О возможности образования гигантских черных дыр в очень ранней вселенной

(On the possible formation of the giant black holes in the very early universe)

Виктор Березин и Вячеслав Докучаев

Институт ядерных исследований РАН

Сессия-конференция Секции ядерной физики ОФН РАН
«Физика фундаментальных взаимодействий» ИЯФ СО РАН
Новосибирск — 2026

Предлагается модель рождения вселенной из “ничего”', основанной на идее индуцированной гравитации А.Д. Сахарова. Рассматривается вариант рождения частиц скалярным полем. Действие для материи в форме идеальной жидкости оказывается автоматически инвариантным относительно конформного преобразования Г. Вейля. Это, в частности, приводит к тому, что массы пылевидных частиц (с равным нулю давлением) линейно растут с ростом скалярного поля. Если при рождении вселенной рождаются (помимо всего прочего) частицы пыли, то рост скалярного поля должен привести к появлению черных дыр (по аналогии с максимонами М.А. Маркова и планкеонами К.П. Станюковича). Эти черные дыры, несомненно, также должны описываться гидродинамически как частицы пыли, поскольку взаимодействие между ними исключительно гравитационное. Следовательно, их массы также будут увеличиваться с ростом скалярного поля. Энергия для этого черпается из энергии скалярного поля, которое по самому своему построению скорее напоминает знаменитое С-поле Хойла и Нарликара для модели квази-стационарной вселенной.

Модель: постулаты и ингредиенты

1. Риманова геометрия
2. Модифицированная (“нулевая”) гравитация А.Д. Сахарова (1967)
3. Конформная инвариантность:
4. Феноменологическое описание рождения частиц жидкости

Действие: $S_{\rm tot} = S_{\rm grav} + S_{\rm m}$
$S_{\rm m}$ — действие для материи

1. А.Д. Сахаров: $S_{\rm grav} = 0 \Rightarrow S_{\rm tot} = S_{\rm m}$
2. Локальное конформное преобразрвание (Hermann Weyl)
   $ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = \Omega^2(x)\hat{g}_{\mu\nu}dx^\mu$
   $\Omega(x)$ — конформный фактор
   Конформное преобразование не затрагивает систему координат $x = (t, r, \theta, \varphi)$!
3. Конформная инвариантность:
   $$\frac{\partial S_{\rm m}}{\partial \Omega} = \frac{\partial S_{\rm m}}{\partial \Psi}\frac{\partial \Psi}{\partial \Omega}$$
   Ψ — коллективная динамическая переменная
4. принцип наименьшего действия с закрепленными концами $\partial S_{\rm m}/\partial\Psi = 0 \Rightarrow \partial S_{\rm m}/\partial\Omega = 0$!

Эйлерово описание (J.B. Ray, Lagrangian density for perfect fluids in general relativity, JMP, 13, 1451, 1972)

$$S_{\mathrm{hydro}} = -\int \varepsilon(X,n)\sqrt{-g}\,d^4x + \int \lambda_0(u^\mu u_\mu - 1)\sqrt{-g}\,d^4x$$

$$+\int \lambda_1 (nu^\mu)_{;}\sqrt{-g}\,d^4x + \int \lambda_2 X_{,\mu}u^\mu\sqrt{-g}\,d^4x$$

Динамические переменные:

$n(x)$ — плотность числа частиц
$u^\mu(x)$ — векторное поле
X — вспомогательная переменная = нумерация траекторий
$\lambda_0,\ \lambda_1,\ \lambda_2$ — лагранжевы множители

Связи:

$$\begin{cases} u^\mu u_\mu - 1 = 0 & \text{нормировка 4-скорости} \\ (nu^\mu)_{;\mu} = 0 & \text{закон сохранения числа частиц} \\ X_{,\mu}u^\mu = 0 & \Rightarrow \text{ на траектории } X = \text{const}\ (u^0 = 1,\ u^i = 0) \end{cases}$$

";" - ковариантная производная по метрике $g_{\mu\nu}$

Модификация с учетом рождения частиц
Феноменологическое описание (V.A. Berezin 1987)

$$(nu^\mu)_{;\mu} = 0 \quad \Rightarrow \quad (nu^\mu)_{;\mu} - \Phi(inv) = 0$$

Φ — функция от инвариантов динамичесмких переменных и их производных.

