

Дядина П.И., Авдеев Н.А.

**Наблюдательные
проявления аккреционных
дисков в гибридной
метрической-Палатини
гравитации**



«Физика фундаментальных взаимодействий»

10 - 13 марта 2026г.

ИЯФ СО РАН

Мотивации к расширению ОТО

- Ускоренное расширение Вселенной
- Темное вещество
- Невозможность объединения гравитации и квантовой теории



f(R)-гравитация

$$S = \frac{1}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g} f(R) + S_m$$

Метрический подход

Варьирование по метрике

Связность зависит от метрики

Уравнения 4-го порядка

Проблемы с согласованием
космологии и локальных тестов

Подход Палатини

Варьирование по метрике и
связности

Связность независима

Уравнения 2-го порядка

Проблемы с ростом возмущений
и крупномасштабной структурой



Гибридная метрическая-Палатини гравитация

- Действие:

$$S = \frac{1}{2\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g} [R + f(\mathcal{R})] + S_m ,$$

- Скалярно-тензорное представление:

$$S = \frac{1}{2k^2} \int d^4x \sqrt{-g} \left[(1 + \phi)R + \frac{3}{2\phi} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) \right] + S_m .$$

- Уравнения поля:

$$R_{\mu\nu} = \frac{1}{1+\phi} \left[k^2 \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right) + \frac{1}{2} g_{\mu\nu} (V + \nabla_\alpha \nabla^\alpha \phi) + \nabla_\mu \nabla_\nu \phi - \frac{3}{2\phi} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi \right],$$
$$-\nabla_\mu \nabla^\mu \phi + \frac{1}{2\phi} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + \frac{\phi[2V - (1+\phi)V_\phi]}{3} = \frac{\phi k^2}{3} T.$$



Сферически-симметричное решение

- Сферически-симметричная метрика:

$$ds^2 = -e^{\nu(r)} c^2 dt^2 + e^{\lambda(r)} dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

- Безразмерные переменные:

$$\xi = \frac{2GM_{BH}}{c^2 r}, \quad \frac{d\phi}{dr} = \frac{c^2}{2GM_{BH}} U = u, \quad V(\phi) = 2 \left(\frac{c^2}{2GM_{BH}} \right)^2 v(\phi),$$

$$e^{-\lambda(r)} = 1 - \frac{2GM_{BH} M_{eff}(r)}{c^2 r}.$$

Начальные условия (в терминах ξ) $M_{eff}(0) = 1, \quad \nu(0) = 0, \quad \nu'(0) = 0$

Произвольные параметры (в терминах ξ) $u(0) = u_0, \quad \phi(0) = \phi_0.$



Уравнения поля в безразмерных переменных

$$\frac{d\phi}{d\xi} = -\frac{U}{\xi^2}$$

$$\frac{dM_{eff}}{d\xi} = \frac{(1 - M_{eff}\xi)[\xi^2 dU/d\xi + 3U^2/4\phi - 2\xi U] + M_{eff}\xi^3(1 + \phi) - v}{\xi^4(1 + \phi + U/2\xi)} - \frac{M_{eff}}{\xi}$$

$$\frac{dv}{d\xi} = -\frac{\xi - \left\{ \frac{U(\xi)[8\phi + 3U(\xi)/\xi]}{4\phi(1+\phi)} + \xi \right\} [1 - \xi M_{eff}(\xi)] - \frac{v(\phi)}{\xi(1+\phi)}}{\xi^2 [1 - \xi M_{eff}(\xi)] \left[1 + \frac{U(\xi)}{2\xi(1+\phi)} \right]}$$

$$\frac{d^2v}{d\xi^2} = \frac{(1 - \frac{\xi}{2} \frac{dv}{d\xi}) (-\xi \frac{dM_{eff}}{d\xi} - M_{eff})}{\xi(1 - \xi M_{eff})} - \frac{5U(\xi)^2}{2\xi^4\phi(1 + \phi)} + \frac{2U}{\xi^3(1 + \phi)}$$

$$-\frac{2}{\xi^4(1 + \phi)(1 - \xi M_{eff})} \left\{ \frac{2\phi}{3} [2v - (1 + \phi)v_\phi] + v \right\} - \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{d\xi} \right)^2 + \frac{1}{\xi} \frac{dv}{d\xi}$$

$$\frac{dU(\xi)}{d\xi} = \frac{\frac{\xi^2 U(\xi)}{2} \left[\xi \frac{dM_{eff}(\xi)}{d\xi} + M_{eff}(\xi) \right] - \frac{2\phi}{3} [2v(\phi) - (1 + \phi)v_\phi(\phi)]}{\xi^2(1 - \xi M_{eff}(\xi))}$$



Модель Новикова-Торна

- $h \ll r$: диск тонкий в вертикальном направлении
- Частицы движутся по кеплеровским орбитам
- Диск лежит в экваториальной плоскости компактного объекта
- Стационарная структура
- Постоянная скорость аккреции
- Локальное термодинамическое равновесие



Модель Новикова-Торна

- Плотность потока энергии, испускаемая с поверхности аккреционного диска

$$F(r) = -\frac{\dot{M}_0}{4\pi\sqrt{-g}} \frac{\Omega_{,r}}{(\tilde{E} - \Omega\tilde{L})^2} \int_{r_{isco}}^r (\tilde{E} - \Omega\tilde{L})\tilde{L}_{,r} r dr$$

- Светимость:

$$L(\nu) = \frac{2h}{c^2} \cos \gamma \int_{r_i}^{r_f} \int_0^{2\pi} \frac{v_e^3 r d\phi dr}{\exp(h\nu_e/kT) - 1}$$

где:

$$1 + z = \frac{1 + \Omega b \sin \theta_0 \cos \eta}{\sqrt{-g_{00} - g_{33}\Omega^2}}$$

$$\tilde{E} = -\frac{g_{00}}{\sqrt{-g_{00} - g_{33}\Omega^2}},$$

$$\tilde{L} = \frac{g_{33}\Omega}{\sqrt{-g_{00} - g_{33}\Omega^2}},$$

$$\Omega = \frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{\frac{-g_{00,r}}{g_{33,r}}}.$$



Получение изображения аккреционного диска

$$\frac{dr}{d\varphi} = \frac{|\mathcal{L}|}{\mathcal{L}} \frac{r^2}{\sqrt{e^{\nu(r)+\lambda(r)}}} \sqrt{\frac{1}{b^2} - \frac{e^{\nu(r)}}{r^2}}$$

Пусть $u = 1/r$, $f(u) = e^{\nu(u)}$ и $g(u) = e^{\lambda(u)}$

$$\frac{du}{d\varphi} = \frac{|\mathcal{L}|}{\mathcal{L}} \sqrt{\frac{1}{b^2 f(u)g(u)} - \frac{u^2}{g(u)}}$$

$$\gamma = \frac{|\mathcal{L}|}{\mathcal{L}} \int_{u_0}^{u_s} \frac{du}{\sqrt{\frac{1}{b^2 f(u)g(u)} - \frac{u^2}{g(u)}}}$$

$$\frac{|\mathcal{L}|}{\mathcal{L}} \int_{u_0}^{u_s} \frac{du}{\sqrt{\frac{1}{b^2 f(u)g(u)} - \frac{u^2}{g(u)}}} = k\pi - \arccos \frac{\sin \eta \tan \theta_0}{\sqrt{\sin^2 \eta \tan^2 \theta_0 + 1}}$$

$$\cos \gamma = - \frac{\sin \eta \tan \theta_0}{\sqrt{\sin^2 \eta \tan^2 \theta_0 + 1}}$$

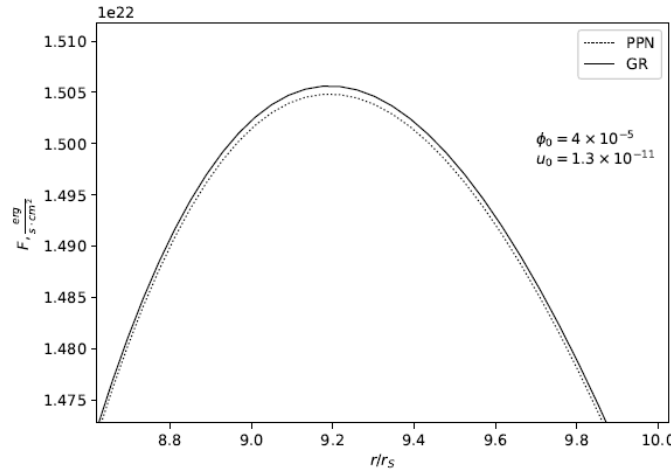
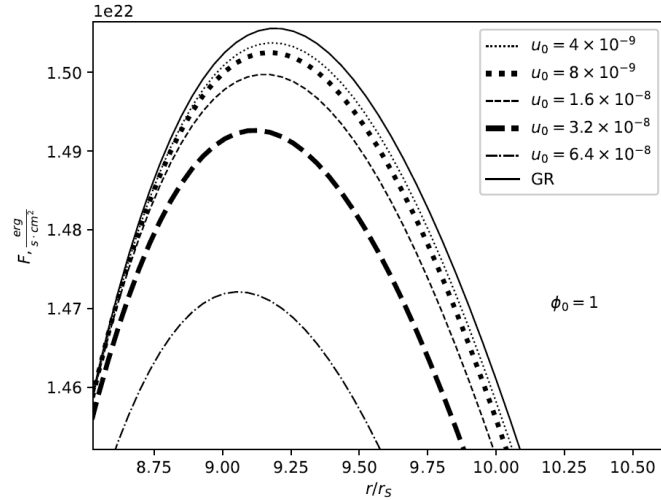
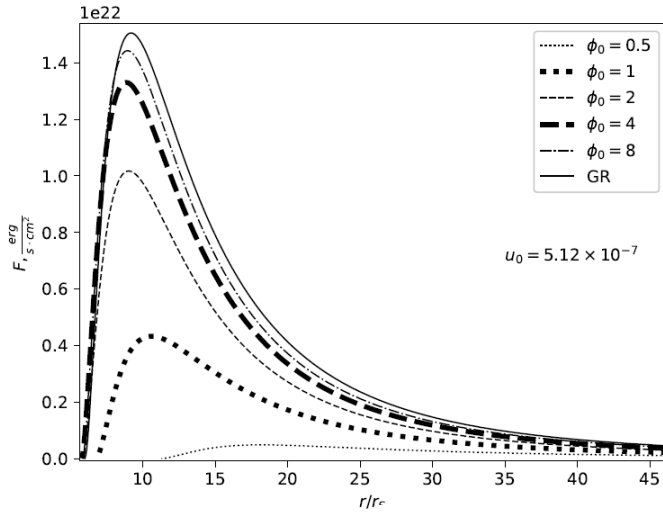
$$\gamma = k\pi - \arccos \frac{\sin \eta \tan \theta_0}{\sqrt{\sin^2 \eta \tan^2 \theta_0 + 1}}$$

