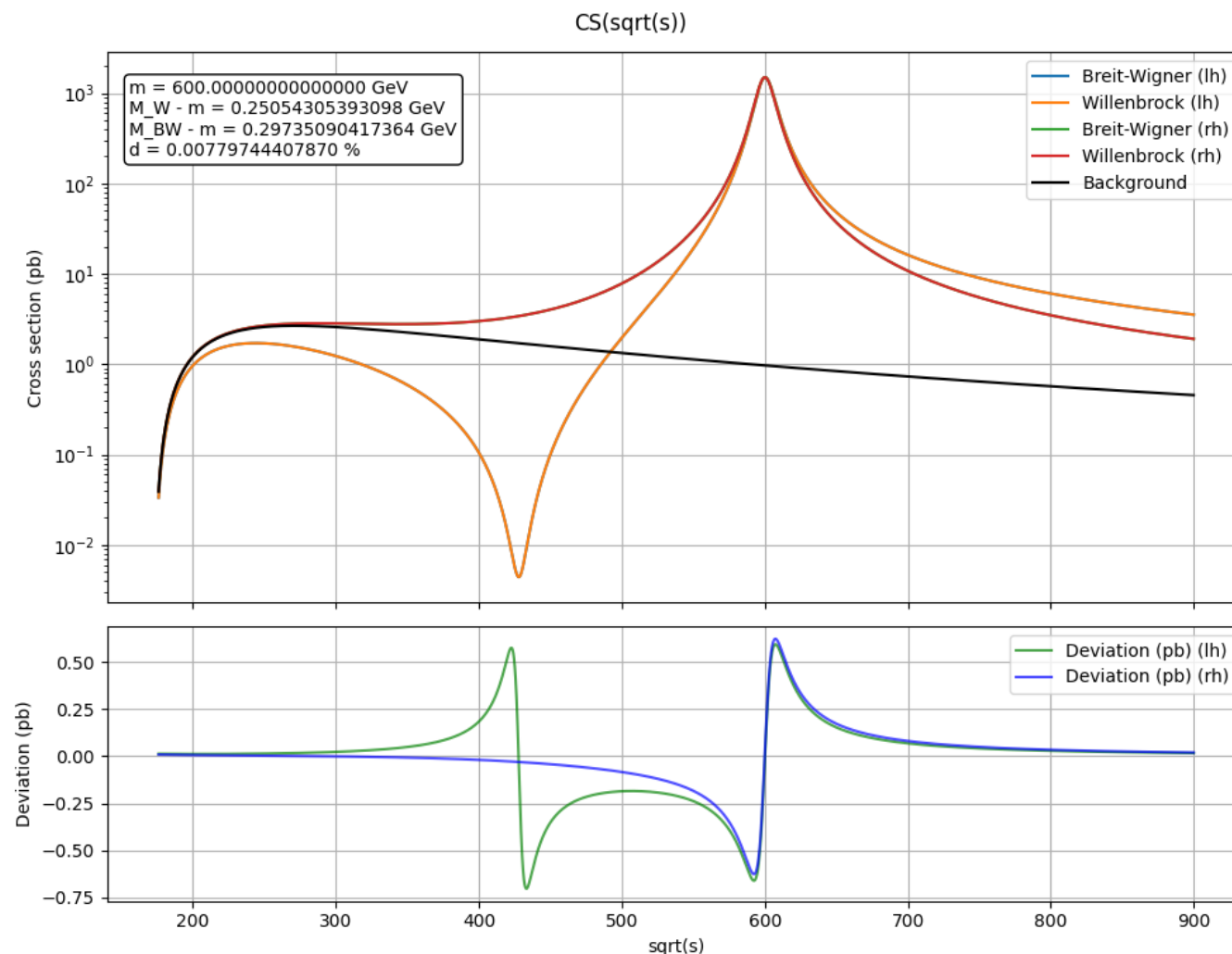


Рис. 3. Процесс с W' -бозоном (масса 600 GeV).

Величина отклонения

Найдём поправку в максимум, даваемую формулой Вилленброка по сравнению с результатом по Брейту-Вигнеру. В области резонанса фон меняется мало, так что $\frac{A}{s} \sim \frac{A}{m^2}$, где m – масса нестабильной частицы. Находя максимум выражений

$$\frac{A^2}{m^4} + \frac{B^2}{(s - m^2)^2 + m^2\Gamma^2} + \frac{2AB}{(s - m^2)^2 + m^2\Gamma^2} \text{ и } \frac{A^2}{m^4} + \frac{B^2}{\left(s - m^2 + \frac{\Gamma^2}{4}\right)^2 + m^2\Gamma^2} + \frac{2AB}{\left(s - m^2 + \frac{\Gamma^2}{4}\right)^2 + m^2\Gamma^2},$$

получим уравнения второй степени по s . Находя разность между большими корнями (что отвечает максимуму), получим величину относительной поправки в максимум

$$\frac{p_{BW} - p_W}{p_{BW}} \sim \frac{\Gamma^2}{8m^2},$$

где p_{BW} и p_W – соответственно максимум по Брейту-Вигнеру и Вилленброку. Для Z -бозона она составляет $\approx 0.00936\%$, для W' -бозона – $\approx 0.00781\%$. В энергетических единицах отклонение составляет соответственно $\approx 8.5 \text{ MeV}$ и $\approx 46.9 \text{ MeV}$. В сравнении с массами отклонение несущественное, но оно может сыграть роль в точных измерениях.

