

# Динамическое сглаживание каспов плотности гало с помощью Q-шаров темной материи

Александр Либанов, Сергей Троицкий



**INR**

Institute for Nuclear Research  
of the Russian Academy of Sciences

Сессия-конференция СЯФ ОФН РАН  
Новосибирск, Россия  
13 марта, 2026

# Оглавление

- ▶ Мотивация
- ▶ Модель:
  - Сценарий
  - Лагранжиан Q-шаров
  - Модельные предположения
  - Механизм слияния Q-шаров
- ▶ Сглаживание каспа:
  - Уравнение изменения плотности гало темной материи
  - Область допустимых параметров и ограничения
  - Численное решение
- ▶ Заключение

# Мотивация

- ▶ Численное моделирование гало бесстолкновительной темной материи предсказывает крутой центральный пик распределения плотности массы темной материи в центральных областях галактик в рамках  $\Lambda$ CDM (касп) и плохо согласуется с наблюдениями за галактиками [1].
- ▶ Добавление барионной обратной связи может быть неэффективным в галактиках с низким содержанием барионов [2].
- ▶ Сечение взаимодействия самовзаимодействующей темной материи (SIDM) жестко ограничено [3].
- ▶ Q-шары темной материи способны эффективно сливаться в центральных областях галактик [4].

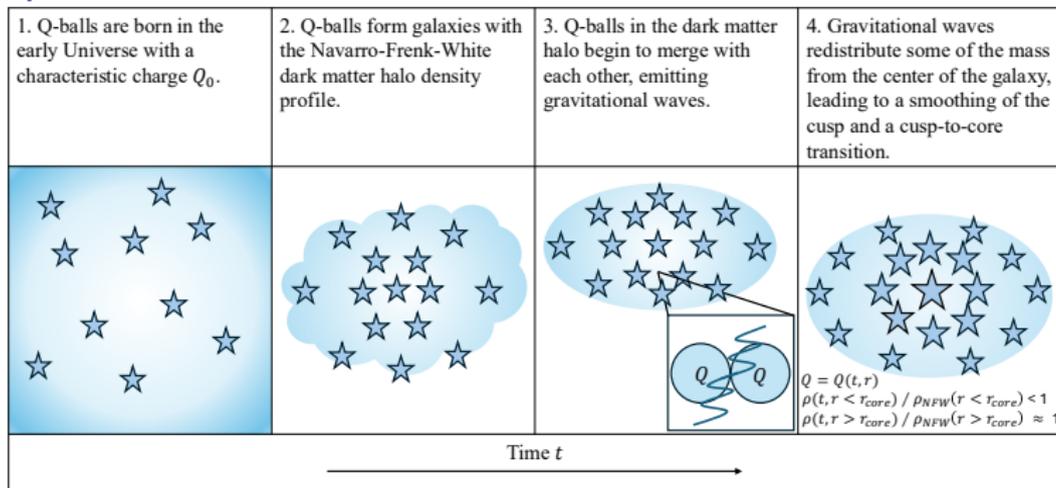
[1] Salucci, P. (2019), *The Astron. Astrophys. Rev.*, 27(1), 2.

[2] De Naray, R. K. et al (2008), *The Astrophysical Journal*, 676(2), 920-943.

[3] Andrade, K. E. et al (2022), *MNRAS*, 510(1), 54-81.

[4] Libanov, A. (2025), *Physical Review D*, 111(6), 063540.

# Сценарий



- ▶ Q-шары могут рождаться в ранней Вселенной, а их масса, радиус и сечение самовзаимодействия зависят от их заряда  $Q$  и параметра потенциала  $v$ .
- ▶ Если вся темная материя представлена Q-шарами, то их концентрация в центре галактик должна быть больше, чем во внешних областях. Это приводит к тому, что Q-шары активнее сталкиваются в центре галактики.
- ▶ Столкновения Q-шаров приводят к тому, что часть массы темной материи из центра галактики уносится в виде стохастического гравитационного фона. С помощью такого механизма предполагается сгладить кэсп и реализовать переход кэспа в кор.