Причем $k=1$ для первичного изображения, $k=2$ – для вторичного изображения



Плотность потока энергии

- Случай без потенциала:



$$\varphi = \frac{-2GM\phi_0 e^{-m_\phi r}}{3c^2 r}$$

$$u_0 = \frac{2GM\phi_0}{3c^2 r^2}$$



Случай с потенциалом

- В этой работе мы рассматриваем потенциал типа Хиггса:

$$V = -\frac{\mu^2}{2}\phi^2 + \frac{\zeta}{4}\phi^4$$

- Введем новые безразмерные константы:

$$\alpha = -\frac{1}{4}\left(\frac{2GnM_{BH}}{c^2}\right)^2\mu^2, \quad \beta = \frac{1}{2}\left(\frac{2GnM_{BH}}{c^2}\right)^2\zeta^2.$$

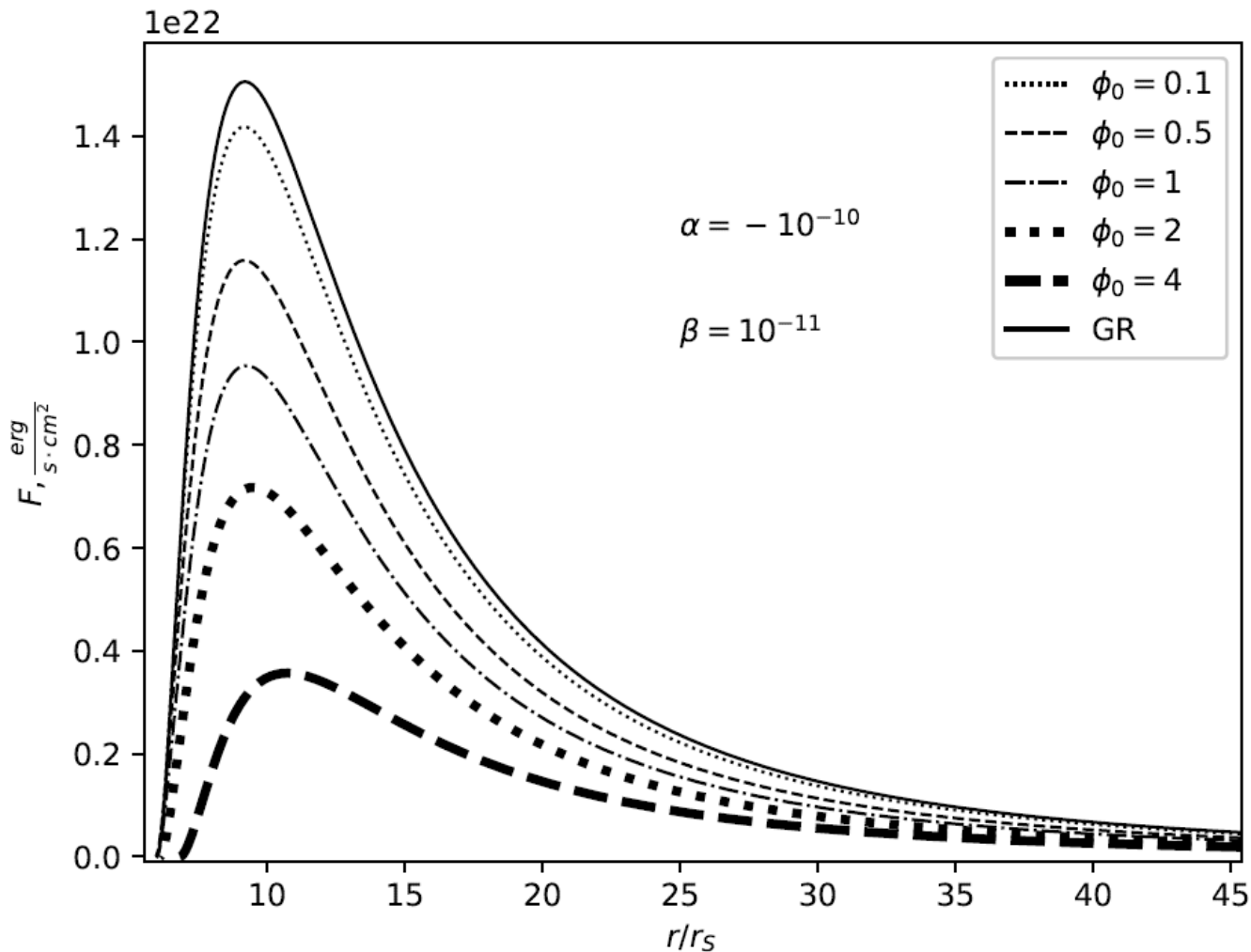
$$v(\phi) = \alpha\phi^2 + \beta\phi^4,$$

$$u_0 = -\frac{2GM\phi_0 e^{-m_\phi r} m_\phi}{3c^2 r} - \frac{2GM\phi_0 e^{-m_\phi r}}{3c^2 r^2}$$

$$m_\phi^2 = \left[-4/3\alpha\phi_0 - 16/3\beta\phi_0^3 - 10/3\beta\phi_0^4\right] \times 2\left(\frac{c^2}{2GM_{BH}}\right)^2$$

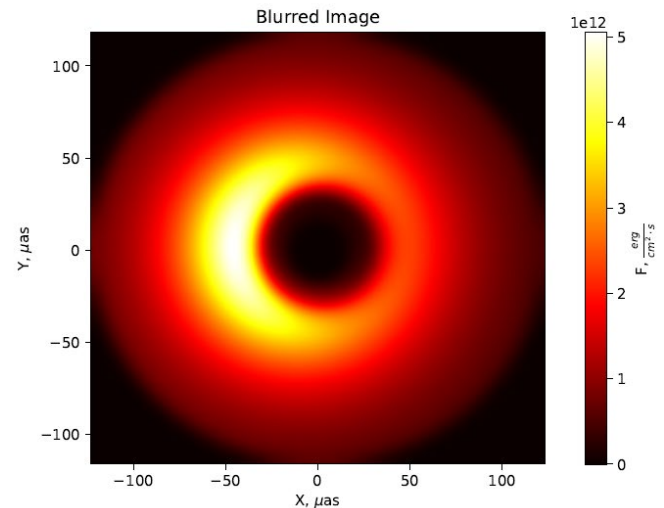
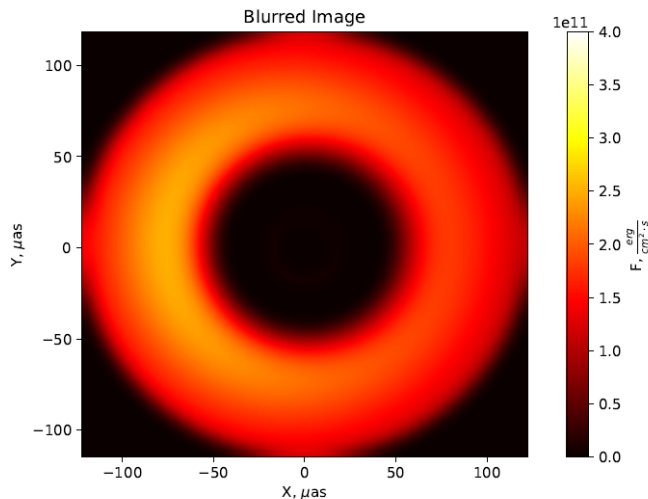
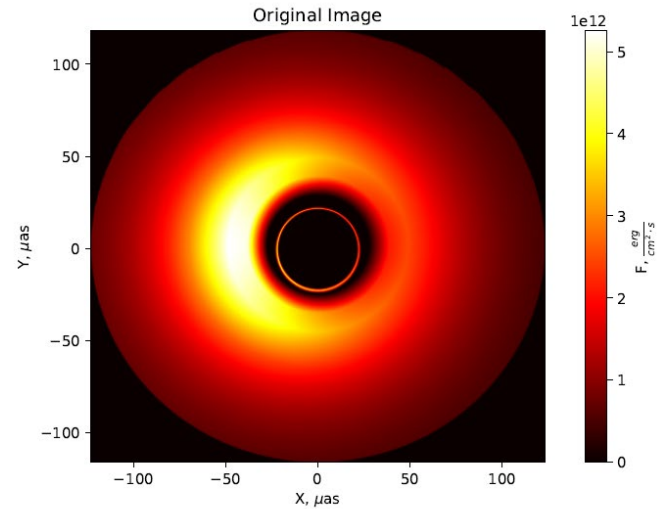
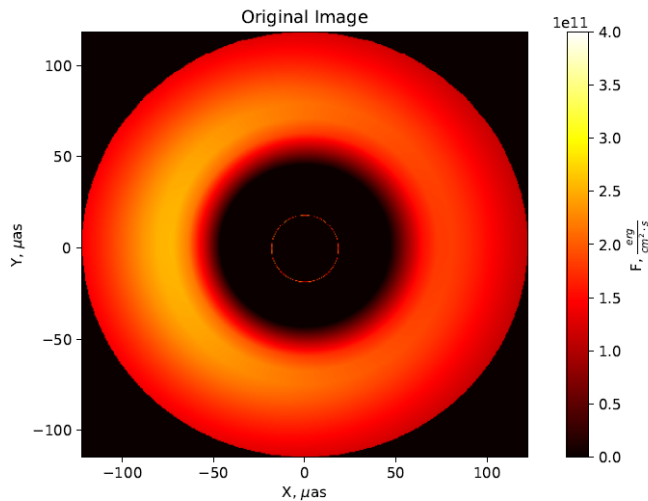
Плотность потока энергии

- Случай с потенциалом:



Изображение аккреционного диска

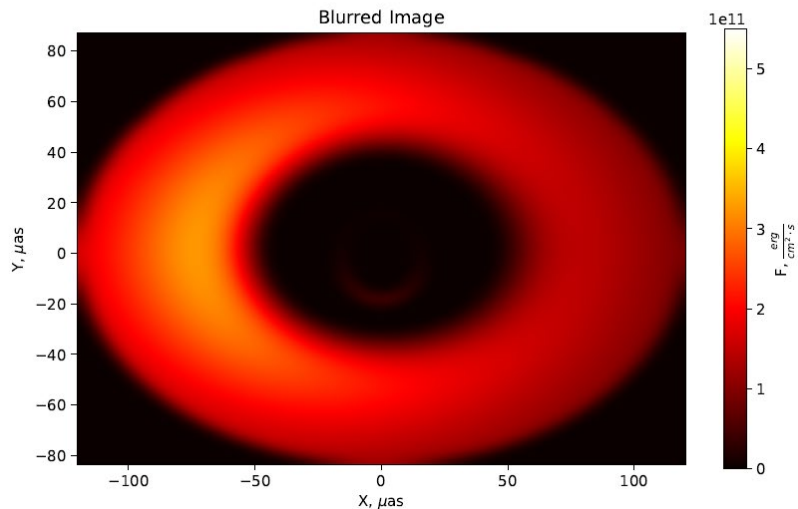
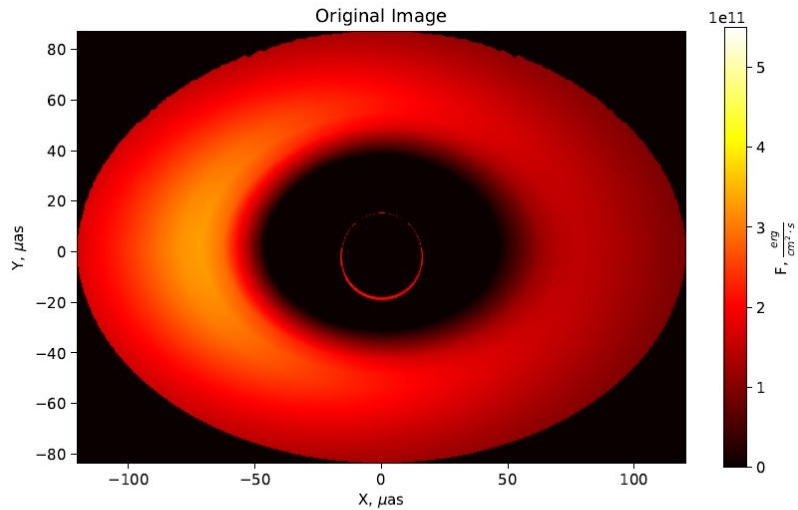
- Случай с $\phi_0 = 0.5$, $u_0 = 5.12 \times 10^{-7}$, $M_{BH} = 4 \times 10^9 M_{\odot}$, $i = 17^{\circ}$, $\dot{M} = 4 M_{\odot} \cdot yr^{-1}$
Гибридная гравитация ОТО