Каким может быть $\Phi(inv)$?

Конформное преобразование:

$$n = \frac{\hat{n}}{\Omega^3}, \quad u^\mu = \frac{dx^\mu}{ds} = \frac{1}{\Omega}\frac{dx^\mu}{d\hat{s}} = \frac{1}{\Omega}\hat{u}^\mu, \quad \sqrt{-g} = \Omega^4\sqrt{-\hat{g}}$$

Риманова геометрия:

$$(nu^\mu)_{;\mu} = \frac{(n\sqrt{-g}u^\mu)_{,\mu}}{\sqrt{-g}}$$

"," — частная производная

$$(nu^\mu)_{;\mu}\sqrt{-g} = (nu^\mu)_{,\mu} = \left(\frac{\hat{n}}{\Omega^3}\Omega^4\sqrt{-\hat{g}}\frac{\hat{u}^\mu}{\Omega}\right)_{,\mu} = (\hat{n}\hat{u}^\mu)_{|\mu}\sqrt{-\hat{g}}$$

"|" — ковариантная производная по метрике $\hat{g}_{\mu\nu}$

$(nu^\mu)_{;\mu}$ — конформный инвариант

$\Phi(inv)$ — конформный инвариант

Риманова геометрия

Тензор кривизны Римана: $R^{\mu}{}_{\nu\lambda\sigma} = \frac{\partial\Gamma^{\mu}_{\nu\sigma}}{\partial x^{\lambda}} - \frac{\partial\Gamma^{\mu}_{\nu\lambda}}{\partial x^{\sigma}} + \Gamma^{\mu}_{\kappa\lambda}\Gamma^{\kappa}_{\nu\sigma} - \Gamma^{\mu}_{\kappa\sigma}\Gamma^{\kappa}_{\nu\lambda}$

Символы Кристоффеля: $\Gamma^{\mu}_{\nu\sigma} = \frac{1}{2}g^{\mu\nu}(g_{\kappa\nu,\sigma} + g_{\kappa\sigma,\nu} - g_{\mu\nu,\kappa})$

Тензор Риччи: $R_{\mu\nu} = R^{\lambda}{}_{\mu\lambda\nu} = g^{\lambda\sigma}R_{\lambda\mu\sigma\nu}$

Скаляр кривизны: $R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$

Тензор Вейля — бесследовая часть тензора Римана

$$C_{\mu\nu\lambda\sigma} = R_{\mu\nu\lambda\sigma} - \frac{1}{2}R_{\mu\lambda}g_{\nu\sigma} + \frac{1}{2}R_{\mu\sigma}g_{\nu\lambda} - \frac{1}{2}R_{\nu\sigma}g_{\mu\lambda}$$

$$+\frac{1}{2}R_{\nu\lambda}g_{\mu\sigma} + \frac{1}{6}R(g_{\mu\lambda}g_{\nu\sigma} - g_{\mu\sigma}g_{\nu\lambda}); \qquad C^2 = C^{\mu\nu\lambda\sigma}C_{\mu\nu\lambda\sigma}$$

$C_{\mu\nu\lambda\sigma}$ — полностью бесследовая часть тензора Римана

Главное (важное) свойство: $C^{\mu}{}_{\nu\lambda\sigma} = \hat{C}^{\mu}{}_{\nu\lambda\sigma}$

$\Rightarrow$ $C^2\sqrt{-g}$ — конформный инвариант

Рождение частиц скалярным полем $\varphi(x)$

Знаменитая конформно инварантная комбинация:

$$\varphi\Box\varphi - \frac{1}{6}\varphi^2 R$$

$\Box$ — даламбертиан, R — скаляр кривизны.

