

Сессия-конференция секции ядерной физики ОФН РАН

Новосибирск, ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН 10-13 марта 2026

Фундаментальная ядерная физика

Кулоновское взаимодействие в импульсном пространстве для ядерных реакций с кластерным представлением*

Егоров Михаил Викторович

(Томский государственный университет)

*исследование поддержано грантом правительства РФ
соглашение №075-15-2025-009 от 28.02.2025 г.

Выражаю благодарность фонду развития теоретической физики
и математики «БАЗИС» (проект №23-1-3-3-1)

ЯДРА, МЕЗОНЫ И АДРОНЫ ЗАРЯЖЕНЫ И ТРЕБУЮТ УЧЁТА КУЛОНОВСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРИ РАССЕЯНИИ И РЕАКЦИЯХ

- Фактор Гамова (для ++ процессов) $e^{-2\pi\eta}$

Недостатки: точечный характер, не полная картина

- Поиск кулоновской резольвенты (оператора Грина) в трёхдиагональном виде в базисе функций Штурма-Кулона.

Недостатки: масштабирующий параметр, Промежуточная трехдиагонализация и обрыв бесконечных сумм

- Пакетная техника.

Недостатки: пакетная проекция короткодействующих потенциалов и функций Грина на энергетических интервалах, не адаптирован к + - рассеянию

- Адиабатические разложения.

Недостатки: ограничения задачи Штурма-Лиувилля, усреднения по координатам, проблемы с трёхчастичным континуумом

Общий недостаток: подбор базиса с управляющими константами как некое искусство

КУЛОНОВСКАЯ ПРОБЛЕМА

- Нарушено асимптотическое условие $\int_0^\infty dr \cdot r \cdot |V_C| < \infty$
- В импульсном пространстве кулоновский потенциал V_C сингулярен уже на массовой поверхности
- В уравнении Липпмана-Швингера сингулярности потенциала пересекаются с сингулярностями функции Грина



ДВУХПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ МЕТОД

$H = H_0 + U + V$ – гамильтониан системы

U – взаимодействие (экранированное/внутреннее)

V – остаточное взаимодействие

$$T_{\beta\alpha} = \left((H - E)\chi_{\beta}, \psi_{\alpha}^+ \right) \equiv \left(\chi_{\beta}, (U + V)\psi_{\alpha}^+ \right) = \\ = \left(\phi_{\beta}^-, V\psi_{\alpha}^+ \right) + \left(\phi_{\beta}^-, U\chi_{\alpha} \right).$$

ψ_{α}^+ – состояние рассеяния

ϕ_{β}^- – собственная функция $H_0 + U$

$\chi_{\beta,\alpha}$ – плоскотоволновые асимптотики

Представим кулоновский (К.) потенциал в виде

$$V_C = V_R + V_{\phi} \equiv V_R + (V_C - V_R).$$

$V_R(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \cdot \exp\left(-\frac{r}{R}\right)$ – экранированный К.

$$V_R(\vec{p}_f, \vec{p}_i; z) = \frac{4\pi k\eta/\mu}{p_f^2 - 2p_f p_i \cos(\theta_{p_f p_i}) + p_i^2 + \left(\frac{\hbar c}{R}\right)^2}$$

$$R(k, l) = \frac{\hbar c}{2k} \exp\left(\frac{C(k, l)}{\eta}\right), \quad C(k, l) = C_0(k, l) \pm \pi n$$

– радиус экранирования

Для суммы потенциалов короткодействующего V_S и кулоновского V_C :

$$t^{SR} = V_S + K^{SC} G_0 t^{SR}, \quad K^{SC} \equiv V^S (1 + G_0 T^C)$$

на массовой поверхности полная матрица: $T = (1 + t^{R\phi} G_0) t^{SR} (1 + G_0 t^{R\phi}) + T_C$

Кулоновская матрица рассеяния есть:

$$T_C = T_{\phi} + T_{R\phi}$$

где

$$T_{\phi} = V_{\phi} + V_{\phi} G_0 T_{\phi}$$

$$T_{R\phi} = (1 + T_{\phi} G_0) t^{R\phi} (1 + G_0 T_{\phi})$$

$$t^{R\phi} = V_R + V_R G_{\phi} t^{R\phi}$$

$$G_{\phi} \equiv G_0 + G_0 T_{\phi} G_0$$

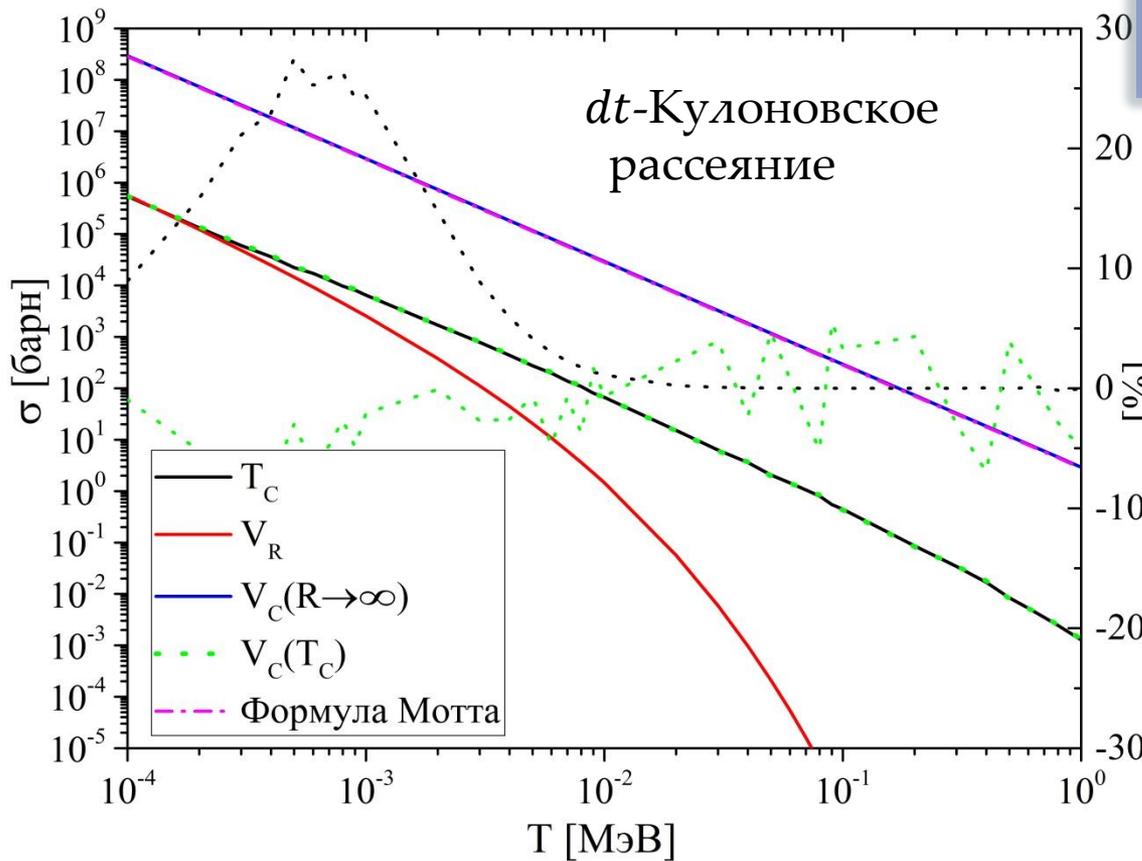
Нежелательные сингулярности уходят требованием

$$T_{\phi}(k, k; z) = 0$$

$T_{\phi}(k, p_i; z) = 0, T_{\phi}(p_f, k; z) = 0$
что обеспечивает выбор $R(k, l)$



ДВУХПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ МЕТОД



- Сумма $T_C = T_\phi + T_{R\phi}$ от области экранирования R не зависит

..... Относительная
разница вкладов с $C=-2$ и -100
..... Относительная
разница между T_C и $V_C(T_C)$

- Продемонстрировано согласие при $R \rightarrow \infty$ с формулой Мотта
- Вклады Моттовского рассеяния и T_C -матрицы существенно различные

✓ Мы имеем возможность определить «новые» кулоновские потенциалы решая обратную задачу из одного уравнения Липпмана-Швингера по найденной T_C .

$$V_C(T_C) := (1 + G_0 T_C)^{-1} T_C$$

✓ Представляет интерес явное проявление угловой зависимости кулоновского состояния рассеяния $\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{(2\pi)^2} \cdot e^{\frac{\pi\eta}{2}} \cdot \Gamma(1 + i\eta) \cdot F(-i\eta; 1; ikr(1 - \cos(\theta)))$.

При этом $|\psi_{\vec{k}}(\vec{r})|_{r \rightarrow 0 \text{ или } \theta \rightarrow 0}^2 = 2\pi\eta(e^{2\pi\eta} - 1)^{-1}$ - Фактор Гамова



Рассмотрим 2-х канальный механизм:

Упругое рассеяние: $DT \rightarrow DT$

Реакция: $DT \rightarrow n^4\text{He}$

Короткодействующие v_{11}, v_{12}, v_{21} потенциалы локальной формы

$$DT \rightarrow DT - [v_{11}]$$

$$DT \rightarrow n^4\text{He} - [v_{21}]$$

$$n^4\text{He} \rightarrow DT - [v_{12}]$$

$$n^4\text{He} \rightarrow n^4\text{He} - [v_{22}]$$

$$V(\vec{p}_f, \vec{p}_i) = \frac{V_R}{\mu_R^2 + p_f^2 + p_i^2 - 2p_f p_i y_{p_f p_i}}$$

$$y_{p_f p_i} = \cos(\theta_{p_i}) \cos(\theta_{p_f}) + \cos(\phi_f + \phi_i) \sin(\theta_{p_f}) \sin(\theta_{p_i}).$$

Короткодействующий v_{22} потенциал сепарабельной формы

фитируется отдельно по парциальным сдвигам ${}^1S_{1/2}, {}^2P_{1/2}, {}^2P_{3/2}, {}^2D_{3/2}$:

$$V(\vec{p}_f, \vec{p}_i)$$

$$= 4\pi \sum C_{LM_f S_f M - M_f}^{JM} Y_{L_f M_f}(\hat{p}_f) \chi_{S_f M - M_f} V_L^J(p_f, p_i) C_{LM_i S_i M - M_i}^{JM} Y_{L_i M_i}^*(\hat{p}_i) \chi_{S_i M - M_i}^*$$

Уравнения Липпмана-Швингера

$$\begin{cases} t_{11} = v_{11} + v_{11} G_0 t_{11} + v_{12} G_0 t_{21} \\ t_{21} = v_{21} + v_{21} G_0 t_{11} + v_{22} G_0 t_{21} \end{cases}$$

$$V_L^J(p_f, p_i) = \lambda_L^J \xi_L(p_f) \xi_L(p_i)$$

$$\xi_L(p) = \frac{c_1 p^L}{(p^2 + b_1^2)^{L+1}} + \frac{c_2 p^{L+2}}{(p^2 + b_2^2)^{L+2}}$$