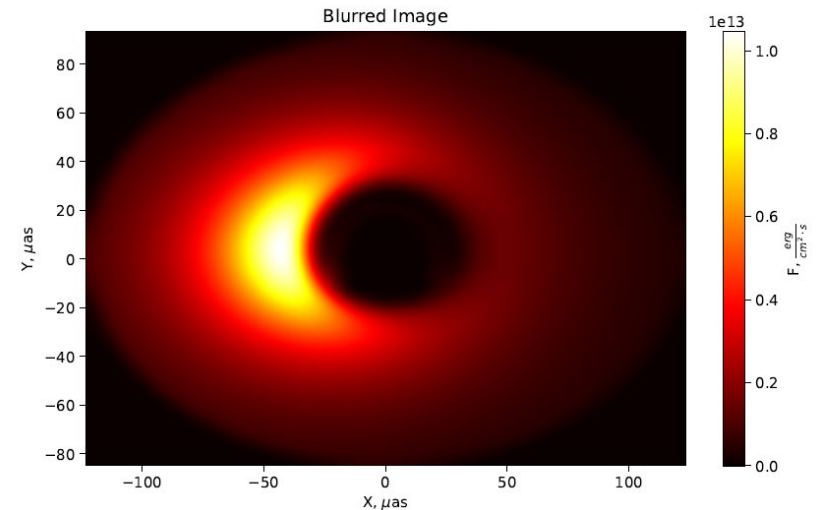
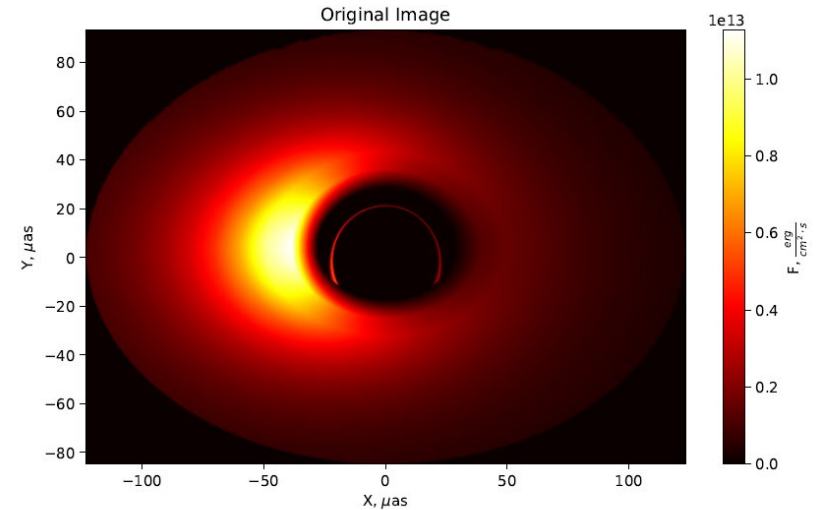
Изображение аккреционного диска

- Случай с $\phi_0 = 0.5$, $u_0 = 5.12 \times 10^{-7}$, $M_{BH} = 4 \times 10^9 M_\odot$, $i = 45^\circ$, $\dot{M} = 4 M_\odot \cdot yr^{-1}$

Гибридная гравитация

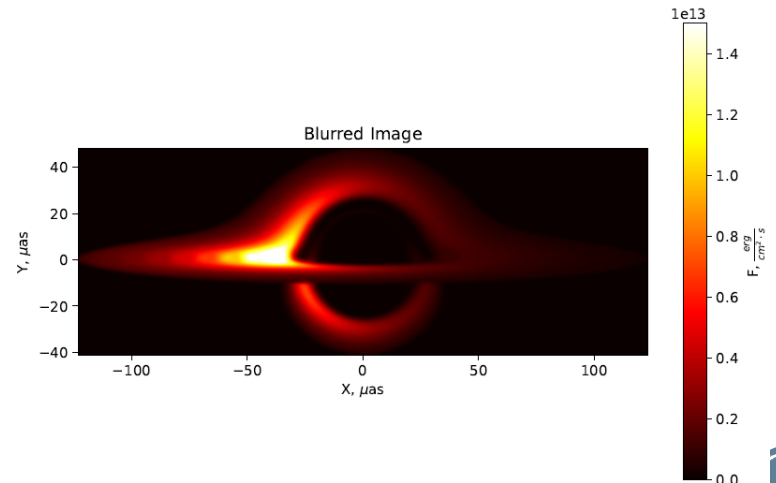
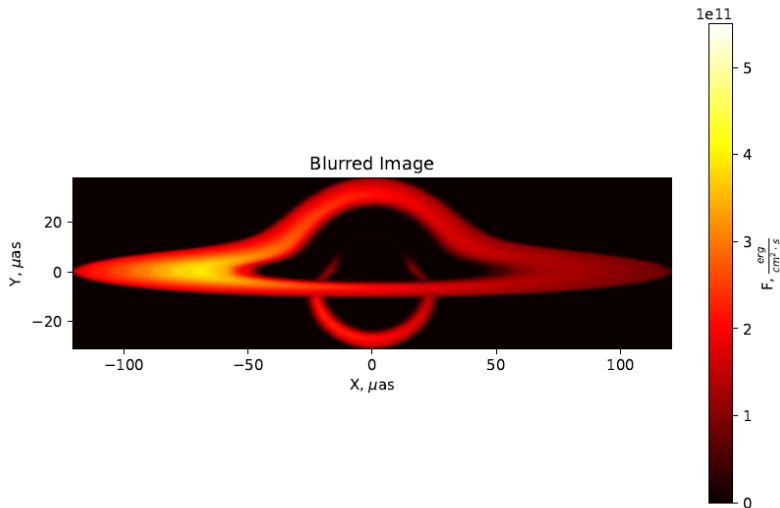
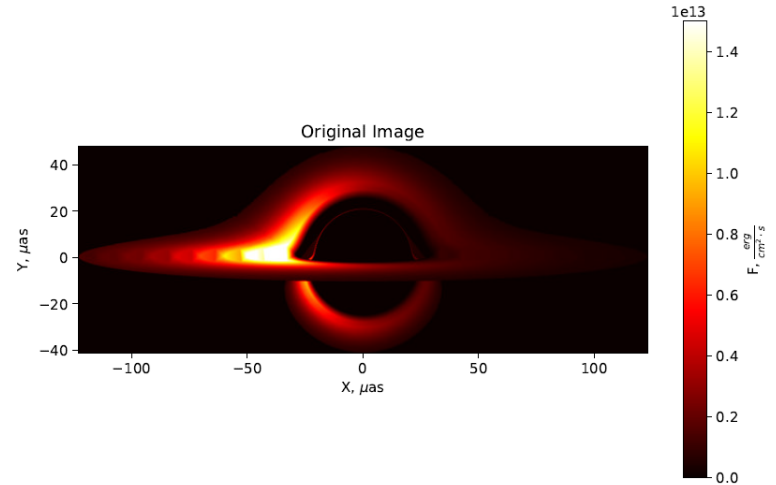
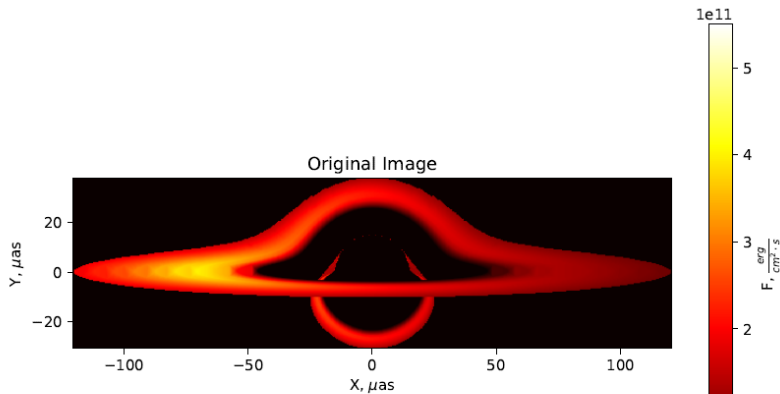