Отсюда следует, что функция Φ представима в виде:

$$\Phi = \alpha C^2 + \beta\left(\Box\varphi - \frac{1}{6}\varphi^2 R + \Lambda\varphi^4\right) \quad \text{добавлено} \quad \Lambda\varphi^4 \quad (\text{'t Hooft})$$

Но! Уже рожденные частицы суть реальные (не виртуальные) кванты того же поля φ.

$$\Phi = \alpha C^2 + \beta\left(\Box\varphi - \frac{1}{6}\varphi^2 R + \Lambda\varphi^4\right) + \varepsilon_1(n).$$

Рождение частиц скалярным полем $\varphi(x)$
Окончательная форма действия

Действие для рождения частиц скалярным полем $\varphi(x)$ в итоге представимо в виде:

$$S_{tot} = S_m = -\int \varepsilon(X, n)\sqrt{-g}\,d^4x + \int \lambda_0(u^\mu u_\mu - 1)\sqrt{-g}\,d^4x$$

$$+\int \lambda_1\Big\{(nu^\mu)_{;\mu} - \Phi\Big\}\sqrt{-g}\,d^4x + \int \lambda_0 X_{,\mu}u^\mu\sqrt{-g}\,d^4x,$$

где

$$\Phi = \alpha C^2 + \beta\Big(\Box\varphi - \frac{1}{6}\varphi^2 R + \Lambda\varphi^4\Big) + \varepsilon_1(n),$$

λ_0 и λ_1 — Лагранжевы множители, C^2 — квадрат тензора Вейля, α и β — численные константы.

Конформная инвариантность $\Rightarrow$

$$\varphi \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} + 3\mathrm{n} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathrm{n}} = 4\mathrm{n}$$

Решение:

$$\varepsilon = \mathrm{F}(\mathrm{x})\varphi^4, \qquad \mathrm{x} = \frac{\mathrm{n}}{\varphi^3}$$

Аналогично для ε_1.

Пылевидная материя:

$$\varepsilon = \mathrm{mn}$$

m — масса одной частицы

$$\mathrm{F} = \mu_1 \mathrm{x} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \mu_1 \mathrm{n} \varphi, \quad \mathrm{m} = \mu_1 \varphi$$

Масса пылевидных частиц растет с ростом скалярного поля φ!!!

Результаты. Перспективы. Наблюдательные ограничения.

На основе идеи индуцированной гравитации Андрея Дмитриевича Сахарова разработана модель рождения вселенной из “ничего”. Рассмотрен вариант рождения частиц скалярным полем. Действие для материи в форме идеальной жидкости оказывается автоматически инвариантным относительно конформного преобразования Германа Вейля. Эти черные дыры, несомненно, также должны описываться гидродинамически как частицы пыли, поскольку взаимодействие между ними исключительно гравитационное. Следовательно, их массы также будут увеличиваться с ростом скалярного поля. Энергия для этого черпается из энергии скалярного поля, которое по самому своему построению скорее напоминает С-поле Хойла и Нарликара для модели стационарной Вселенной с рождением частиц и с “неправильным” знаком кинетического члена.

Рост масс образующихся массивных черных дыр должен ограничиваться конечным временем современного экспоненциально быстрого расширения Вселенной, чтобы они оставались многочисленными в окрестности нашей Галактики.

Дополнительные слайды для ответов на вопросы

Нулевая гравитация А.Д. Сахарова: $\partial S_m/\partial\Omega = 0$
Пыль: черные дыры — это пыль! $(p = 0)$

$$\frac{\partial}{\partial\Omega}\int \varepsilon\sqrt{-g}d^4x = 0$$

$\varepsilon = F(x)\varphi^4, \quad x = n/\varphi^3$, $\varepsilon\sqrt{-g}$, $\varepsilon = F(x)\varphi^4, \quad x = n/\varphi^3$ — конформные инварианты.