# Лагранжиан Q-шаров

Лагранжиан Фридберга-Ли-Сирлина [5]:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi)^2 - U(\varphi) + (\partial_\mu \chi)^* \partial_\mu \chi - k^2 \varphi^2 \chi^* \chi, \quad (1)$$

$$U(\varphi) = (\varphi^2 - v^2)^2,$$

Параметры Q-шаров:

$$R_Q = \left(\frac{Q}{4}\right)^{1/4} \frac{1}{v}, \quad (2)$$

$$M_Q = \frac{4\sqrt{2}\pi}{3} v Q^{3/4}, \quad (3)$$

$$Q_{min} = \frac{M_Q}{m_\chi} \quad (4)$$

$$Q_{max} = \frac{9}{256\pi G^2} \frac{1}{v^4}. \quad (5)$$

[5] Friedberg, R., Lee, T. D., Sirlin, A. (1976), *Phys. Rev. D*, 13(10), 2739.

# Модельные предположения

- ▶ Q-шары рождаются в ранней Вселенной без уточнения конкретного механизма рождения (фазовый переход? конденсирование? что-то другое?) с некоторым характерным зарядом  $Q_0$ , который будет считаться свободным параметром.
- ▶ Помимо заряда  $Q_0$  также свободным параметром будет считаться параметр потенциала  $v$ .
- ▶ До формирования структур Q-шары не взаимодействуют друг с другом.
- ▶ Такие Q-шары являются единственной компонентой темной материи и формируют галактики с профилем плотности гало темной материи Наварро-Френка-Вайта без уточнения конкретного механизма формирования структур.
- ▶ Q-шары сталкиваются в гало темной материи со скоростями, равными дисперсии скоростей звезд в галактике. Для оценки этой дисперсии будет использоваться приближение Джинса для слабостолкновительной темной материи.
- ▶ Q-шары не имеют канала взаимодействия с видимым сектором, кроме гравитационного.
- ▶ Q-шары сталкиваются только друг с другом, причем наиболее вероятно сталкиваются два ближайших Q-шара.
- ▶ В результате столкновения два Q-шара сливаются, а часть их массы уходит в виде гравитационных волн.

## Механизм слияния Q-шаров

Изменение заряда Q-шара от слияния с другим таким же Q-шаром [4]:

$$\begin{cases} \frac{\partial Q(t,r)}{\partial t} = Q(t,r)\sigma_r(r)\sigma_Q(Q)n_Q(Q), & t \in [0; 13] \text{ Gyr}, \\ Q(0,r) = Q_0, \end{cases} \quad (6)$$

где

$$\sigma_r^2(r) = \frac{1}{\rho(r)} \int_r^\infty \rho(r) \frac{GM_h(< r)}{r^2} dr, \quad (7)$$

$$\sigma_Q = \frac{\pi R_Q^2}{2}, \quad (8)$$

$$n_Q(Q) = \frac{\rho}{M_Q(Q)}. \quad (9)$$

[4] Libanov, A. (2025), Physical Review D, 111(6), 063540.

## Механизм слияния Q-шаров

Закон сохранения заряда:

$$Q_0 N_0(r) = Q(t, r) N(t, r) \Rightarrow Q_0 \frac{\rho_{NFW}(r)}{M_Q(Q_0)} dV_h = Q(t, r) \frac{\rho(t, r)}{M_Q(Q)} dV_h \Rightarrow \quad (10)$$

$$\boxed{\frac{\rho(t, r)}{\rho_{NFW}(r)} = \left( \frac{Q(t, r)}{Q_0} \right)^{-1/4}} \quad (11)$$