ОТО



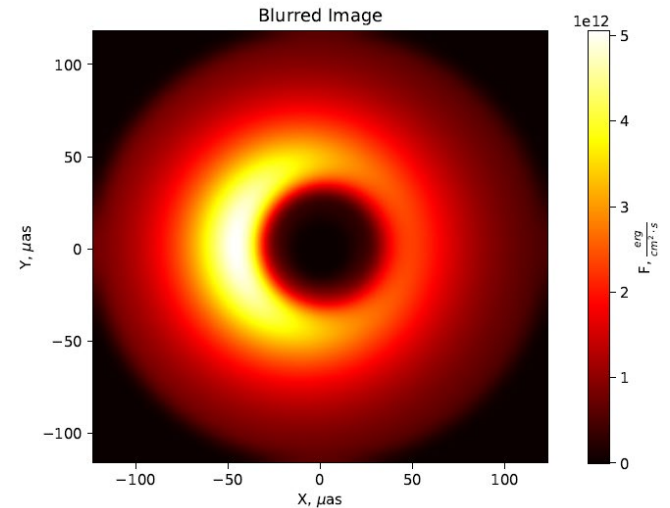
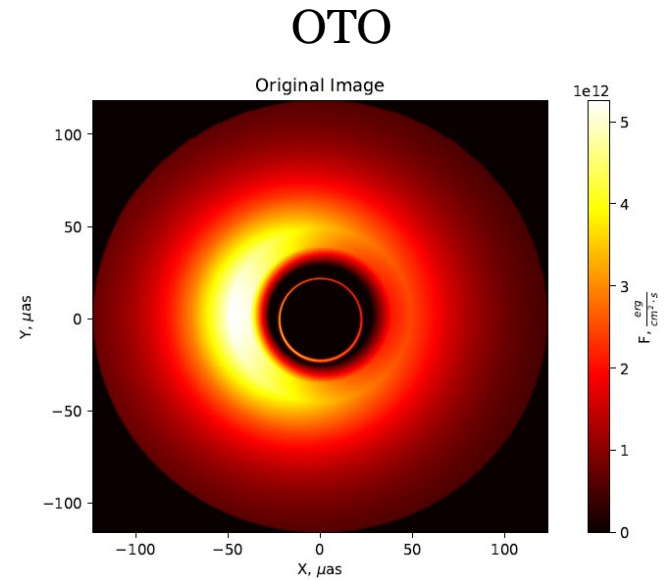
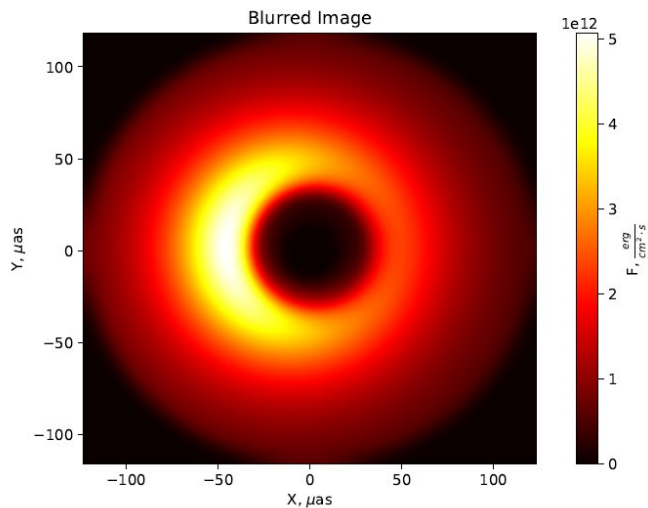
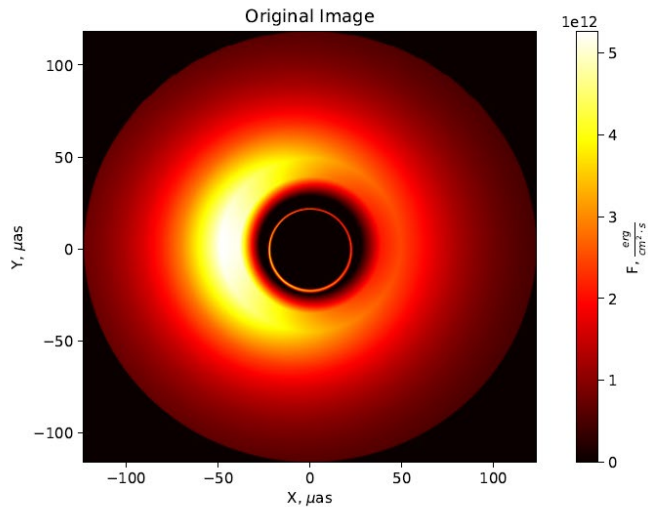
Изображение аккреционного диска

- Случай с $\phi_0 = 0.5$, $u_0 = 5.12 \times 10^{-7}$, $M_{BH} = 4 \times 10^9 M_{\odot}$, $i = 85^\circ$, $\dot{M} = 4 M_{\odot} \cdot yr^{-1}$
Гибридная гравитация ОТО



Изображение аккреционного диска

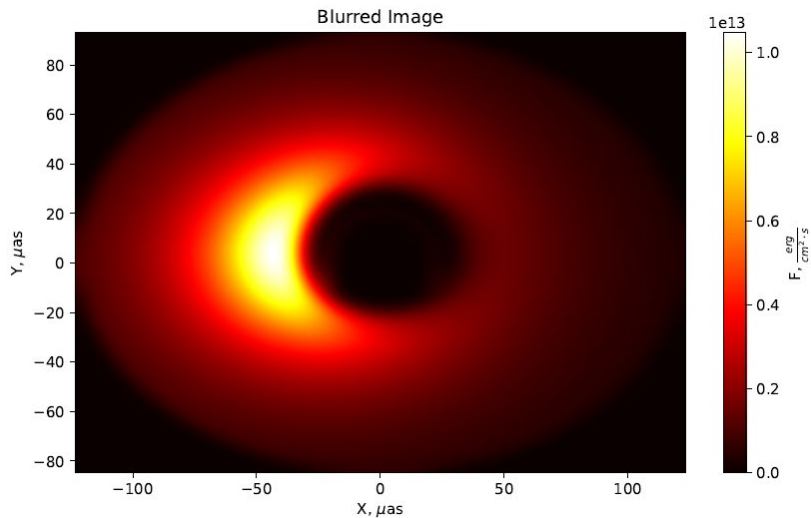
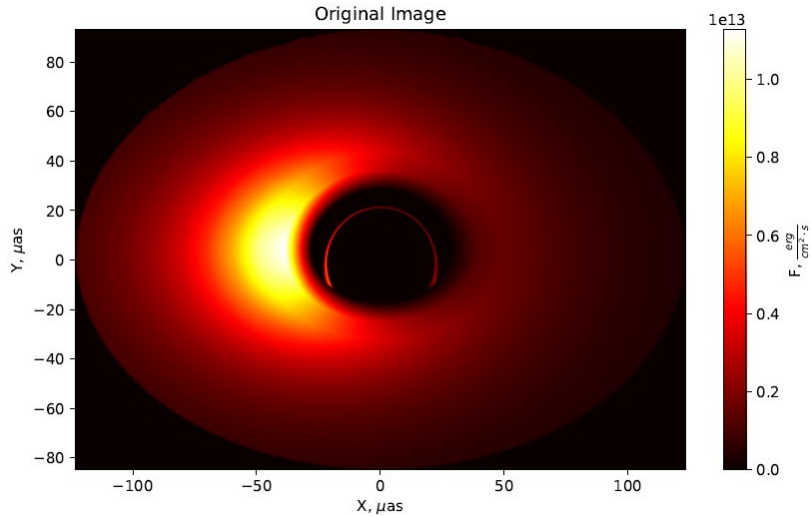
- Случай с $\phi_0 = 4 \times 10^{-5}$, $u_0 = 1.3 \times 10^{-11}$, $M_{BH} = 4 \times 10^9 M_{\odot}$, $i = 17^{\circ}$, $\dot{M} = 4 M_{\odot} \cdot \text{yr}^{-1}$
- Гибридная гравитация



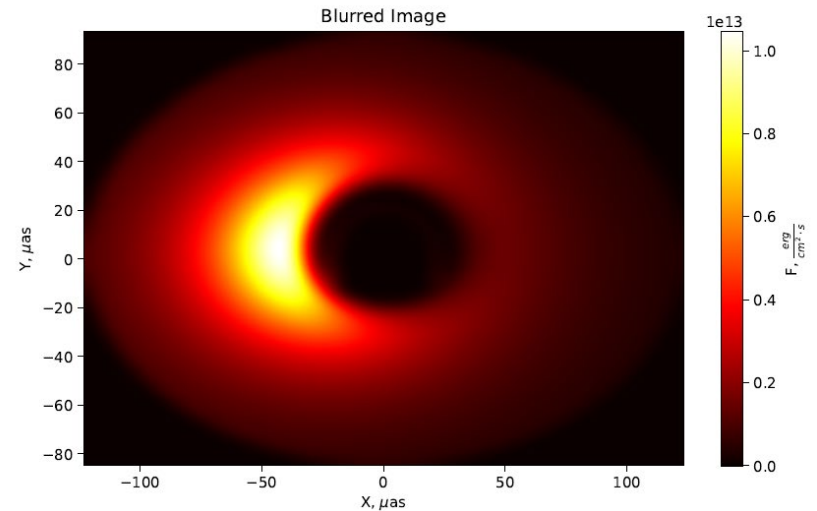
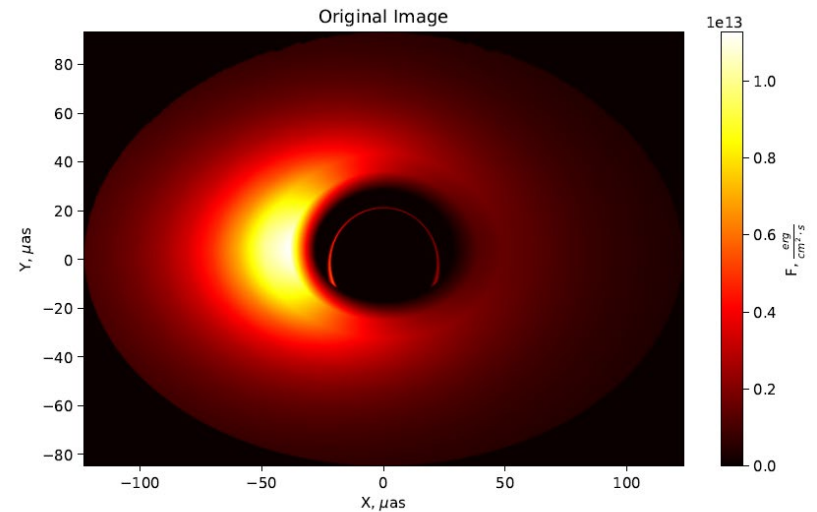
Изображение аккреционного диска

■ Случай с $\phi_0 = 4 \times 10^{-5}$, $u_0 = 1.3 \times 10^{-11}$, $M_{BH} = 4 \times 10^9 M_{\odot}$, $i = 45^\circ$, $\dot{M} = 4 M_{\odot} \cdot \text{yr}^{-1}$