Полные сечения

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{E_i(W - E_i)E_f(W - E_f)}{(2\pi W)^2} \frac{p_f}{p_i} \frac{\sum |t_{\beta\alpha}(\vec{p}_f, \vec{p}_i)|^2}{(2j_1 + 1)(2j_2 + 1)}$$

Константы: c_1, b_1, c_2, b_2 подбираются из описания фазовых сдвигов $n^4\text{He} \rightarrow n^4\text{He}$
 Константы V_R, μ_R подбираются из описания экспериментальных полных сечений реакции $DT \rightarrow n^4\text{He}$

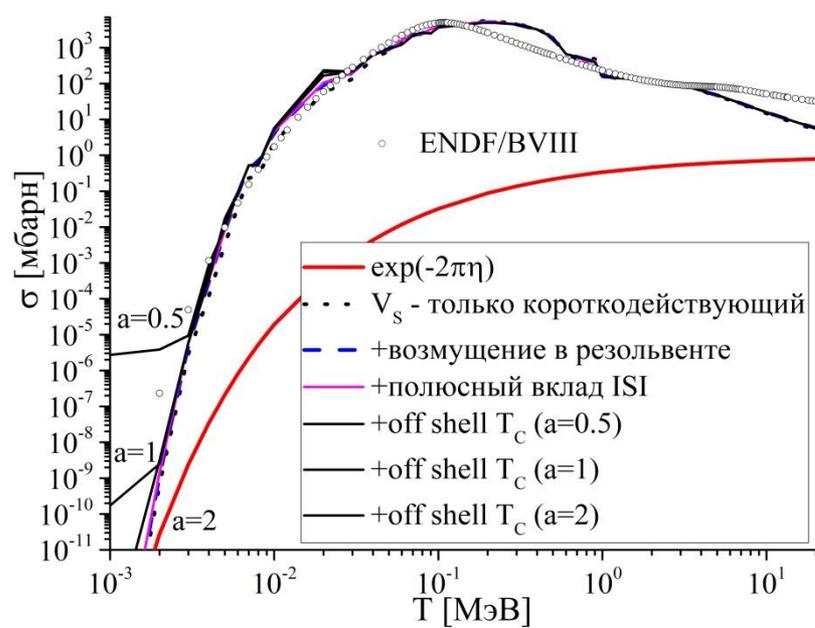
Off-shell эффект для $T_C(\vec{p}_f, \vec{p}_i)$

при расчёте ISI (взаимодействия в начальном состоянии):

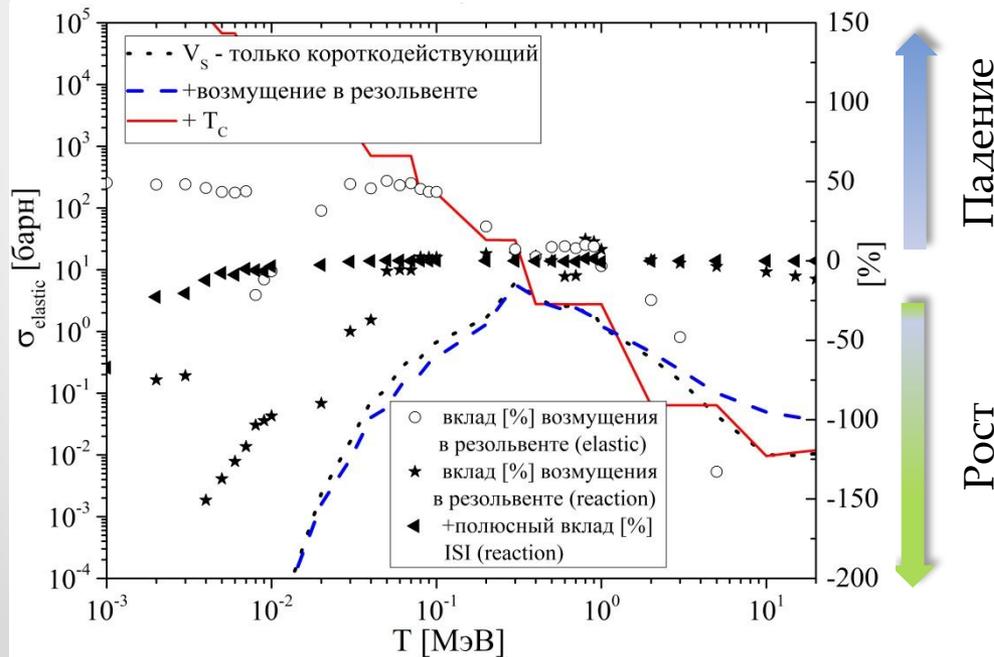
$$T_C(\vec{p}_f, \vec{p}_i) \rightarrow T_C(\vec{k}, \vec{k}) \cdot e^{-a \cdot |p_f^2 - p_i^2|}, a \in \mathbb{R}$$