Также в литературе сравнивается отклонение между модели с комплексной массой и формулой Брейта-Вигнера с бегущей шириной: $\sim \frac{3\Gamma^2}{8m^2}$ [4].

Влияние ширины

На рисунке 4 показан график полного сечения для процесса $u\bar{d} \rightarrow t\bar{b}$. На нём в числителе интерференции отброшена ширина частицы. В минимуме lh наблюдается отклонение больше 20%. Однако, несмотря на столь большую величину, оно не столь существенно – значения в минимуме близки к нулю, и незначительные отклонения будут относительно заметны ввиду малости значений в данной области.

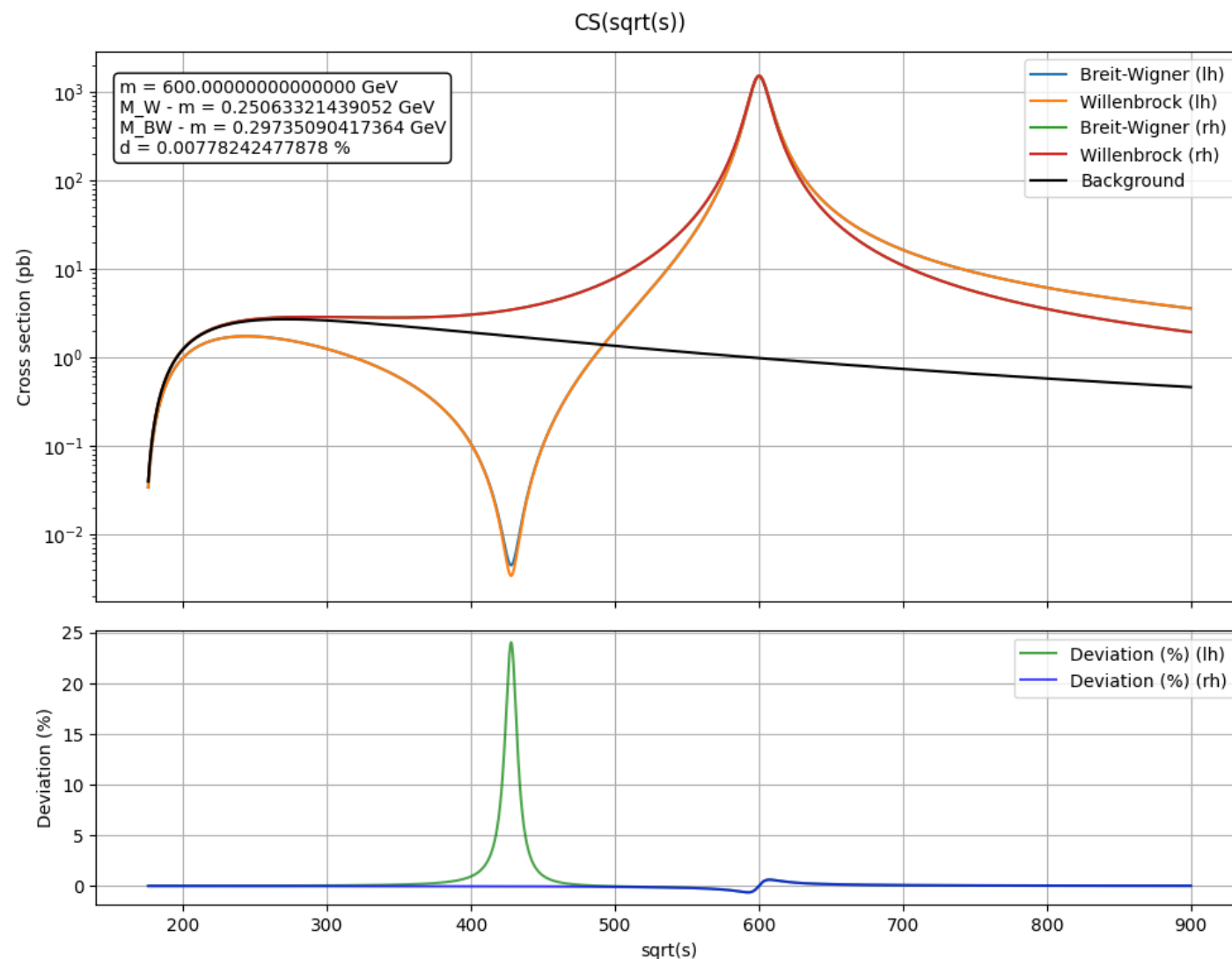


Рис. 4. Процесс с W' -бозоном (масса 600 GeV).

Заключение

■ В данной работе мы рассмотрели влияние учёта квадрата ширины нестабильной частицы на различные процессы с их участием. Оказалось, что для хорошо известной реакции аннигиляции электрон-позитронной пары отклонения не оказываются столь существенными, однако могут сказаться на высокоточных измерениях.

■ В реакциях с образованием новых гипотетических частиц в высокоэнергетических областях относительная поправка также не оказалась существенной. Однако учёт ширин в числителе интерференции оказался важным в минимуме сечения реакции и может достигать значительных процентных отклонений.

■ Возникает вопрос калибровочной инвариантности: квадраты ширин в числителе интерференции могут нарушать её. В целом, проблема определения ширин частицы в квантовой теории поля далека от своего строго логического завершения, поэтому дальнейшие исследования данного вопроса имеют определённый смысл.



МГУ Саров

Спасибо за внимание!