■ Гибридная гравитация



ОТО

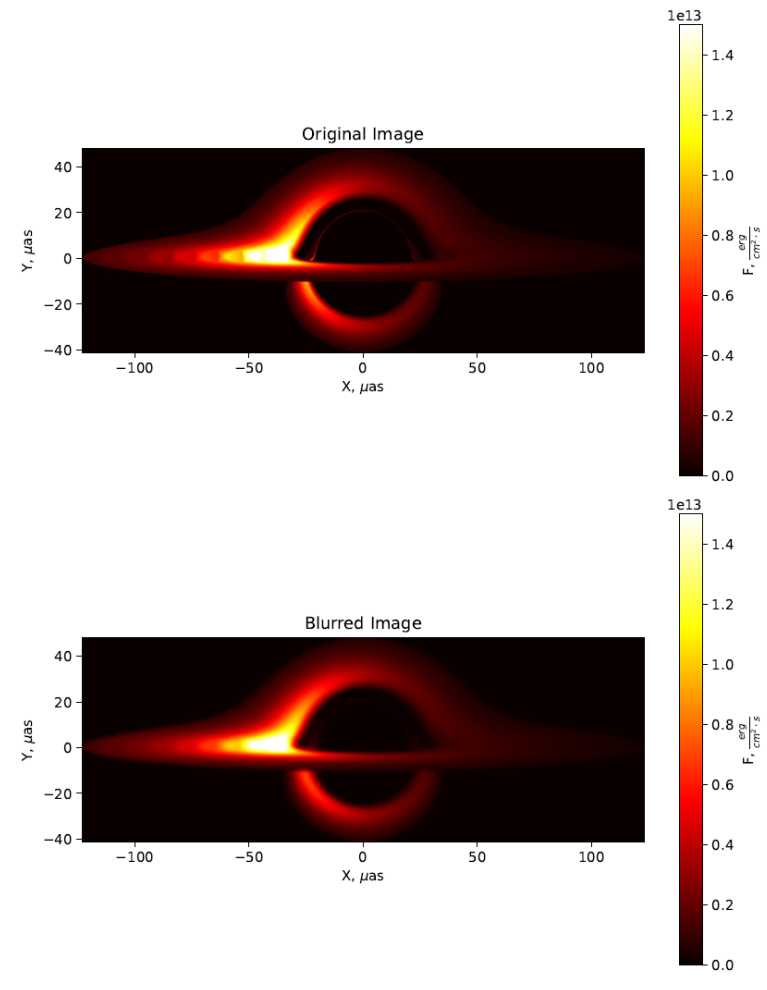
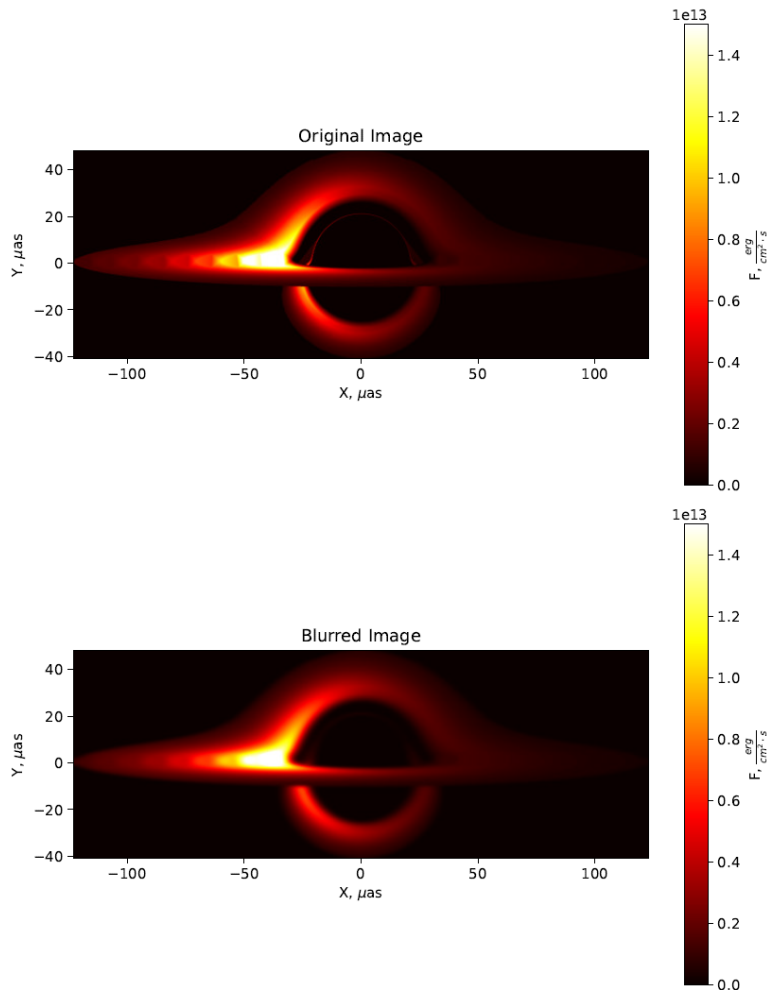


Изображение аккреционного диска

- Случай с $\phi_0 = 4 \times 10^{-5}$, $u_0 = 1.3 \times 10^{-11}$, $M_{BH} = 4 \times 10^9 M_{\odot}$, $i = 85^\circ$, $\dot{M} = 4 M_{\odot} \cdot \text{yr}^{-1}$

Гибридная гравитация

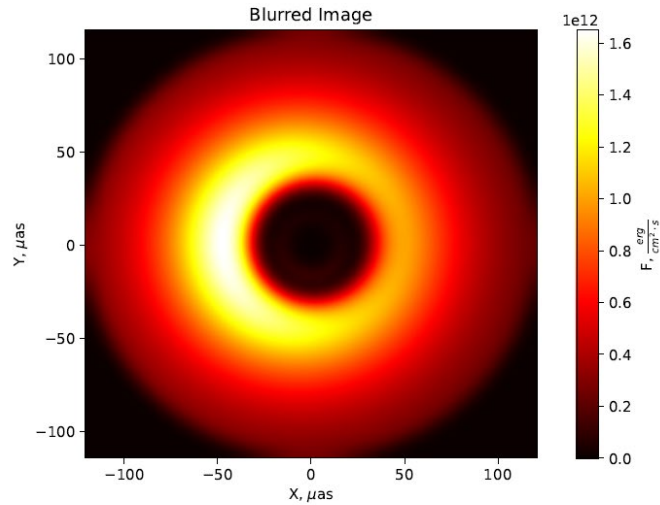
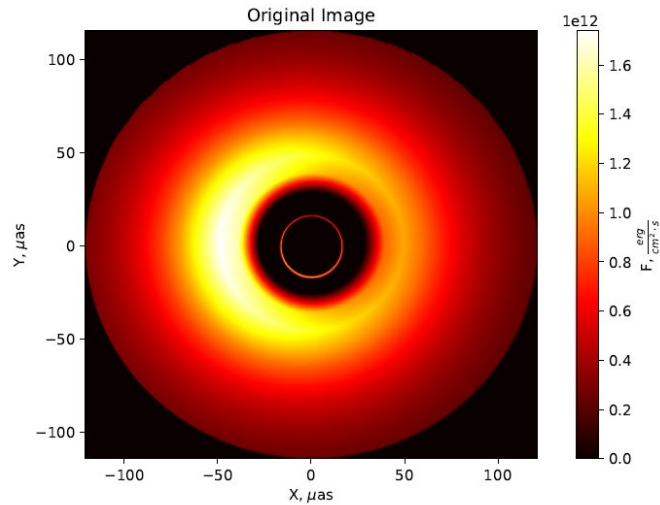
ОТО



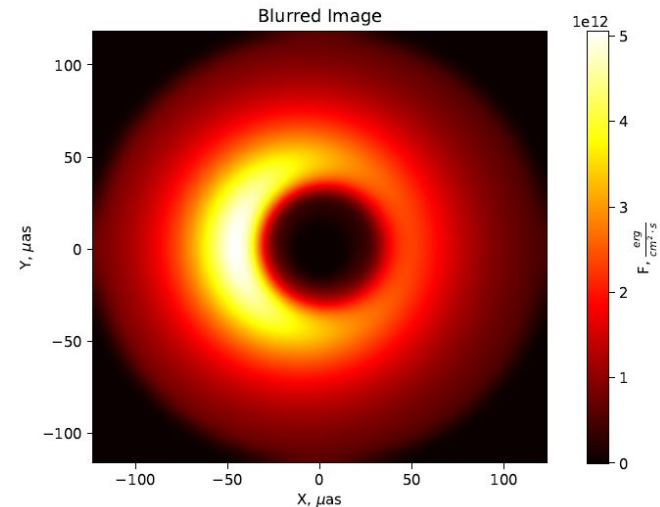
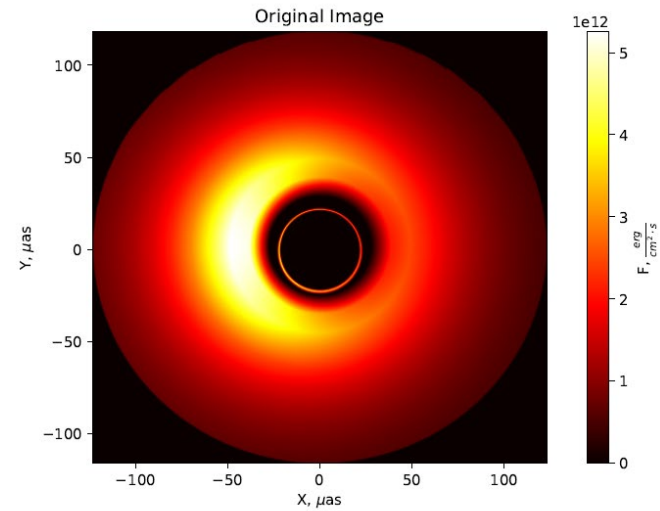
Изображение аккреционного диска

- Случай с $\phi_0 = 4$, $u_0 = 5 \times 10^{-6}$, $\alpha = -10^{-10}$, $\beta = 10^{-11}$, $M_{BH} = 4 \times 10^9 M_\odot$, $i = 17^\circ$,
 $\dot{M} = 4 M_\odot \cdot \text{yr}^{-1}$

Гибридная гравитация



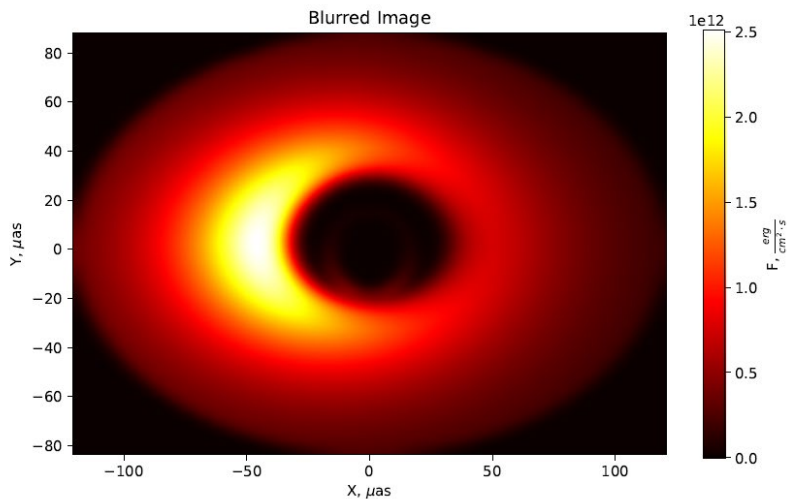
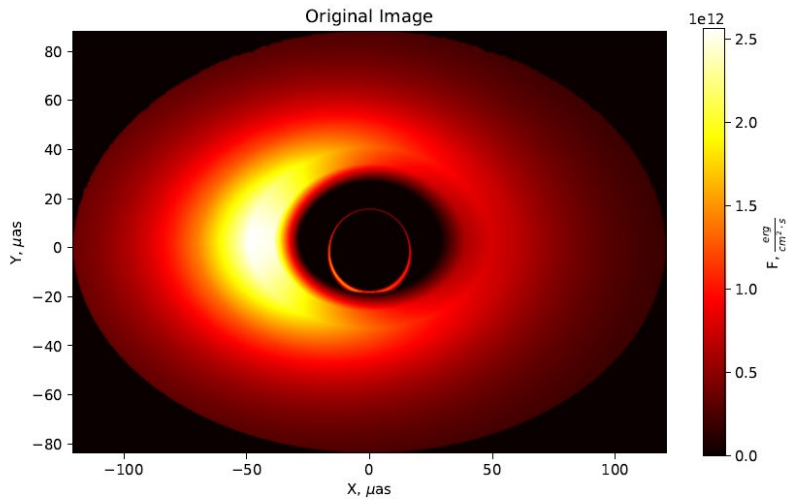
ОТО