КУЛОНОВСКИЕ ВКЛАДЫ В РЕАКЦИИ



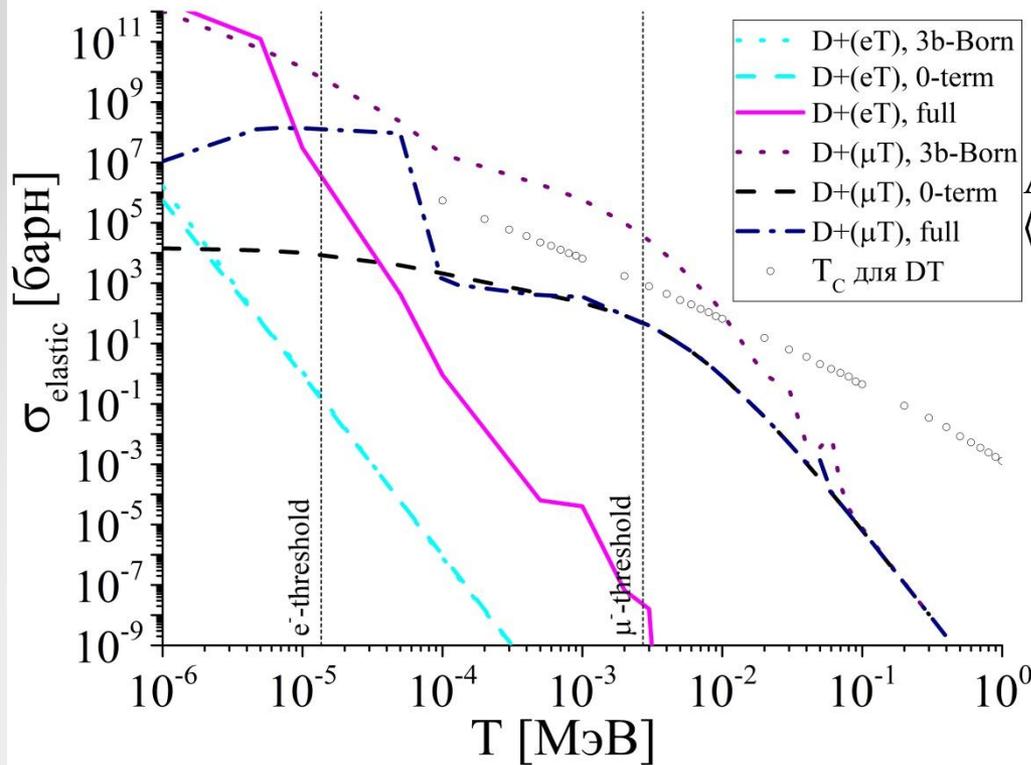
- Фактор подавления Гамова (явно входит в короткодействующую параметризацию) играет существенную роль во всём рассмотренном интервале энергий
- Эффект угловой зависимости в $\psi_{\vec{k}}(\vec{r})$ оказался не важным именно для данной реакции
- Кулоновские возмущения в короткодействующей G_0 -резольвенте приводят:
 - а) К росту сечения реакций при $T < 100$ кэВ
 - б) Падению сечения упругого рассеяния при $T < 300$ кэВ и его росту при $T > 2$ МэВ



- Дополнительный по отношению к резольвентному полюсный вклад эффекта взаимодействия (ISI) в начальном состоянии также приводит к росту сечения реакции в области $T < 20$ кэВ до 67% при $T = 1$ кэВ.
- Вклад кулоновской T_C -матрицы в сечение упругого рассеяния становится важным в области $T < 350$ кэВ
- Критически важно немассовое поведение кулоновской T_C -матрицы в реакции в области $T < 3 - 5$ кэВ



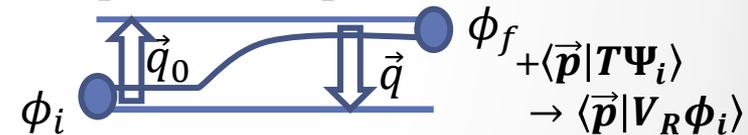
Влияние электрона. Следствие динамики трёх тел



Амплитуда упругого рассеяния и перестройки:

$$\langle \Psi_f | U | \Psi_i \rangle = \phi_f \left(-\vec{q} \frac{m_1}{m_1+m_3} - \vec{q}_0 \right) \left(E - \frac{q^2}{2\mu_{23}} - \frac{q_0^2}{2\mu_{13}} - \frac{q_0 q y_{qq_0}}{m_3} \right) \phi_i \left(\vec{q} + \vec{q}_0 \frac{m_2}{m_2+m_3} \right) + \phi_f \left(\vec{q} \frac{m_1}{m_1+m_2} + \vec{q}_0 \right) \left(E - \frac{q^2}{2\mu_{23}} - \frac{q_0^2}{2\mu_{12}} - \frac{q_0 q y_{qq_0}}{m_2} \right) \phi_i \left(-\vec{q} - \vec{q}_0 \frac{m_3}{m_2+m_3} \right) + \int d^3 q' \left[\langle \Psi_f | -\vec{q} \frac{m_1}{m_1+m_3} - \vec{q}', \vec{q}' \rangle \langle \vec{q} + \vec{q}' \frac{m_2}{m_2+m_3} | T_2 | \Psi_i \rangle + \langle \Psi_f | \vec{q} \frac{m_1}{m_1+m_2} + \vec{q}', \vec{q}' \rangle \langle -\vec{q} - \vec{q}' \frac{m_3}{m_2+m_3} | T_3 | \Psi_i \rangle \right]$$

3b-Борновское приближение:



Вероятности ++ и +- взаимодействия одинаковы, и до порога ионизации вклад ядра атома экранирован

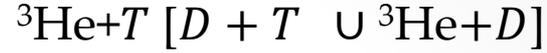
- ✓ Для $D + (eT)$ Борновское приближение на 6 порядков меньше
- ✓ Для $D + (\mu T)$ Борновское приближение не отличается от полного расчёта уже при $T > 80$ кэВ
- ✓ Практически всюду 3b расчёт $D + (eT)$ рассеяния **ниже** 2b расчёта DT —упругое с T_C

Амплитуды $U(\vec{p}_f, \vec{p}_i) \equiv U(p_f, p_i, y_{p_f p_i})$ можно записать заранее в txt-файл для последующего использования в 2b и/или 3b расчётах рассеяния и реакций.