Закон сохранения энергии:

$$M_h(0, r) = M_h(t, r) + E_{GW}(t, r) \Rightarrow \rho_{NFW}(r) dV_h = \rho(t, r) dV_h + \rho_{GW}(t, r) dV_h \Rightarrow \quad (12)$$

$$\boxed{\rho_{NFW}(r) = \rho(t, r) + \rho_{GW}(t, r).} \quad (13)$$

## Механизм слияния Q-шаров

Итоговое уравнение слияния Q-шаров с учетом вида концентрации, сечения, ЗСЗ и ЗСЭ:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial Q(\tau, r)}{\partial \tau} = \frac{3}{16\sqrt{2}v^3} \sigma_r(\tau, r) \rho(\tau, r) Q^{3/4}(\tau, r), \quad \tau \in [0; \tau(z)] \text{ Gyr}, \\ \frac{\rho(\tau, r)}{\rho_{NFW}(r)} = \left( \frac{Q(\tau, r)}{Q_0} \right)^{-1/4} \\ \rho_{NFW}(r) = \rho(\tau, r) + \rho_{GW}(\tau, r), \\ Q(0, r) = Q_0, \end{array} \right. \quad (14)$$

где

$$\tau = \frac{1}{H_0} \int_z^{z_{cusp}} \frac{dz}{(1+z) \sqrt{\Omega_M(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}} \quad (15)$$

– эквивалентное время, связанное с красным смещением.

## Уравнение изменения плотности гало темной материи

Явно подставляем связь плотности с зарядом (ЗСЗ) в уравнение слияния Q-шаров и получаем уравнение на плотность:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho(\tau, r)}{\partial \tau} = -\frac{3}{64\sqrt{2}} \frac{1}{v^3 Q_0^{1/4}} \frac{1}{\rho_{NFW}(r)} \sigma_r(\tau, r) \rho^3(\tau, r), \quad \tau \in [0; \tau(z)] \text{ Gyr}, \\ \rho_{NFW}(r) = \rho(\tau, r) + \rho_{GW}(\tau, r), \\ \rho(0, r) = \rho_{NFW}(r), \\ \rho_{NFW}(r) = \frac{\rho_0}{\frac{r}{r_s} (1 + \frac{r}{r_s})^2}, \end{array} \right. \quad (16)$$

или, переходя к безразмерным переменным  $\theta = \tau/\tau_0$ ,  $\xi = \rho/\rho_{NFW}$ ,  $x = r/r_s$ ,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \xi}{\partial \theta} = -C \frac{\xi^{5/2}}{x^{1/2}(1+x)} \left( \int_x^\infty \frac{\xi \int_0^x x(x+1)^{-2} \xi dx}{x^3(1+x)^2} dx \right)^{1/2}, \quad \theta \in [0; \theta_{max}], \\ \xi(0, x) = 1, \\ C = \frac{3}{32} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\tau_0 r_s \rho_0^{3/2} \sqrt{G}}{v^3 Q_0^{1/4}}. \end{array} \right. \quad (17)$$

# Область допустимых параметров

## I. Ограничение на приведенное сечение:

$$\bar{\sigma}(Q) = \frac{\pi R_Q^2}{M_Q} = \frac{3}{8\sqrt{2}} v^{-3} Q_0^{-1/4} \lesssim 0.1 - 1 \text{ cm}^2/\text{g}. \quad (18)$$

## II. Q-шары не должны коллапсировать в черные дыры:

$$R_Q > R_{BH} \Rightarrow Q_0 < \frac{9}{256\pi G} \frac{1}{v^4}, \quad (19)$$

## III. Q-шары – МАСНО?

Ограничение на микролинзирование МАСНО требует не более 10% ТМ с массами  $M_{MACHO} \sim 10^{-7} M_{\odot}$  [6]. Так как основная часть Q-шаров не меняется, то достаточно ограничить массу начальных Q-шаров:

$$M_Q(v, Q_0) \lesssim M_{MACHO} \iff v Q_0^{3/4} \lesssim \frac{3}{4\sqrt{2}} \pi M_{MACHO} \quad (20)$$

[6] Tisserand, P. et al, (2007), *Astron. & Astroph.*, 469(2), 387-404.

## Область допустимых параметров

### IV. Условие сглаживания каспа и условие перехода в кор (на примере LSB F583-1).

Решение зависит от свободных параметров  $\nu$  и  $Q_0$  через константу  $C$ .