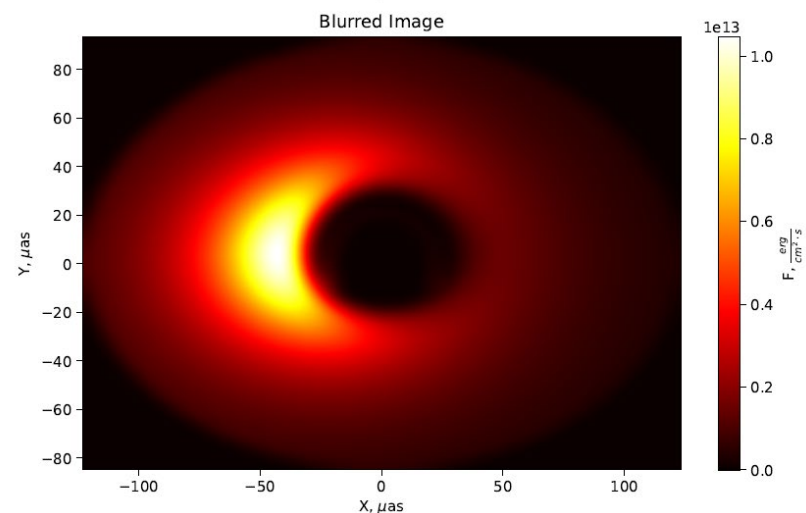
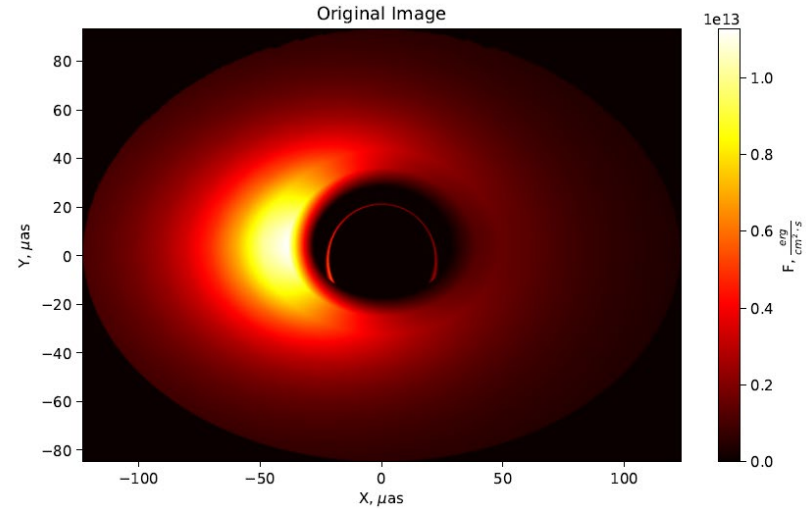
Изображение аккреционного диска

- Случай с $\phi_0 = 4, u_0 = 5 \times 10^{-6}, \alpha = -10^{-10}, \beta = 10^{-11}, M_{BH} = 4 \times 10^9 M_{\odot}, i = 45^{\circ}, \dot{M} = 4 M_{\odot} \cdot yr^{-1}$

Гибридная гравитация



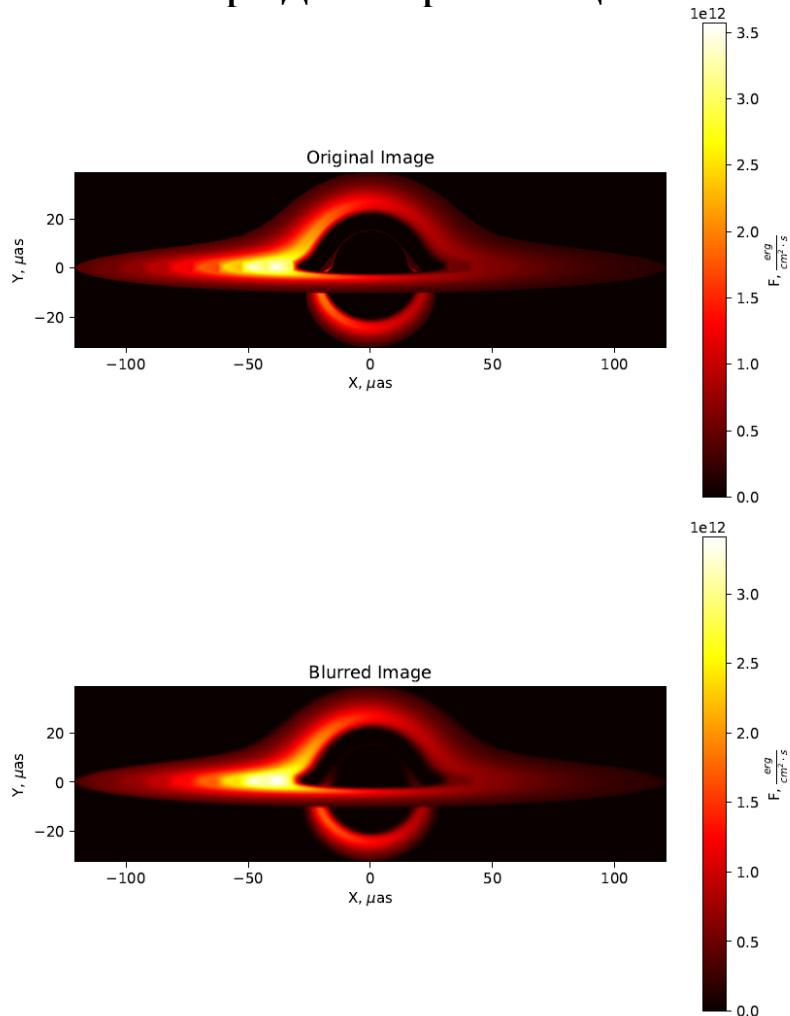
ОТО



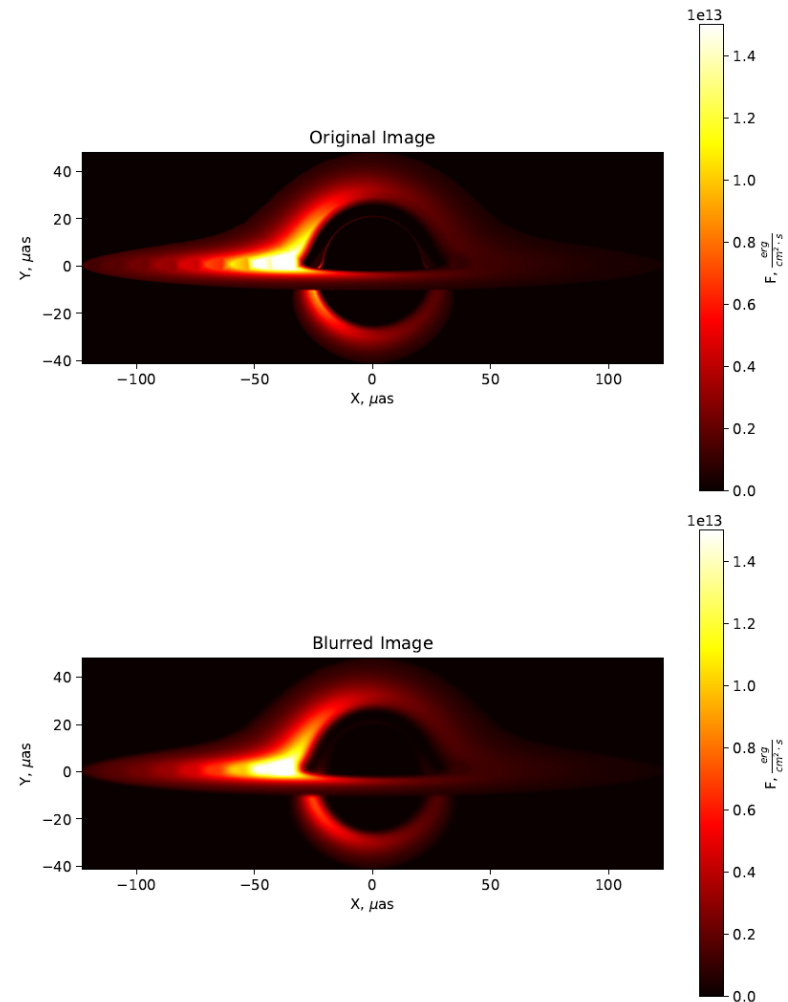
Изображение аккреционного диска

- Случай с $\phi_0 = 4$, $u_0 = 5 \times 10^{-6}$, $\alpha = -10^{-10}$, $\beta = 10^{-11}$, $M_{BH} = 4 \times 10^9 M_{\odot}$, $i = 85^\circ$, $\dot{M} = 4 M_{\odot} \cdot yr^{-1}$

Гибридная гравитация



ОТО



Выводы

- В рамках гибридной метрической-Палатини гравитации аккреционные диски более холодные и менее яркие, чем в ОТО
- Вторичное изображение в гибридной метрической-Палатини гравитации имеет меньший размер, чем в ОТО; этот эффект особенно заметен при экстремальных значениях параметров модели
- Наиболее заметные различия проявляются при наблюдении диска с ребра, при этом они сохраняются даже после наложения фильтра, имитирующего конечное угловое разрешение телескопа
- При выборе наиболее реалистичного набора параметров различия с ОТО оказываются малы, что свидетельствует о жизнеспособности теории
- Будущие наблюдения (Миллиметрон, ЕНТ) могут дать возможность различить ОТО и модифицированную гравитацию




Спасибо за внимание!




Scalar-tensor representation

$$S = \frac{1}{2\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g} [R + f(\mathcal{R})] + S_m ,$$

 $f_A \equiv df/dA.$

$$S = \frac{1}{2\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g} [R + f(A) + f_A(\mathcal{R} - A)] + S_m ,$$

 $\phi \equiv f_A, \tilde{V}(\phi) = Af_A - f(A)$

$$S = \frac{1}{2\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g} [R + \phi\mathcal{R} - V(\phi)] + S_m .$$




Scalar-tensor representation

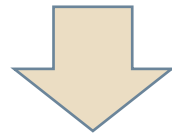
$$R_{\mu\nu} + \phi \mathcal{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} (R + \phi \mathcal{R} - V) g_{\mu\nu} = \kappa^2 T_{\mu\nu} ,$$

$$\mathcal{R} - V_\phi = 0 ,$$

$$\hat{\nabla}_\alpha (\sqrt{-g} \phi g^{\mu\nu}) = 0 ,$$


$$t_{\mu\nu} = \phi g_{\mu\nu} .$$

$$\mathcal{R}_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} + \frac{3}{2\phi^2} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - \frac{1}{\phi} \left(\nabla_\mu \nabla_\nu \phi + \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \square \phi \right)$$