Взаимодействие кластеров. Следствие динамики трёх тел

✓ Верифицирован механизм синтеза между отдельными частями ядер – кластерами



Роль фактора подавления: $|\psi_{\vec{k}}(\vec{r})|^2$

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \cdot e^{\frac{\pi\eta}{2}} \cdot \Gamma(1 + i\eta) \cdot F(-i\eta; 1; ikr(1 - \cos(\theta)))$$

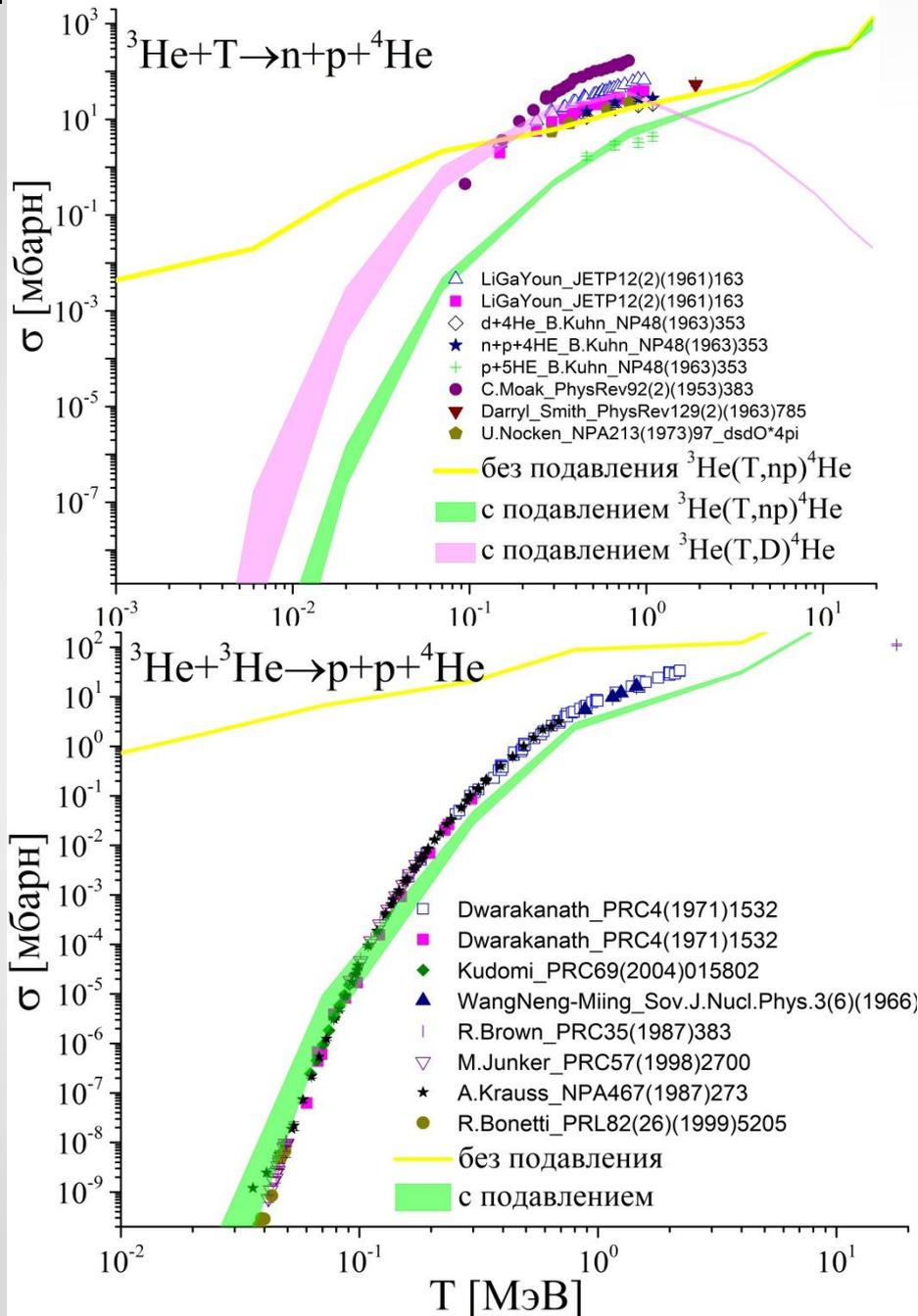
Рост $F(a; b; c)_{r \rightarrow \infty, \theta \rightarrow 0}$ можно ограничить выбором $R(k, l)$ как в модели двух потенциалов тогда:

✓ Угловая зависимость фактора подавления важна при $T < 100$ кэВ [зависит от реакции]

✓ Если экспериментальные сечения корректируются в форме

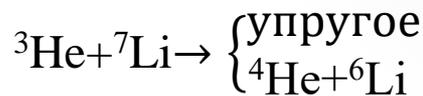
$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} \cdot \exp(-2\pi\eta),$$

то потребуется перекорректировка самих данных



Взаимодействие кластеров. Следствие динамики трёх тел

На примере 2-х канальной задачи



- ✓ При $T > 3$ кэВ 3b расчёт ${}^3\text{He}+(e^7\text{Li})$ рассеяния **ниже** 2b расчёта ${}^3\text{He}+{}^7\text{Li}$ —упругое с T_C
- ✓ Исходные 2b расчёты с T_C меньше Моттовского (Резерфордовского)