1. Условие сглаживания каспа:

$$\rho(\tau_0, r \rightarrow 0) \leq 0.5\rho_{NFW}(r \rightarrow 0). \quad (21)$$

2. Условие перехода в кор:

$$\rho_{DM}(\tau_0, r_{core}) \lesssim \rho_{NFW}(r_{core}). \quad (22)$$

Тогда, например, методом пристрелки можно найти ограничение на константу  $C$  уравнения (34):

$$C_{min} = 0.0313 \leq C \leq C_{max} = 1.2925, \quad (23)$$

или, переходя к  $\nu$  и  $Q_0$ ,

$$\frac{3}{32} \sqrt{\frac{\pi G}{2}} \frac{\tau_0 r_s \rho_0^{3/2}}{C_{max}} \leq \nu^3 Q_0^{1/4} \leq \frac{3}{32} \sqrt{\frac{\pi G}{2}} \frac{\tau_0 r_s \rho_0^{3/2}}{C_{min}}. \quad (24)$$

## Область допустимых параметров

### V. Ограничение на фон гравитационных волн

Оценим частоту Г.В. от слияния двух Q-шаров в Ньютоновском приближении вблизи Q-шара:

$$f_0 = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2GM_Q}{(2R_Q)^3}} = 2\sqrt{\frac{G}{3\pi}} v^2. \quad (25)$$

В таком приближении частота излученной Г.В. не зависит от параметров Q-шара  $\Rightarrow$  галактику можно считать монохроматическим источником!  
Вселенная расширяется  $\Rightarrow$  Г.В. "краснеет":

$$f_d = \frac{f_s}{1+z}. \quad (26)$$

## Область допустимых параметров

Вклад Г.В. можно оценить по следующей формуле [7]:

$$\rho_c \Omega_{GW}(f_d) = \frac{\pi}{4G} f_d^2 h_c^2(f_d) = \int_0^{\infty} N(z) \frac{1}{1+z} \left( f_s \frac{dE_{GW}}{df_s} \right) dz. \quad (27)$$

Из монохроматичности:

$$\frac{dE_{GW}}{df_s} = E_{GW}^{tot} \delta(f_s - f_0). \quad (28)$$

Из связи частоты и красного смещения:

$$z = \frac{f_0}{f_d} - 1 = z_*. \quad (29)$$

Собираем все вместе:

$$\Omega_{GW}(f_d) = \frac{N(z_*) E_{GW}^{tot}(z_*)}{\rho_c} \iff h_c(f_d) = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{H_0 \Omega_{GW}(f_d)}{\pi^2 f_d^2}}. \quad (30)$$

[7] Phinney, E. S. (2001), arXiv preprint astro-ph/0108028.

## Область допустимых параметров

Из определения  $h_c$  видно, что можно ограничивать свободные параметры  $\nu$  и  $Q_0$  двумя способами:

1.  $h_c$  Q-шаров меньше  $h_c$  детекторов (более слабое ограничение).
2. Наблюдаемая частота Г.В. от Q-шаров не попадает в диапазон действующих детекторов (более сильное ограничение, используется в этой работе).

Так как диапазон LIGO не реализуется в рамках данной модели при любом физически осмысленном наборе параметров  $\nu$  и  $Q_0$ , а LISA находится на стадии проектирования, то достаточно удовлетворить наблюдения NanoGrav. Частоты NanoGrav лежат в пределах  $10^{-9} - 10^{-8}$  Гц. При учете покраснения Г.В. от Q-шаров можно заметить, что достаточно сделать две оценки:

1. Частота около источника  $f_0$  меньше  $f_{NanoGrav}^{min} = 10^{-9}$  Гц (так как при покраснении частота станет еще меньше).
2. Частота, наблюдаемая на детекторе, с поправкой на красное смещение первых галактик  $f_d = f_0 / (1 + z_{cusp})$  больше  $f_{NanoGrav}^{max} = 10^{-8}$  Гц (так как при приближении источника к детектору частота станет еще больше).