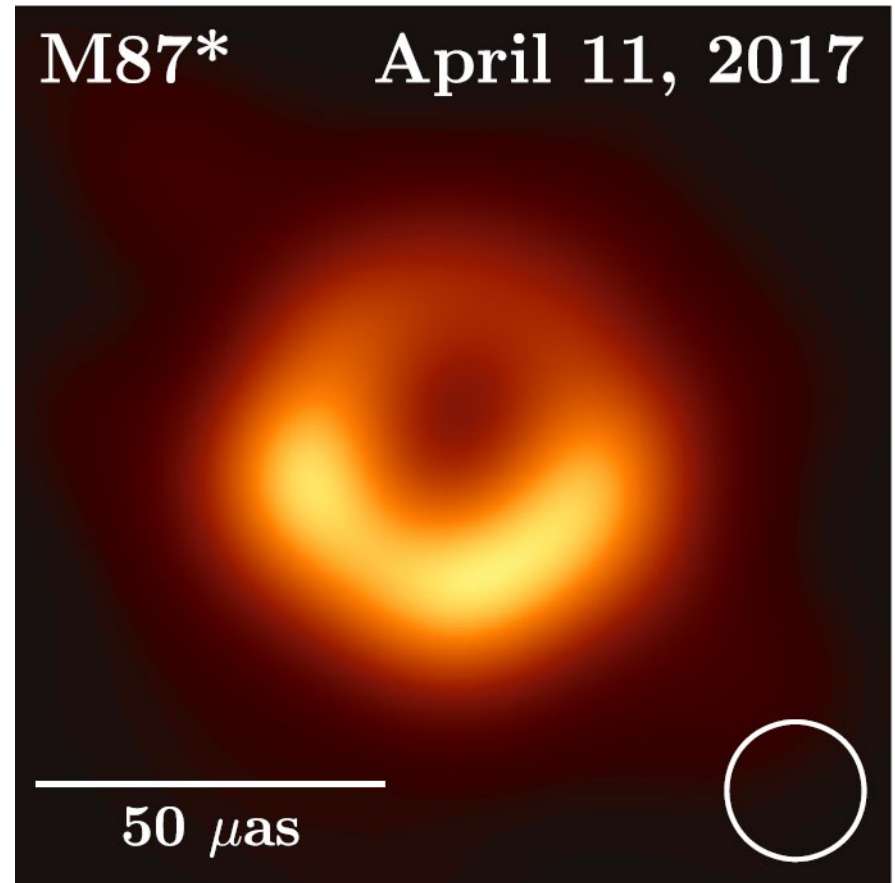
$$S = \int \frac{d^4x \sqrt{-g}}{2\kappa^2} \left[(1 + \phi) R + \frac{3}{2\phi} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) \right] + S_m .$$



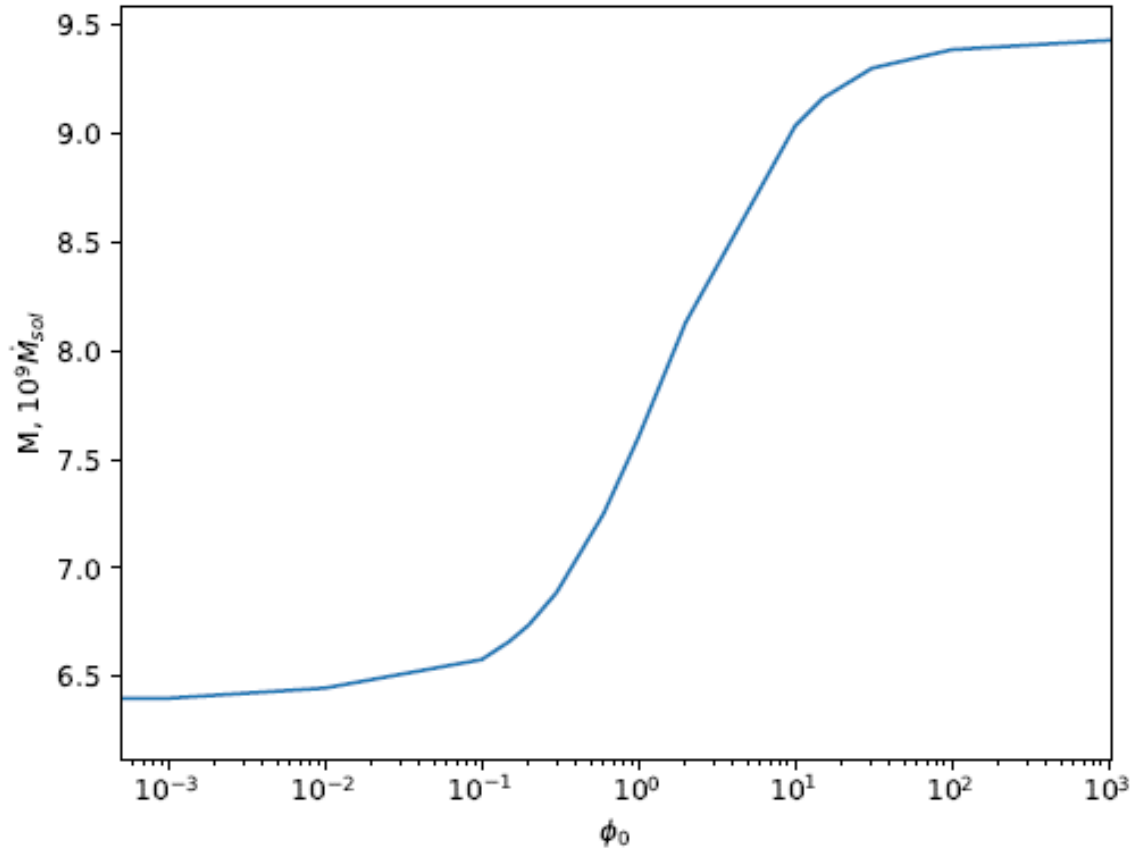
Реальная картина сверхмассивной черной дыры M87

- Диаметр кольца = $42 \pm 3 \mu\text{as}$

- $M_{stars} = 6.2_{-0.6}^{+1.1} \cdot 10^9 M_{\odot}$
- $M_{gas} = 3.5_{-0.3}^{+0.9} \cdot 10^9 M_{\odot}$
- $M_{combined} = 6.5 \pm 0.7 \cdot 10^9 M_{\odot}$



Критическое кольцо и ограничение на ϕ_0

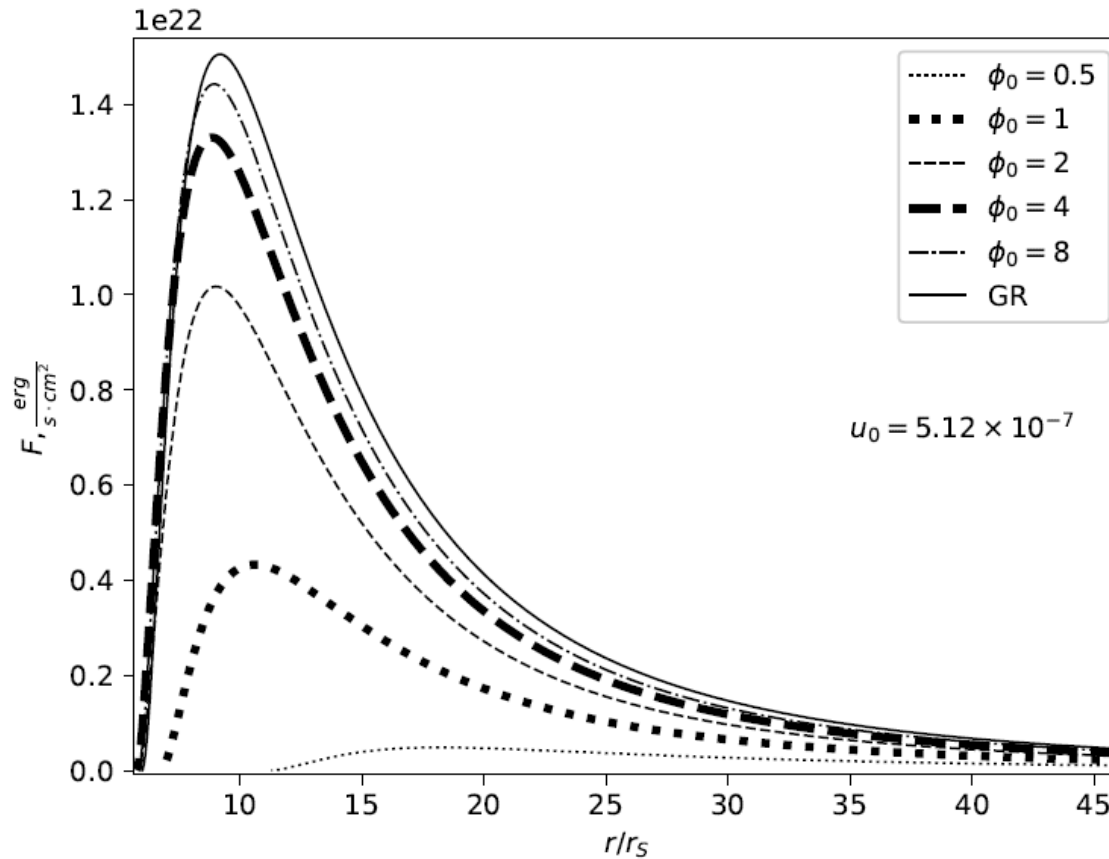


- Диаметр кольца = $42 \pm 3 \mu as$
- $i = 17^\circ$
- $M_{combined} = 6.5 \pm 0.7 \cdot 10^9 M_{\odot}$



Плотность потока энергии

- Случай без потенциала:



$$u_0 = 5.12 \times 10^{-7}$$

Для $\phi_0 = 0.5$: $r_{isco} = 11.3r_s$

$$r_s = GM_{BH}/c^2$$

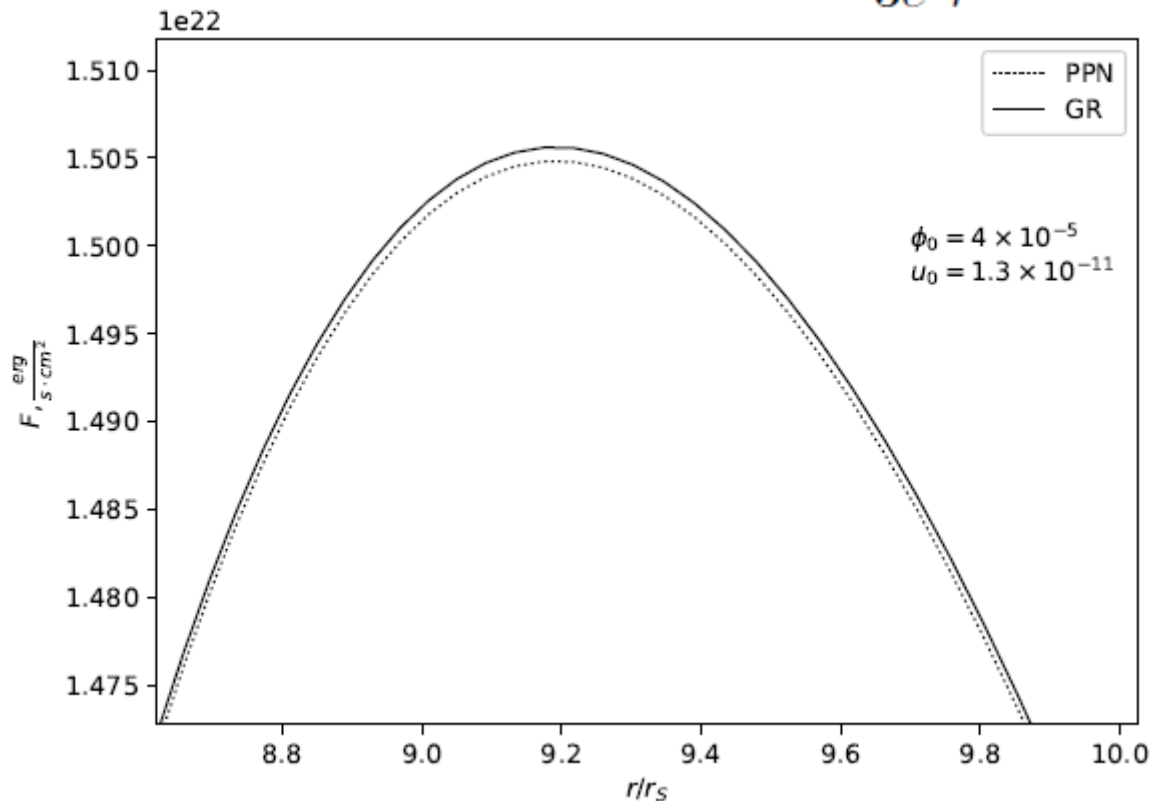


Плотность потока энергии

- Случай с нулевым потенциалом.

- Связь между параметрами:

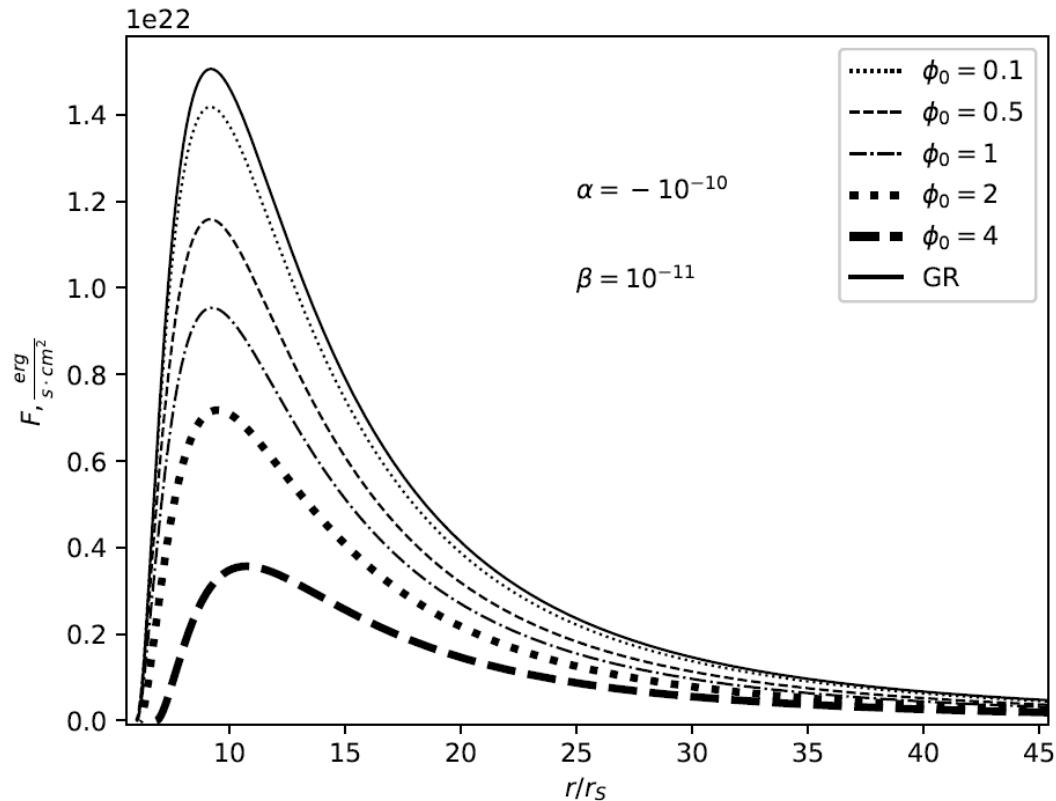
$$u_0 = \frac{2GM\phi_0}{3c^2r^2}$$



Плотность потока энергии

- Случай с потенциалом: $v(\phi) = \alpha\phi^2 + \beta\phi^4$

- Связь между параметрами $u_0 = -\frac{2GM\phi_0 e^{-m_\phi r} m_\phi}{3c^2 r} - \frac{2GM\phi_0 e^{-m_\phi r}}{3c^2 r^2}$.



Model variants and corresponding parameter values

Label	Description / parameters
(I)	HMPG with $\phi_0 = 0.5$ and $u_0 = 5.12 \times 10^{-7}$
(II)	HMPG with post-Newtonian relation between ϕ_0 and u_0 ($\phi_0 = 4 \times 10^{-5}$, $u_0 = 1.3 \times 10^{-11}$)
(III)	HMPG with a Higgs-type scalar-field potential ($\alpha = -10^{-10}$, $\beta = 10^{-11}$, $\phi_0 = 4$) together with the post-Newtonian relation between ϕ_0 and u_0
(IV)	Schwarzschild space-time (for comparison)



Рассматриваемые случаи

Без потенциала

$$\varphi = \frac{-2GM\phi_0 e^{-m_\phi r}}{3c^2 r}$$

$$u_0 = \frac{2GM\phi_0}{3c^2 r^2}$$

С потенциалом типа Хиггса

$$V = -\frac{\mu^2}{2}\phi^2 + \frac{\zeta}{4}\phi^4$$

$$v(\phi) = \alpha\phi^2 + \beta\phi^4$$

$$\alpha = -\frac{1}{4} \left(\frac{2GM_{BH}}{c^2} \right)^2 \mu^2$$

$$\beta = \frac{1}{2} \left(\frac{2GM_{BH}}{c^2} \right)^2 \zeta$$

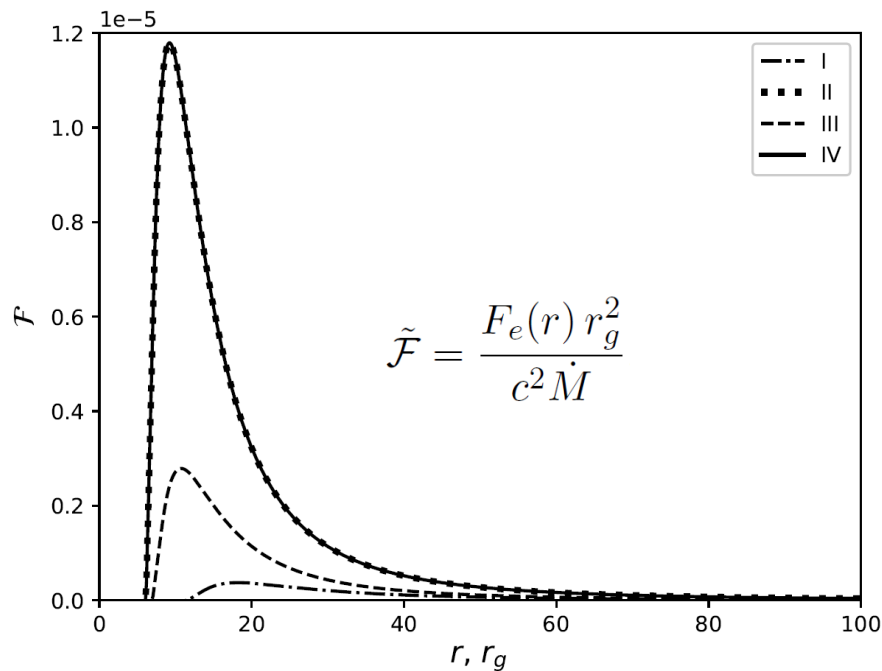
$$u_0 = -\frac{2GM\phi_0 e^{-m_\phi r} m_\phi}{3c^2 r} - \frac{2GM\phi_0 e^{-m_\phi r}}{3c^2 r^2}$$

$$m_\phi^2 = [-4/3\alpha\phi_0 - 16/3\beta\phi_0^3 - 10/3\beta\phi_0^4] \times 2 \left(\frac{c^2}{2GM_{BH}} \right)^2$$



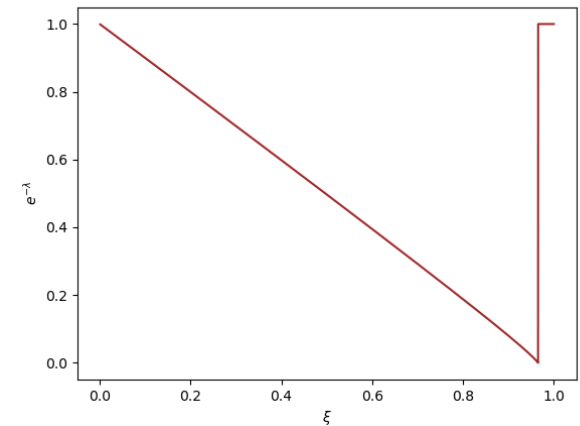
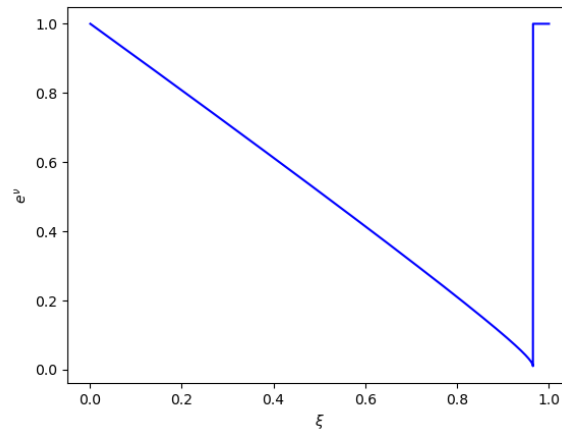
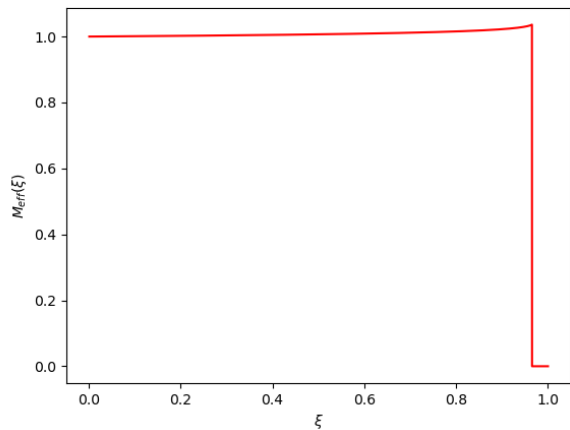
Плотность потока энергии

Label	Description / parameters
(I)	HMPG with $\phi_0 = 0.5$ and $u_0 = 5.12 \times 10^{-7}$
(II)	HMPG with post-Newtonian relation between ϕ_0 and u_0 ($\phi_0 = 4 \times 10^{-5}$, $u_0 = 1.3 \times 10^{-11}$)
(III)	HMPG with a Higgs-type scalar-field potential ($\alpha = -10^{-10}$, $\beta = 10^{-11}$, $\phi_0 = 4$) together with the post-Newtonian relation between ϕ_0 and u_0
(IV)	Schwarzschild space-time (for comparison)



Пример численного решения

- Случай $\phi_0 = 1, u = 4 \times 10^{-8}$:



- ▶ Горизонт $\xi=0.966$
(Горизонт черной дыры Шварцшильда достигается на $\xi_S = 1$)



$f(R)$ -гравитация

- Метрическая (переменные: метрика $g_{\mu\nu}$)

- Палатини (переменные: метрика $g_{\mu\nu}$, аффинная связность $\Gamma_{\mu\lambda}^{\alpha}$)