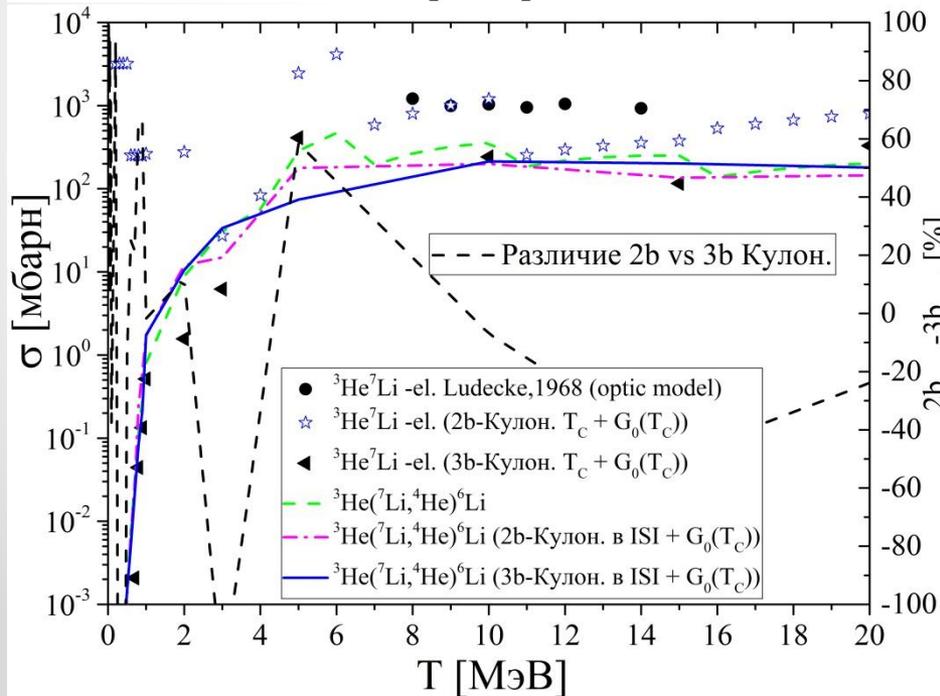
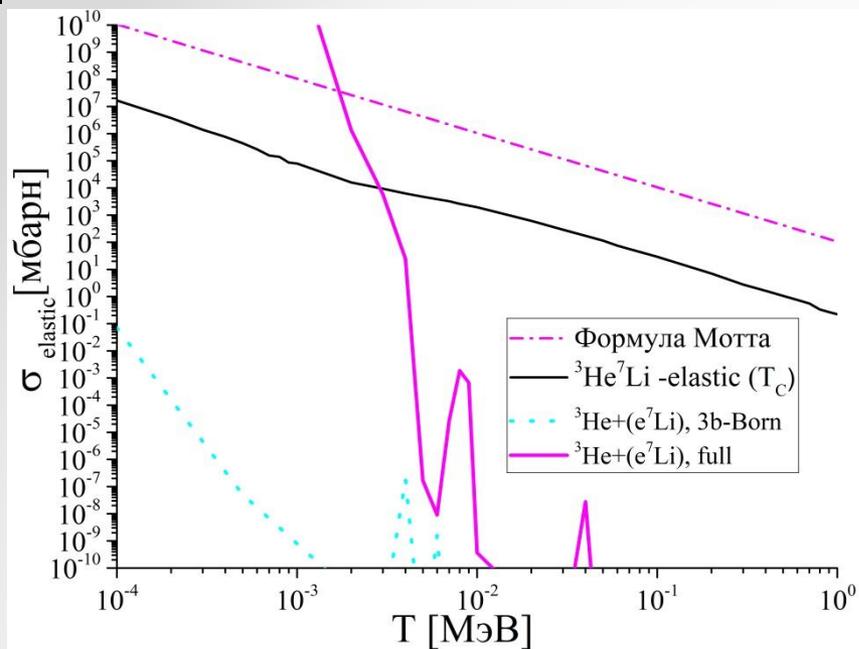
Поэтому в реакции 2b-3b эффект проявляется так

- ✓ При $T < 3$ кэВ вклад 3b-кулона сильно меньше 2b-кулоновского (возможно нехватка сеточных узлов в этой области)
- ✓ Кулоновский 3b эффект ${}^3\text{He}+(e^7\text{Li})$ превышает кулоновский ${}^3\text{He}+{}^7\text{Li}$ механизм в области $20 > T > 6$ МэВ на уровне 20%.
- ✓ В области низких энергий наибольший эффект идёт от ISI, в области высоких энергий — $G_0(T_C)$
- ✓ При $T > 6$ кэВ параметр a (off shell effect) роли не играет.