$\varepsilon = F(x)\varphi^4, \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_1 = F_1(x)\varphi^4.$

Далее используем F и F_1 вместо ε и ε_1

$p = n\partial\varepsilon/\partial n - \varepsilon = 0 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon \propto n \quad \Rightarrow \quad F(x) \propto x = n/\varphi^3 \quad \Rightarrow$

$\mu_1\varphi$ — масса 1-й частицы пыли

(2+2) разложение метрики

$$ds^2 = \hat{g}_{ik} dx^1 dx^k - r^2(x)\left(d\gamma^2 + \sin^2\theta\phi^2\right)$$

$$ds^2 = r^2(x)\left\{\gamma_{ik} dx^i dx^k - \left(d\gamma^2 + \sin^2\theta\phi^2\right)\right\}$$

Используем символ "тильда" (tilde) для обозначения двумерных метрик:

$\tilde{R} = (1/2)\gamma^{ik}$ — кривизна по двумерной метрике γ^{ik}

$$ds^2 = \hat{g}_{ik} dx^1 dx^k - r^2(x)\left(d\gamma^2 + \sin^2\theta\phi^2\right)$$

$$\gamma^{ik} = A\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad A \text{ — конформный фактор}$$

Тензор Эйнштейна $G_{ik} = \hat{G}_{ik} + (d-2)\{\ldots\}, \quad ds^2 = \Omega^2 d\hat{S}^2$

$$\tilde{R}_{|i|k} = \tilde{R}_{,i|k} = \tilde{R}_{,i,k} - \tilde{\Gamma}_{ik}\tilde{R}_{,l}$$

$\tilde{R}$ — двумерные координаты; $\dot{\tilde{R}} = 0$, $\tilde{R}' = 1 \Rightarrow \tilde{R}_{|i|k} = -\tilde{\Gamma}^1_{ik}$

“Надевание шляп”

$$\mathrm{n} = \frac{\hat{\mathrm{n}}}{\Omega^3}, \quad \mathrm{u}^\mu = \frac{\mathrm{dx}^\mu}{\mathrm{ds}} = \frac{1}{\Omega}\frac{\mathrm{dx}^\mu}{\mathrm{d}\hat{\mathrm{s}}} = \frac{\hat{\mathrm{u}}^\mu}{\Omega}, \quad \varphi = \frac{\hat{\varphi}}{\Omega} \quad \text{(В. Паули)}$$

$$(\mathrm{nu}^\mu)_{;\mu} = \frac{(\mathrm{nu}^\mu\sqrt{-\mathrm{g}})_{,\mu}}{\sqrt{-\mathrm{g}}} = \Big(\frac{\hat{\mathrm{u}}}{\Omega}\frac{\hat{\mathrm{u}}^\mu}{\Omega}\Omega^4\sqrt{-\hat{\mathrm{g}}}\Big)_{,\mu}\Big/\sqrt{-\mathrm{g}}$$

$$(\hat{\mathrm{n}}\hat{\mathrm{u}}^\mu)_{|\mu}\sqrt{-\hat{\mathrm{g}}} = (\hat{\mathrm{n}}\hat{\mathrm{u}}^\mu)_{;\mu}\sqrt{-\mathrm{g}} \quad \text{invariant} \quad \Rightarrow$$

$\Phi\sqrt{-\mathrm{g}}$ — конформный инвариант!

$\Phi\sqrt{-\mathrm{g}} = \alpha \mathrm{C}^2$ (Зельдович и Старобинский 1977)

$\mathrm{C}_{\mu\nu\lambda\sigma}$ — тензор Вейля

$\mathrm{C}^\mu{}_{\nu\lambda\sigma} = \hat{\mathrm{C}}^\mu{}_{\nu\lambda\sigma}$, $\mathrm{C}^2\sqrt{-\mathrm{g}}$ конформный инвариант!

$$+\ldots = \Big\{\varphi\Box\varphi - \frac{1}{6}\varphi^2\mathrm{R} + \Lambda\varphi^4\Big\} \quad \text{('t Hooft)}$$

Вошла гравитация со скалярным полем φ

$+\ldots\varepsilon_1(\mathrm{n})$ $\quad \varepsilon\sqrt{-\mathrm{g}}$ — конформный инвариант