## Область допустимых параметров

Тогда, с учетом Ньютоновского приближения и красного смещения,

$$v^2 \geq \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3\pi}{G}} (1 + z_{cusp}) f_{NanoGrav}^{max}, \quad (31)$$

$$v^2 \leq \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3\pi}{G}} f_{NanoGrav}^{min}. \quad (32)$$

Легко заметить, что итоговое ограничение не содержит в себе  $Q_0$ .

# Область допустимых параметров

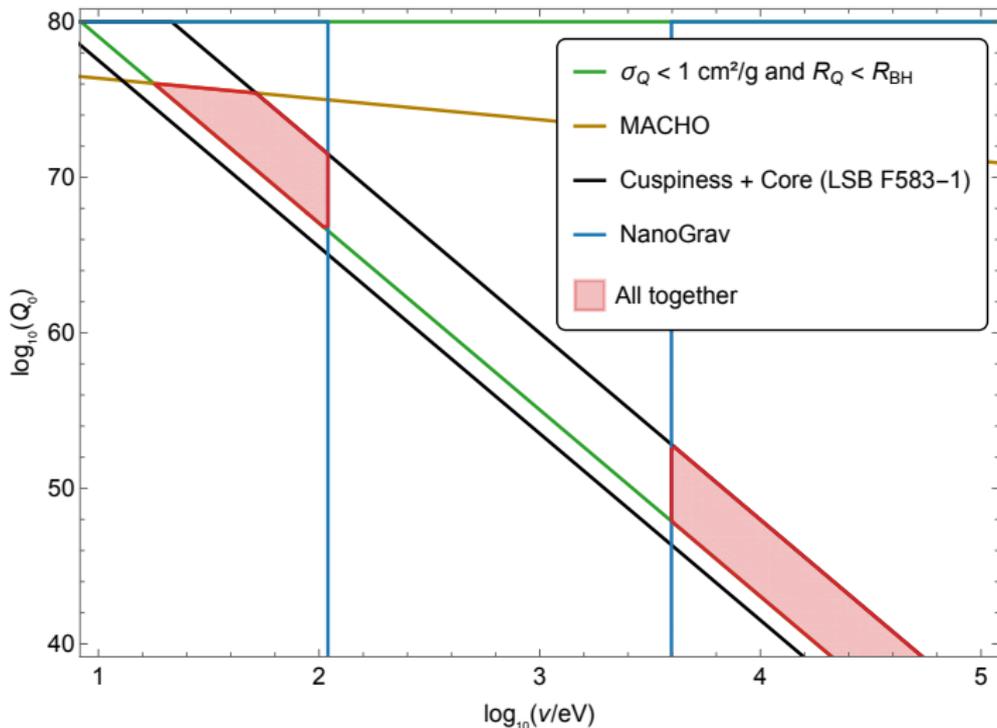


Рис.: Область допустимых свободных параметров  $m$  и  $Q_0$ .

## Численное решение

Уравнение изменения плотности в физических величинах:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho(\tau, r)}{\partial \tau} = -\frac{3}{64\sqrt{2}} \frac{1}{v^3 Q_0^{1/4}} \frac{1}{\rho_{NFW}(r)} \sigma_r(\tau, r) \rho^3(\tau, r), \quad \tau \in [0; \tau(z)] \text{ Gyr}, \\ \rho_{NFW}(r) = \rho(\tau, r) + \rho_{GW}(\tau, r), \\ \rho(0, r) = \rho_{NFW}(r), \\ \rho_{NFW}(r) = \frac{\rho_0}{\frac{r}{r_s} (1 + \frac{r}{r_s})^2}, \end{cases} \quad (33)$$

и в безразмерном виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial \xi}{\partial \theta} = -C \frac{\xi^{5/2}}{x^{1/2}(1+x)} \left( \int_x^\infty \frac{\xi \int_0^x x(x+1)^{-2} \xi dx}{x^3(1+x)^2} dx \right)^{1/2}, \quad \theta \in [0; \theta_{max}], \\ \xi(0, x) = 1, \\ C = \frac{3}{32} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\tau_0 r_s \rho_0^{3/2} \sqrt{G}}{v^3 Q_0^{1/4}}. \end{cases} \quad (34)$$

Далее вычисления пойдут на примере галактики LSB F583-1 с параметрами:  
 $\rho_0 = 0.264 \text{ ГэВ/см}^3$ ,  $r_s = 11.09 \text{ кпк}$ .

## Численное решение

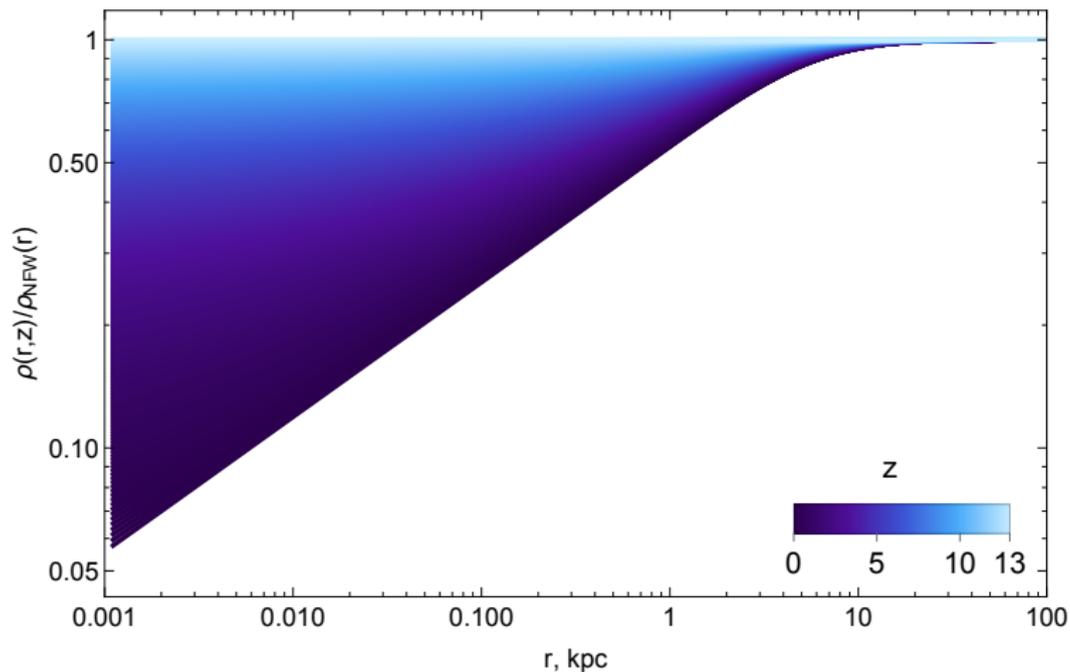
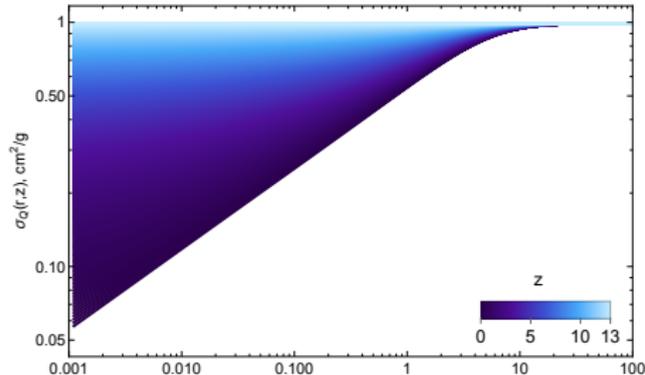
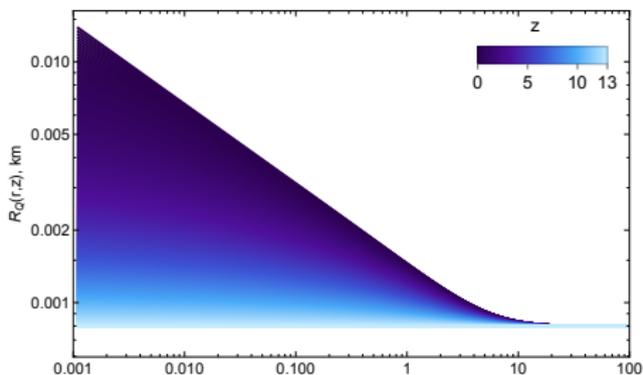
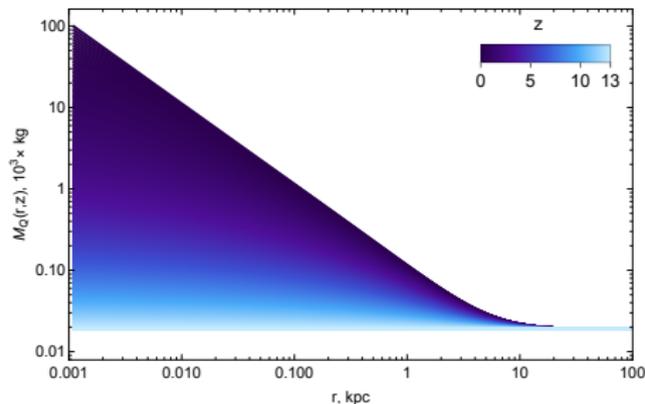
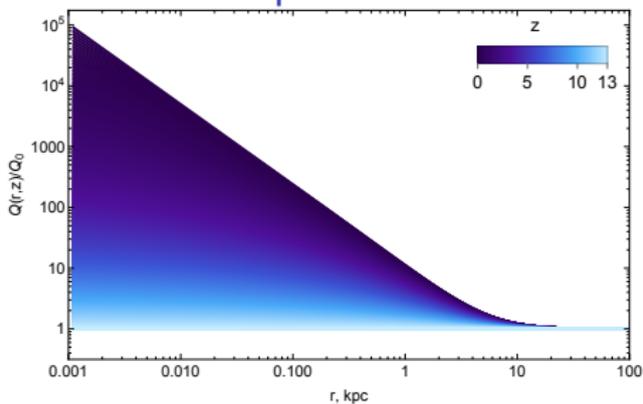


Рис.: Профиль плотности гало темной материи из (34). Свободные параметры:  
 $\nu = 10$  кэВ,  $Q_0 = 10^{43}$ .

# Численное решение



## Численное решение

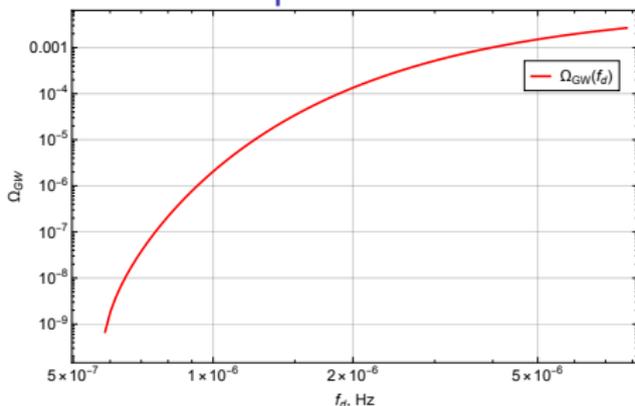


Рис.: Подсчет  $\Omega_{GW}$  для  $\nu = 10$  кэВ и  $Q_0 = 10^{43}$ .

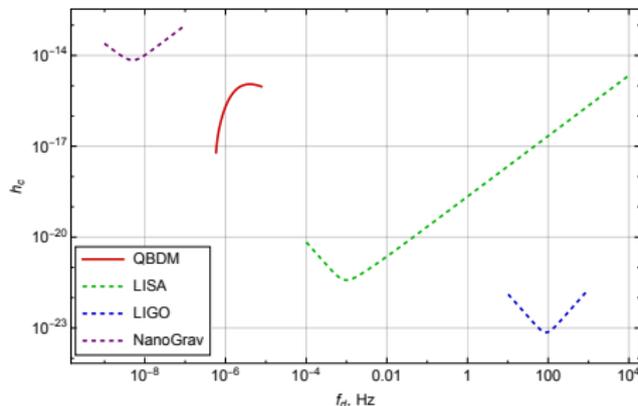


Рис.: Подсчет  $h_c$  для  $\nu = 10$  кэВ и  $Q_0 = 10^{43}$  в сравнении с чувствительностями различных детекторов [8-10].