Некоторые источники:

Фаддеевские уравнения: Egorov M., FBSY66(2025)24;
Двухпотенциальный метод и кулон.: Oryu Sh., PRC73(2006)054001;

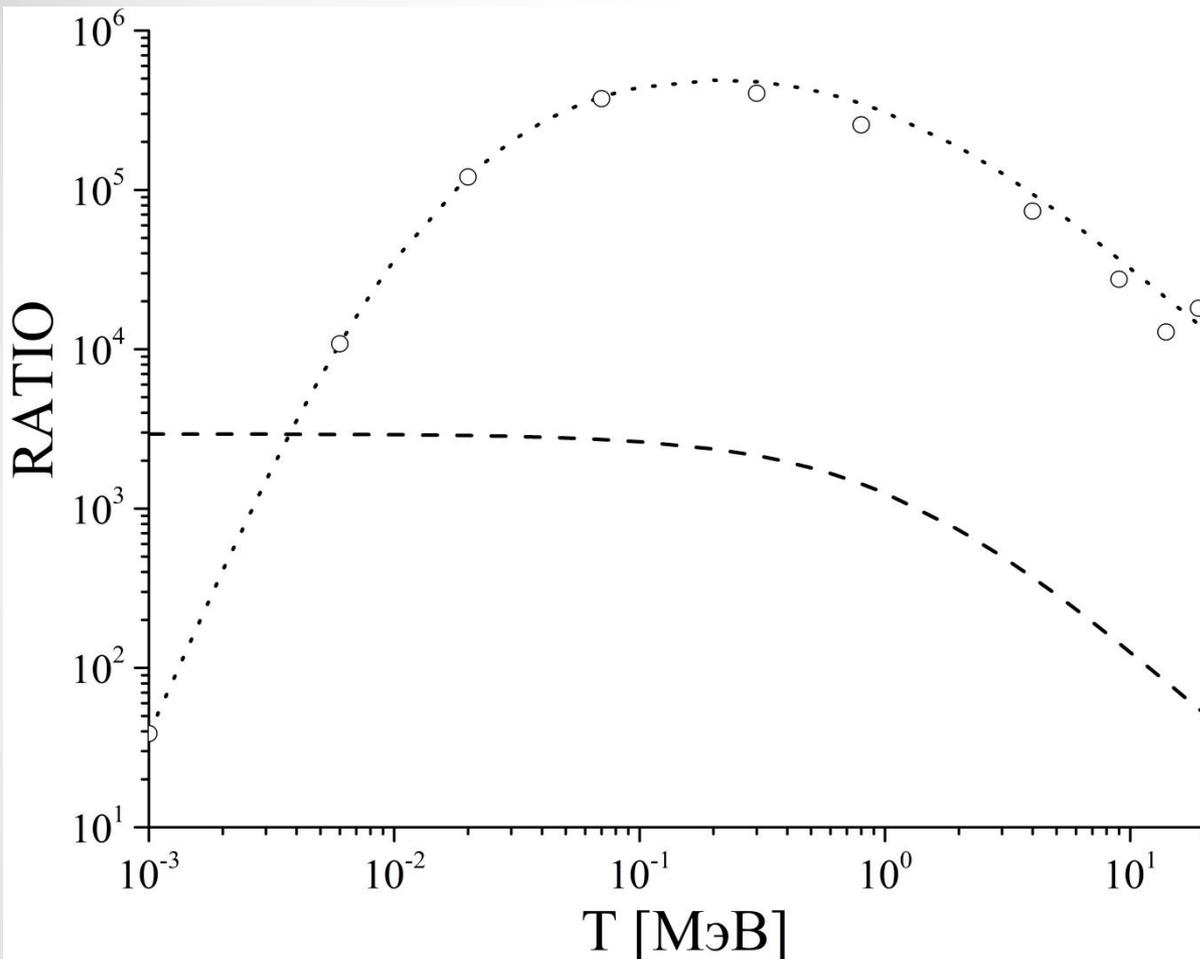
Благодарю за внимание!



Что насчёт катализа реакций мюоном на лету?

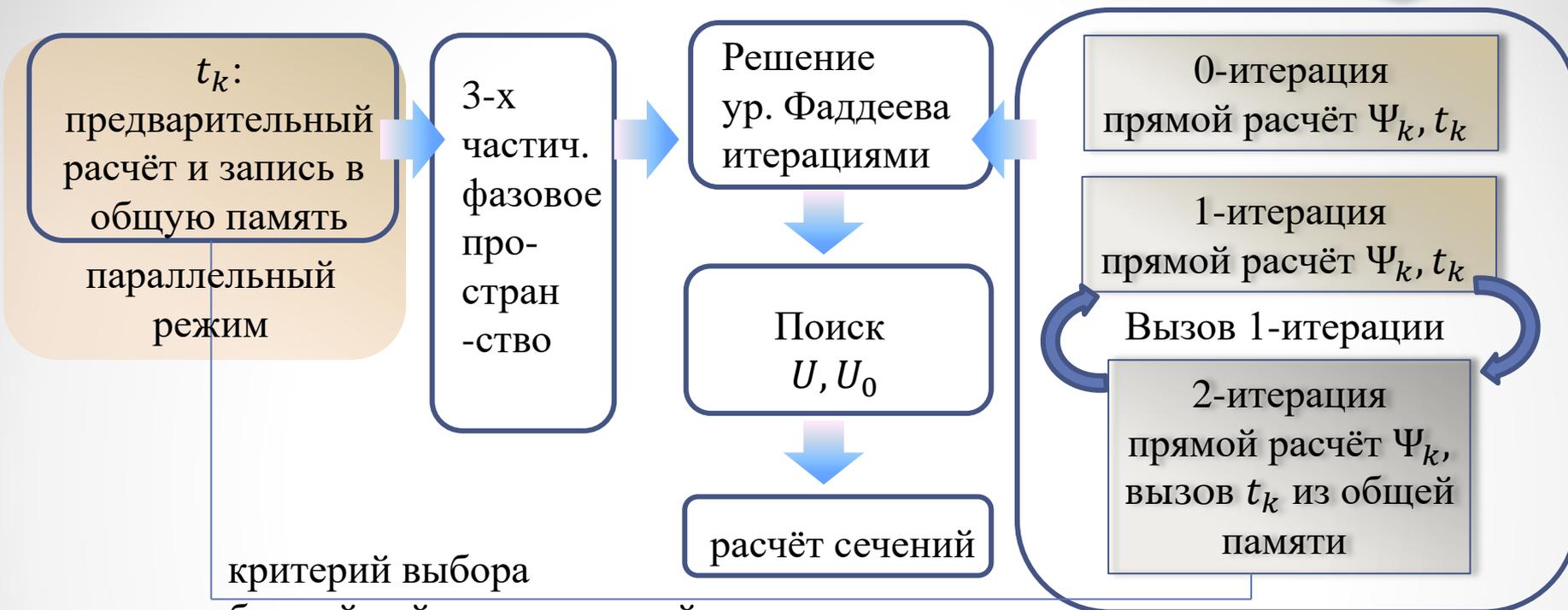
Отношение сечений процессов $(\gamma T)(^3\text{He}, n\mu^-)^4\text{He}$ для μ^- и e^- , рассчитываемых по точной нерелятивистской формуле для фазовых пространств 4b-тел.