[8] Robson, T., Cornish, N. J., Liu, C., (2019), *Classical and Quantum Gravity*, 36(10), 105011.

[9] Thrane, E., Romano, J. D. (2013), *Phys. Rev. D*, 88(12), 124032.

[10] Collaboration, N., Agazie et al, (2025), [The nanograv 15-year data set](#).

## Численное решение

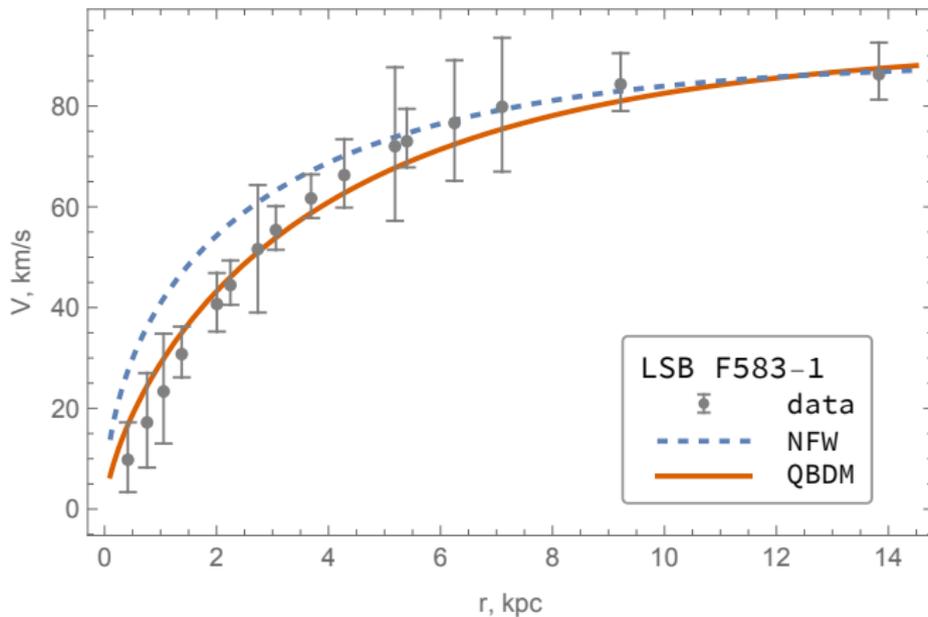


Рис.: Вклад в кривую вращения LSB F583-1 [11].

[11] De Naray, R. K. et al, (2008), *The Astroph. J.*, 676(2), 920-943.

## Заключение

- ▶ Получено уравнение изменения плотности гало темной материи в модели с взаимными соударениями Q-шаров.
- ▶ Получена область допустимых свободных параметров модели  $\nu$  и  $Q_0$ .
- ▶ Получено численное решение, описывающее эволюцию профиля плотности гало темной материи и эволюцию массы, радиуса и сечения Q-шаров.
- ▶ Оценен гравитационный фон, который возникает в результате излучения гравитационных волн при столкновении Q-шаров.
- ▶ Полученные результаты хорошо согласуются с наблюдениями за галактикой FSB F583-1.
- ▶ Общий критерий cuspsiness+core? (по мотивам [12])
- ▶ Другой канал уноса энергии (dark radiation)?
- ▶ Перераспределение массы темной материи в гравитационные волны указывает на возможность решения проблемы Hubble Tension?

[11] Hayashi, K. et al, (2025), arXiv preprint arXiv:2507.22155.

# СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

Данная работа выполнена в рамках гранта  
РНФ 22-12-00215-П