Пунктирная линия – отношение только фазовых множителей, точечная линия – дополнительный учёт собственных волновых функций начального атома в $l = 0$ парциальной волне, пустые точки - дополнительный учёт трёхчастичных матриц Рассеяния, соответствующий первому Борновскому приближению к четырёхчастичной задаче рассеяния.

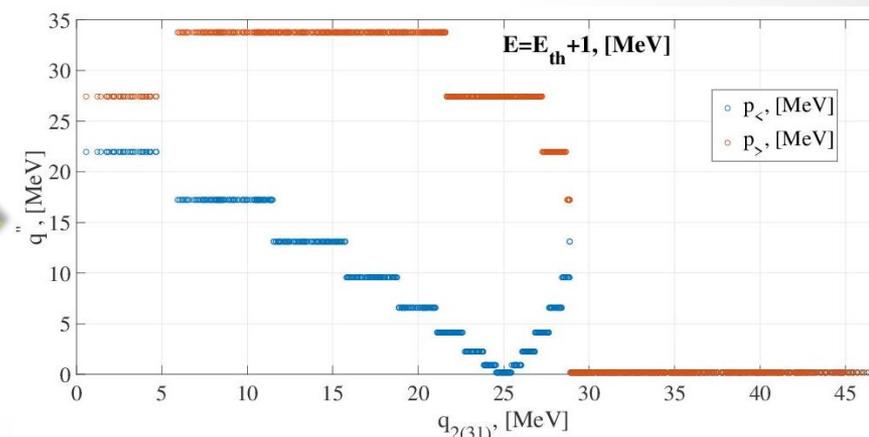


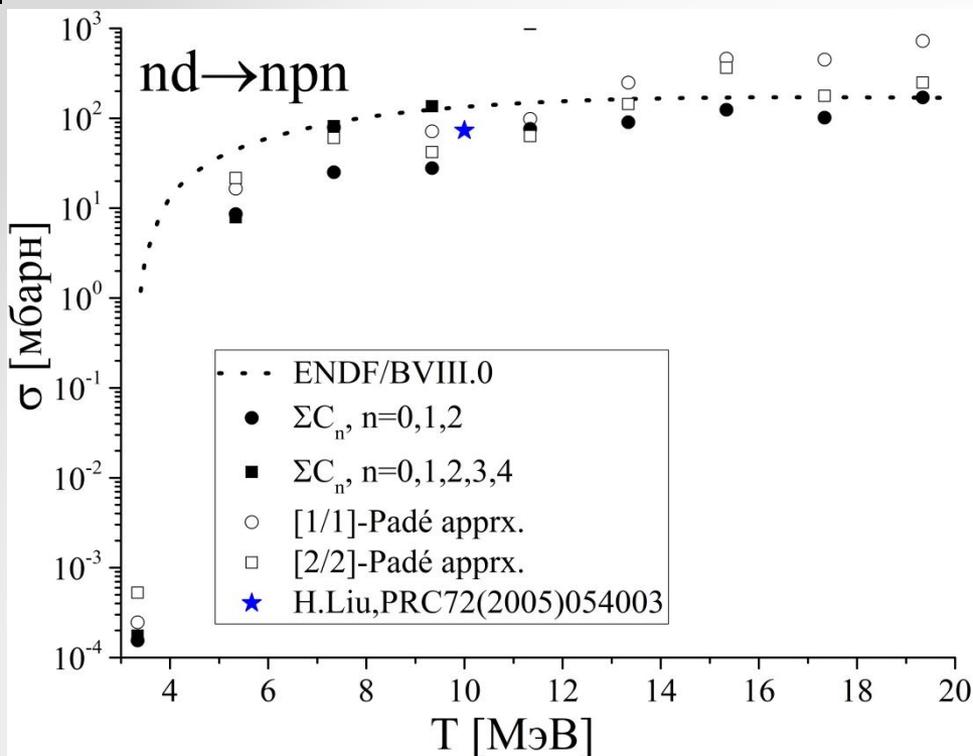
Блок-схема программы расчёта сечений:

Back up



Программа позволяет считать [1/1], [2/2] Паде-аппроксиманты для трёхчастичной T -матрицы в комбинированном параллельном и последовательном режимах с выделением границ зон сингулярностей в виде индексов массивов с последующим обходом этой области согласно Н. Liu, PRC72(2005)054003





Верификация разработанной процедуры
Решения интегральных уравнений
Фаддеева для описания простейших
процессов рассеяния и реакции на
дейтроне с корректным обходом
всех сингулярностей в рамках созданной
численной программы

Волновые функции Боровских атомов:

