

Методы определения центральности в эксперименте VM@N

Идрисов Дим, Николай Карпушкин, Парфенов Петр, Федор Губер

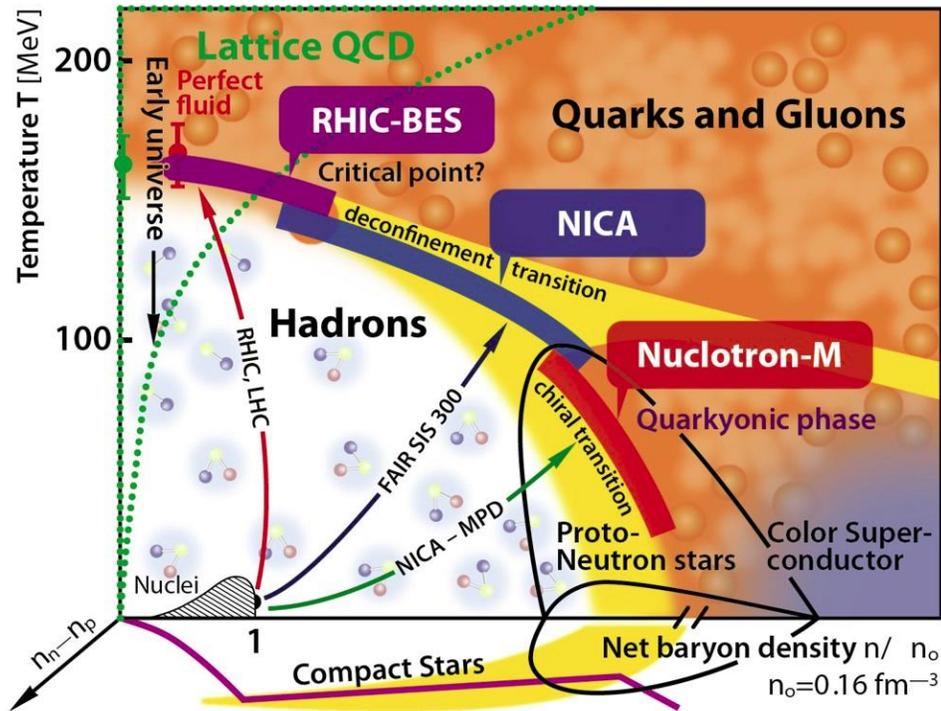
ИЯИ РАН

Сессия-конференция Секции ядерной физики
ОФН РАН

10-13 марта 2026



Ускорительный комплекс NICA



- **Высокие энергии ($\sqrt{s_{NN}} > 100$ GeV):**
 - Высокая T , $\mu_B \approx 0$, Эволюция ранней вселенной
- **Низкие энергии ($2.4 < \sqrt{s_{NN}} < 11$ GeV):**
 - Средние T , высокая μ_B , внутренняя структура компактных звезд, слияния нейтронных звезд



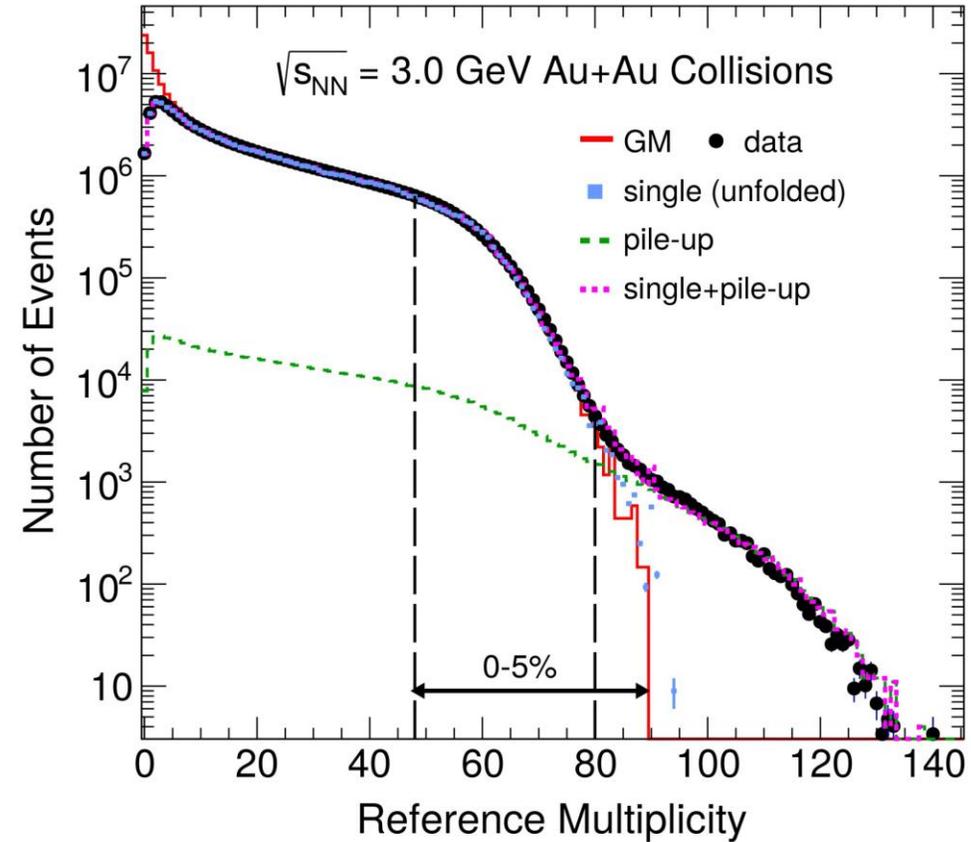
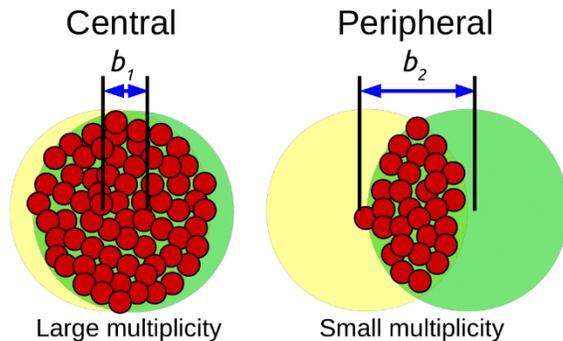
- **Baryonic Matter at Nuclotron (BM@N)** – эксперимент с фиксированной мишенью, первый физический сеанс Xe+Csl 2022-2023
- **Multi-Purpose Detector (MPD)** – запуск 2026-2027
- **Spin Physics Detector (SPD)** – возможность работать с поляризованными пучками дейтронов

Определение центральности в эксперименте



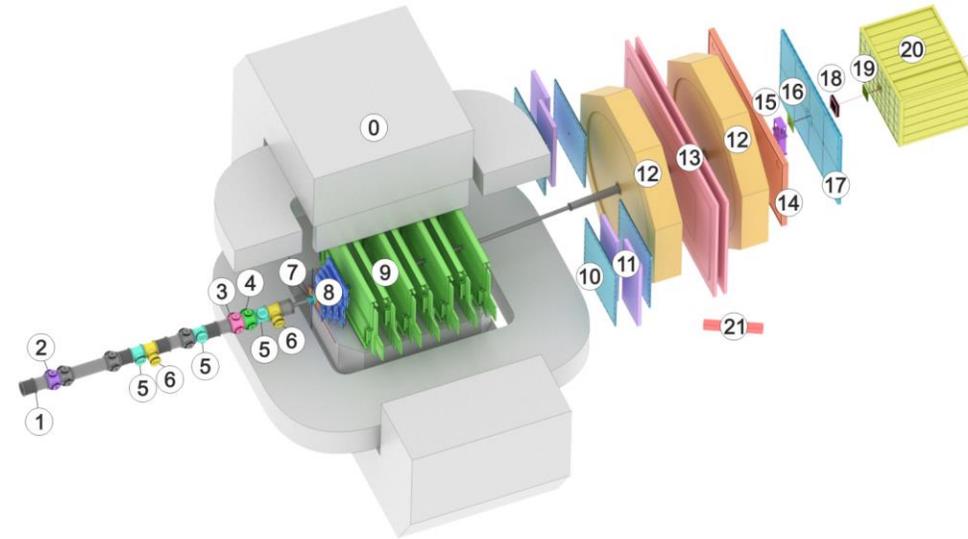
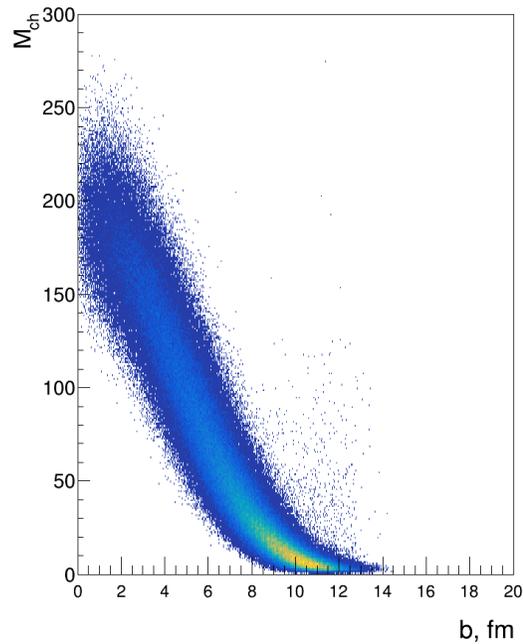
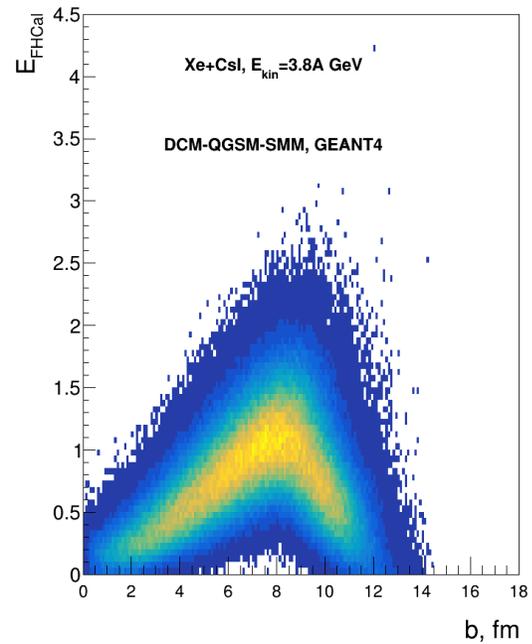
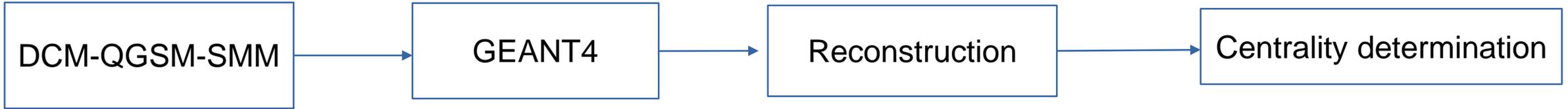
- Эволюция материи, образующейся при столкновениях тяжелых ионов, зависит от ее начальной геометрии
- Процедура определения центральности сопоставляет параметры начальной геометрии с измеряемыми величинами (множественность или энергия нуклонов спектаторов).
- Это позволит сравнить будущие результаты **BM@N** с данными из других экспериментов (STAR BES, NA49/NA61) и теоретическими моделями

$$c(b) = \frac{\int_0^b \frac{d\sigma}{db'} db'}{\int_0^\infty \frac{d\sigma}{db'} db'} = \frac{1}{\sigma_{A-A}} \int_0^b \frac{d\sigma}{db'} db'$$



Распределение множественности (черные маркеры) для области $-0.5 < y < 0$ и $0.4 < p_T < 2.0 \text{ ГэВ/с}$, GM (красная гистограмма), а также результаты для пайлапа и без него.

Определение центральности в эксперименте BM@N



- 0 Magnet SP-41 (0)
- 1 Vacuum Beam Pipe (1)
- 2-4 BC1, VC, BC2 (2-4)
- 5, 6 SiBT, SiProf (5, 6)
- 7 Triggers: BD + SiMD (7)
- 8, 9 FSD, GEM (8, 9)
- 10 CSC 1x1 m² (10)
- 11 TOF 400 (11)
- 12 DCH (12)
- 13 TOF 700 (13)
- 14 ScWall (14)
- 15 FD (15)
- 16 Small GEM (16)
- 17 CSC 2x1.5 m² (17)
- 18 Beam Profilometer (18)
- 19 FQH (19)
- 20 FHCal (20)
- 21 HGN (21)

Корреляция энергии спектров в FHCal и множественности треков заряженных частиц с прицельным параметром

Схематический вид установки BM@N

Метод прямой реконструкции (Г-fit): основные положения



Флуктуации множественности описываются Гамма распределением:

$$P(M | c_b) = \frac{1}{\Gamma(k(c_b))\theta^2} M^{k(c_b)-1} e^{-M/\theta}$$

$$c_b = \int_0^b P(b') db' \quad \text{— центральность по имп. параметру}$$

$$\theta = \frac{D(M)}{\langle M \rangle}, \quad k = \frac{\langle M \rangle}{\theta} \quad \langle M \rangle, D(M) \text{ — средние значение и дисперсия}$$

$$\langle M \rangle = m_1 \cdot \langle M' \rangle$$

$$D(M) = m_1^2 \cdot D(M') + m_1 \cdot m_2 \langle M' \rangle$$

m_1, m_2 — Параметры фита

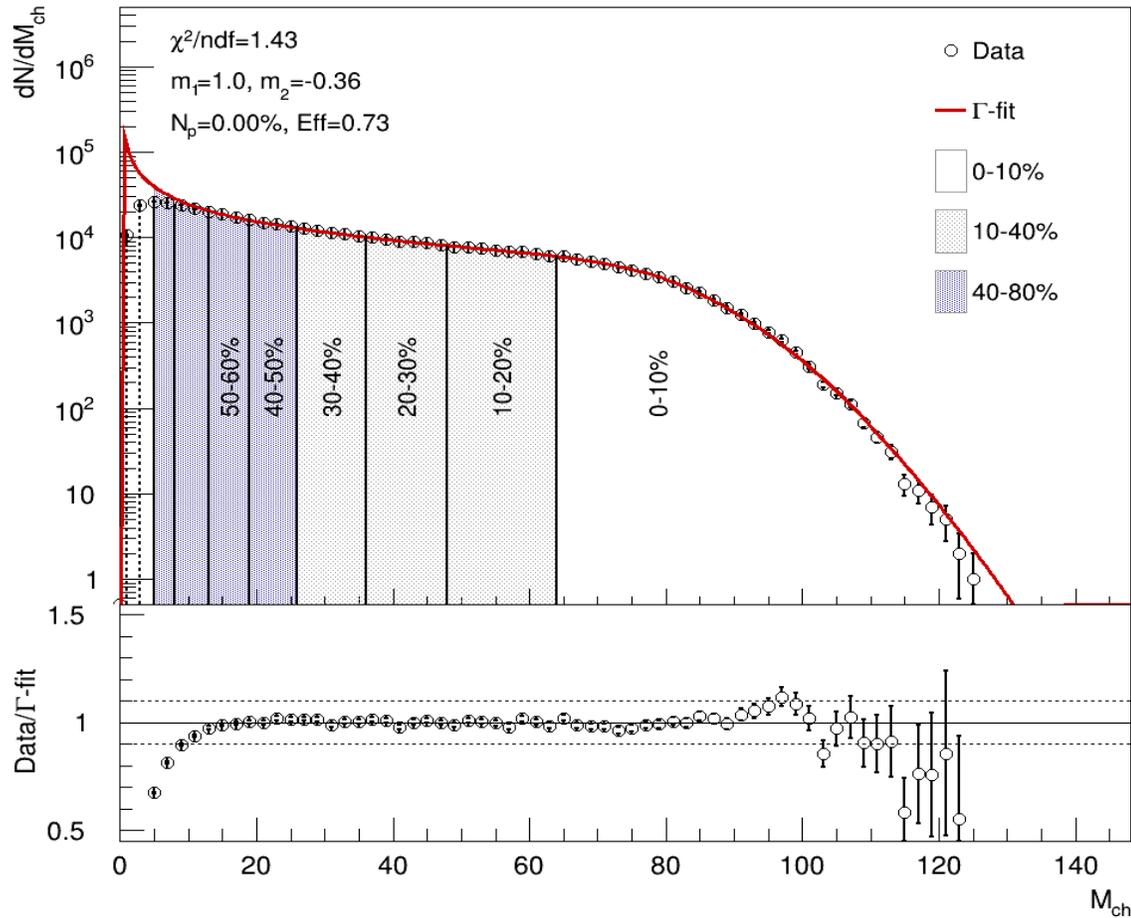
$\langle M'(c_b) \rangle$ — средние значение и дисперсия
 $D(M'(c_b))$ Множественности из модели

• **Коррекция на эффективность**

$$Norm.Histogr = \frac{1}{N_{raw}^{ev}} \frac{dN}{dM} = \frac{N_{ideal}^{ev}}{N_{raw}^{ev}} \cdot \frac{1}{N_{ideal}^{ev}} \frac{dN}{dM} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot P(M)$$

$$F(M) = \int_0^{b_{max}} P(M | b) P(b) db / \varepsilon = \int_0^1 P(M | c_b) dc_b / \varepsilon$$

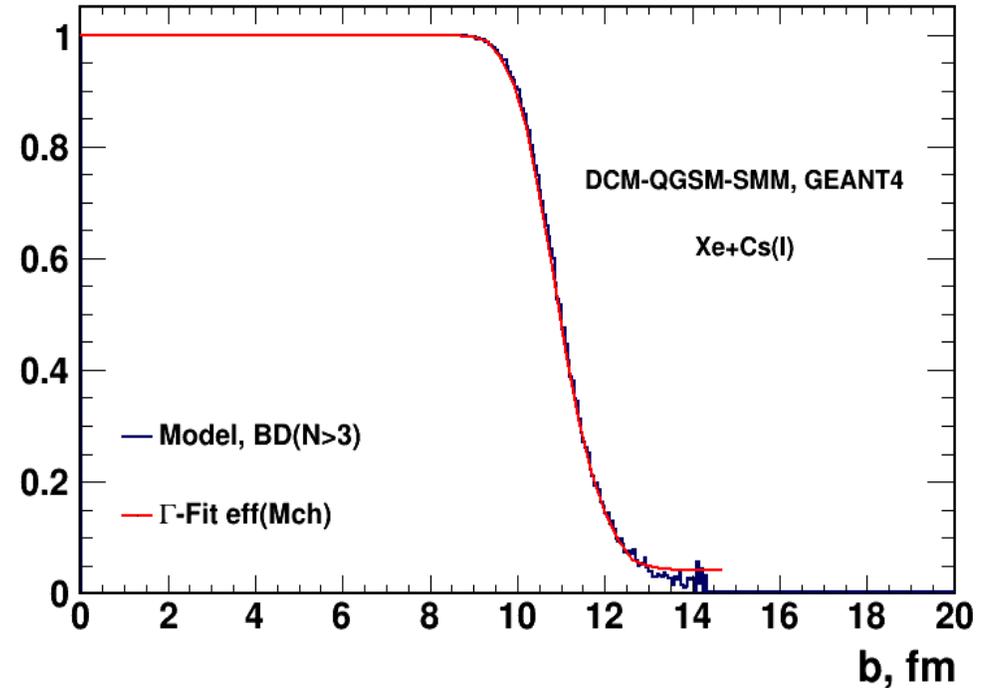
Результаты фита



Хорошие согласие между фитом и данными

$$P_{eff}(b) = \int_0^{M_{max}} P_{eff}(M)P(M | b)dM$$

Conv. eff.



Эффективность регистрации событий может быть рассчитана с помощью Теоремы Байеса

(Г-fit): двумерный случай



- флуктуационное ядро может быть описано двумерным Гамма распределением

$$P(E, M | c_b) = G_{2D}(E, M, \langle E \rangle, \langle M \rangle, D(E), D(M), R)$$

$\langle E \rangle, D(E)$ – средние значение и дисп. энергии

$$P(E, M) = \int_0^1 P(E, M | c_b) dc_b$$

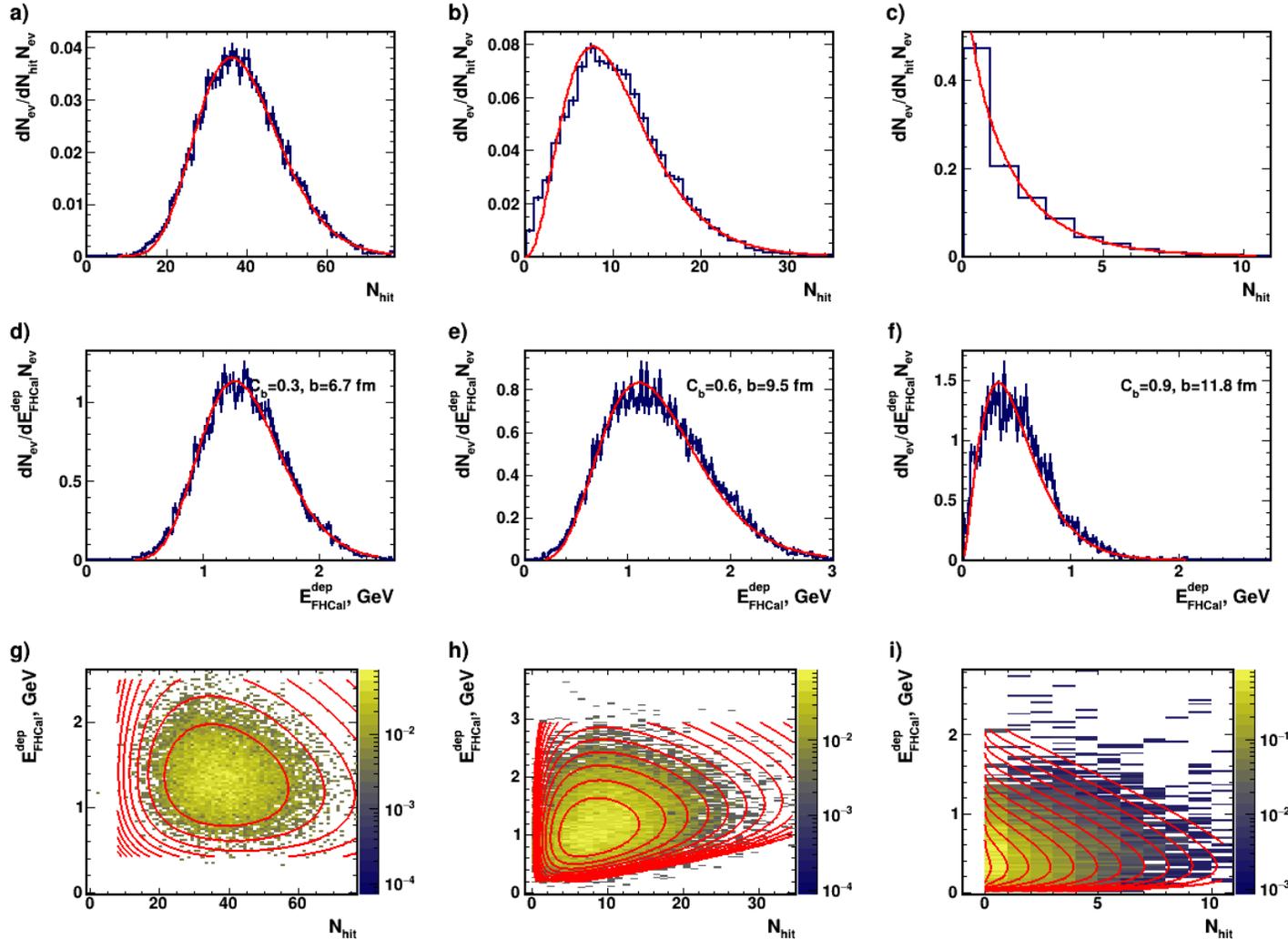
$\langle E'(c_b) \rangle$ – средние значение и дисп. энергии
 $D(E'(c_b))$ из реконструированных данных

$$\begin{aligned} \langle E \rangle &= \varepsilon_1 \langle E'(c_b) \rangle, & D(E) &= \varepsilon_1^2 D(E'(c_b)) + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \langle E'(c_b) \rangle \\ \langle M \rangle &= m_1 \langle M'(c_b) \rangle, & D(M) &= m_1^2 \cdot D(M') + m_1 \cdot m_2 \langle M' \rangle \end{aligned}$$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, m_1, m_2$ - Параметры подгонки

$\langle E'(c_b) \rangle, D(E'(c_b))$ - аппроксимируются полиномом.

Двумерное Гамма распределение



Двумерное Гамма распределение аппроксимируется следующей функцией

$$G_{2D}(E_{FH}, M_{ch}, \langle E \rangle, \langle M \rangle, D(E), D(M), R) = \frac{(x)^{k_x(c_b)-1} e^{-x/\theta_x} \cdot (y)^{k_y(c_b)-1} e^{-y/\theta_y}}{\Gamma(k_x(c_b))\theta_x^2 \cdot \Gamma(k_y(c_b))\theta_y^2}$$

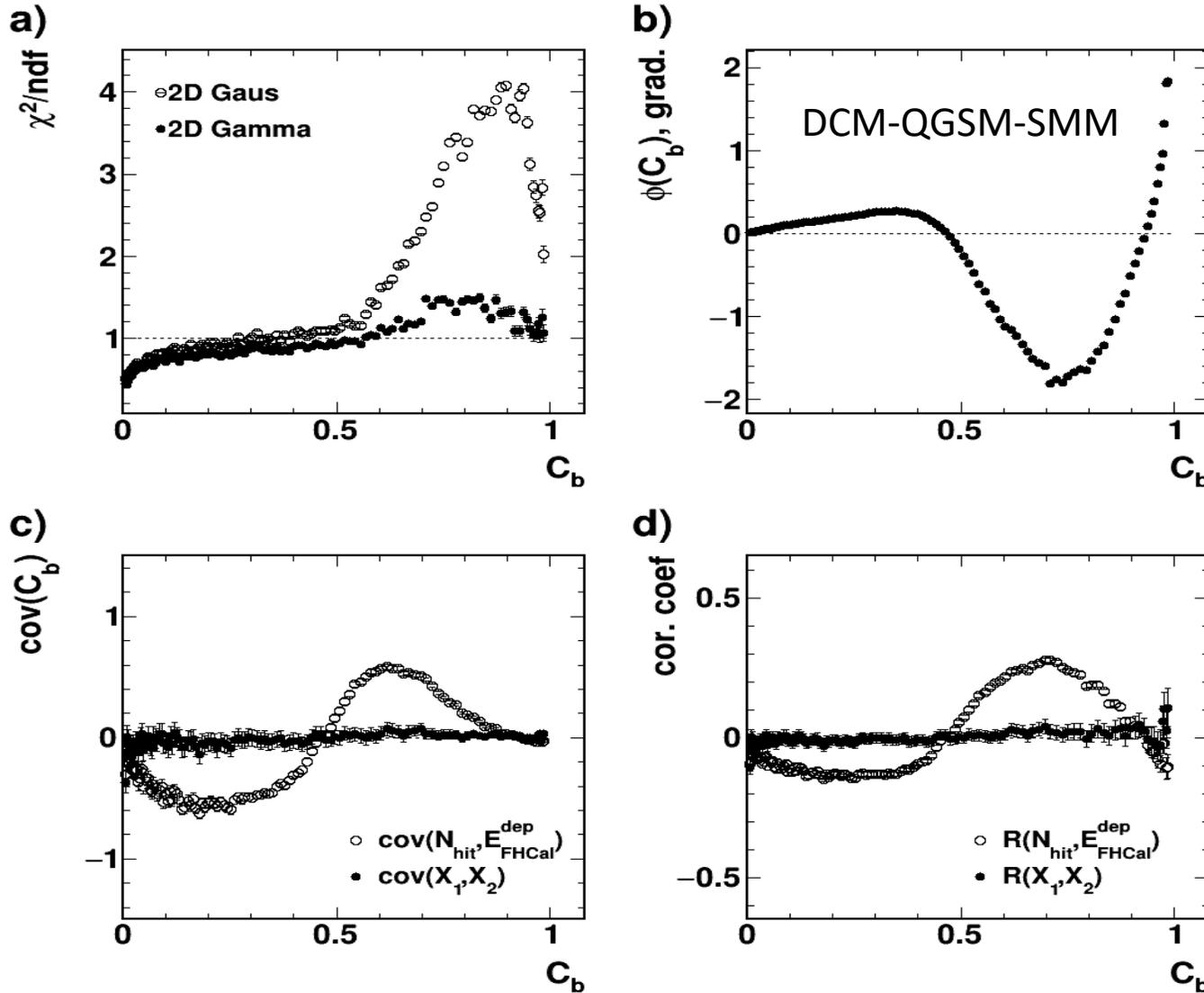
новые переменные получаются в результате поворота осей

$$\langle x \rangle = \cos(\alpha) \langle E \rangle + \sin(\alpha) \langle M \rangle$$

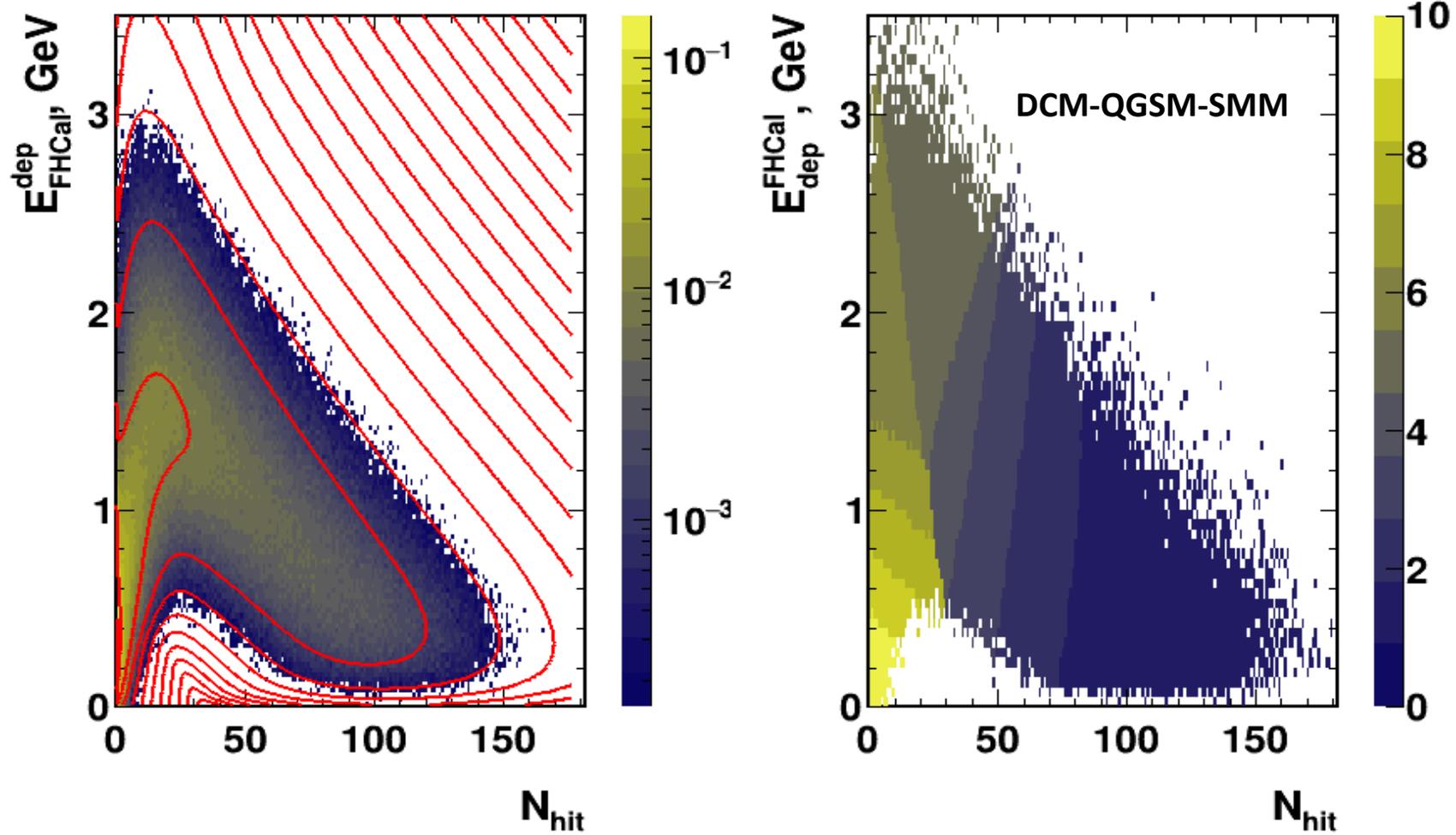
$$\langle y \rangle = -\sin(\alpha) \langle E \rangle + \cos(\alpha) \langle M \rangle$$

угол поворота находится из условия $\text{cov}(x, y) = 0$

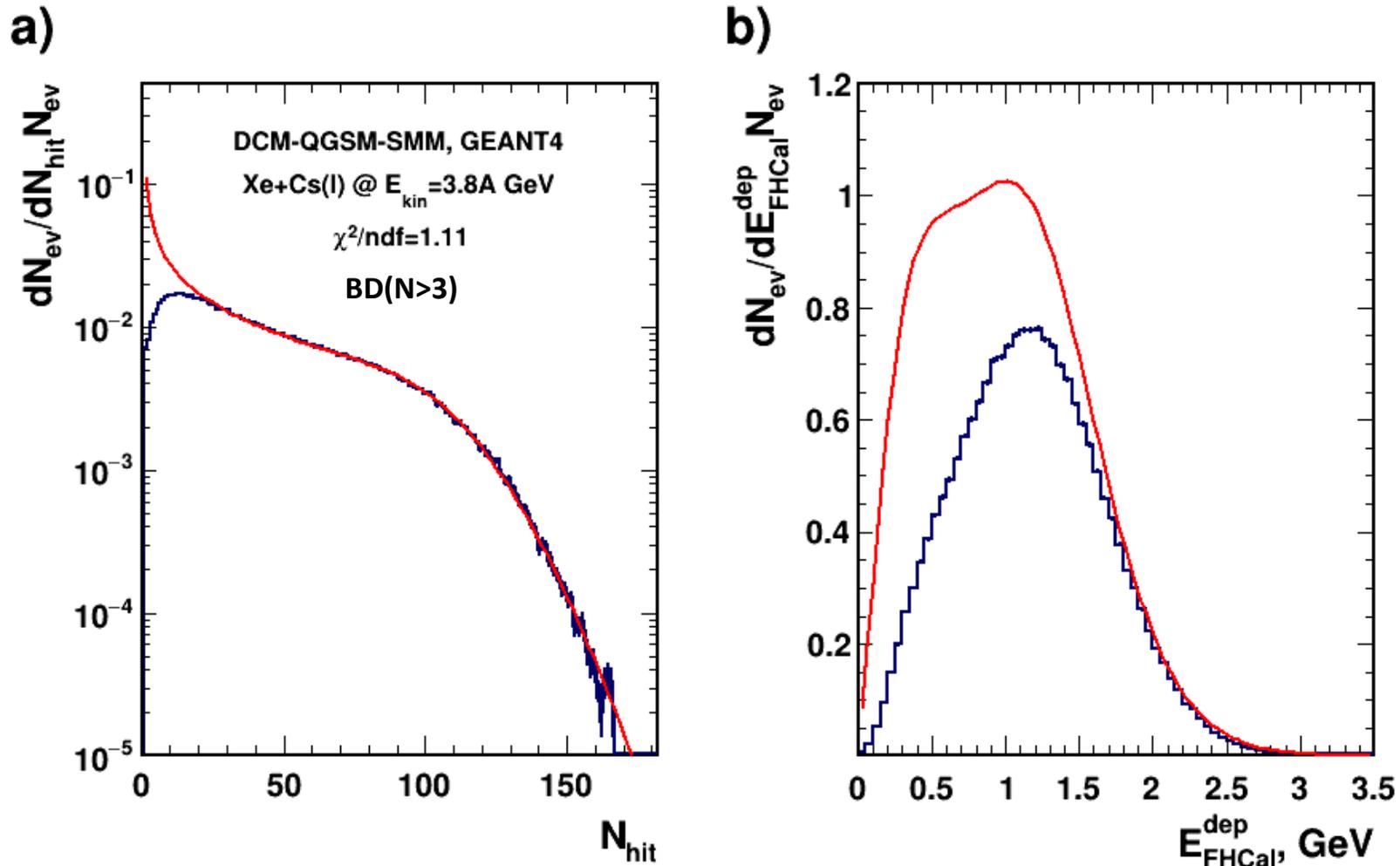
Двумерное Гамма распределение 2



- Предложенная аппроксимация двумерного Гамма распределения лучше воспроизводит данные чем Нормальное распределение
- Поворот осей сильно подавляет линейную компоненту Корреляции в наблюдаемых
- Угол поворота зависит от прицельного параметра

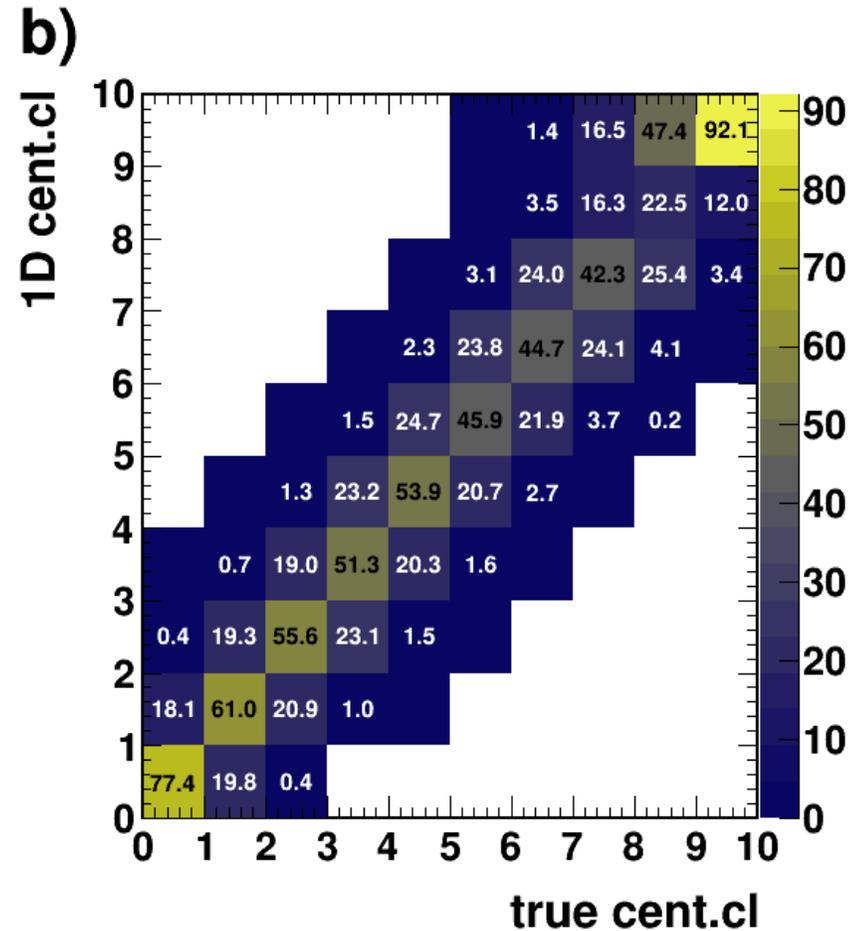
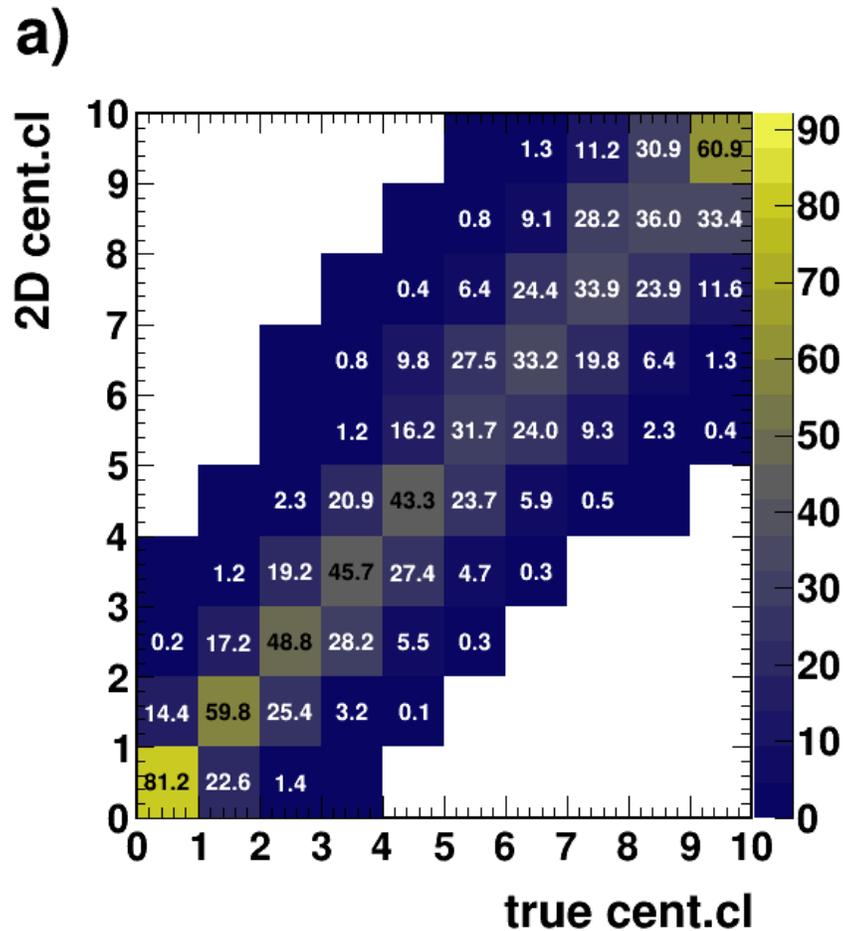


Результаты двумерного фита



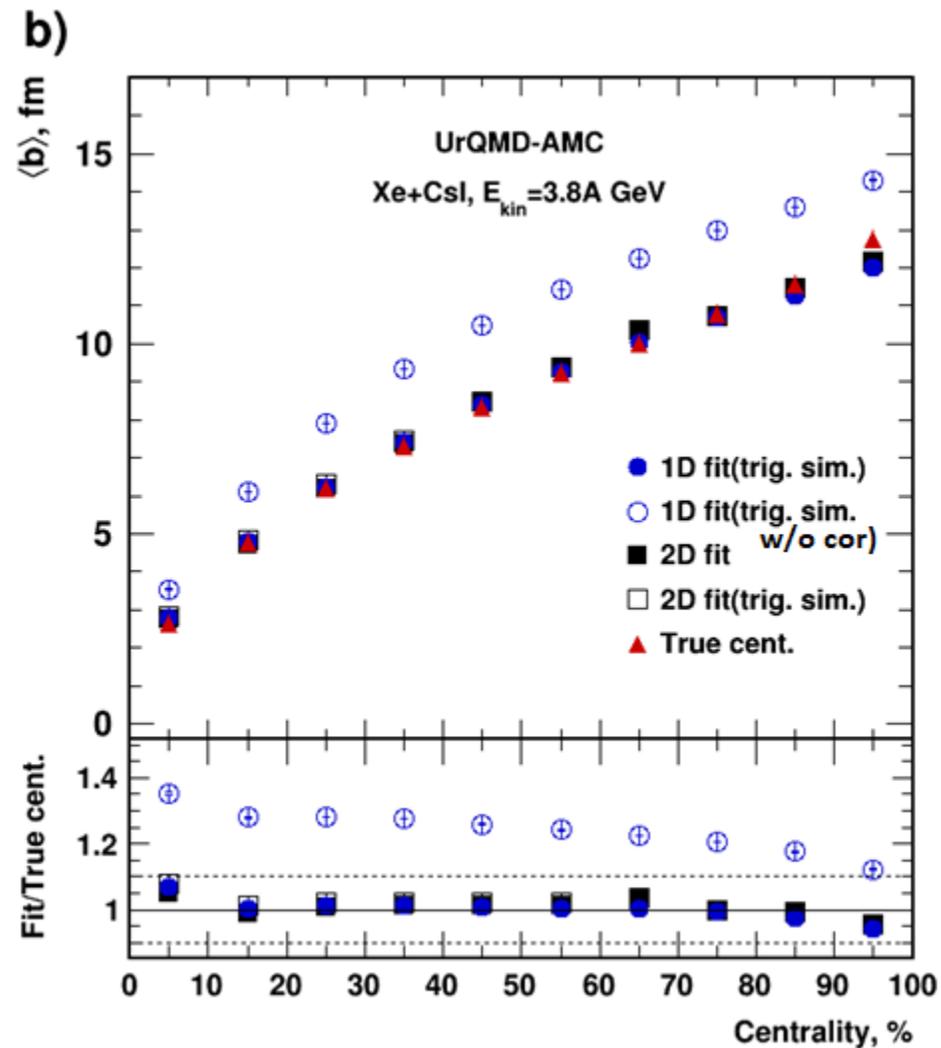
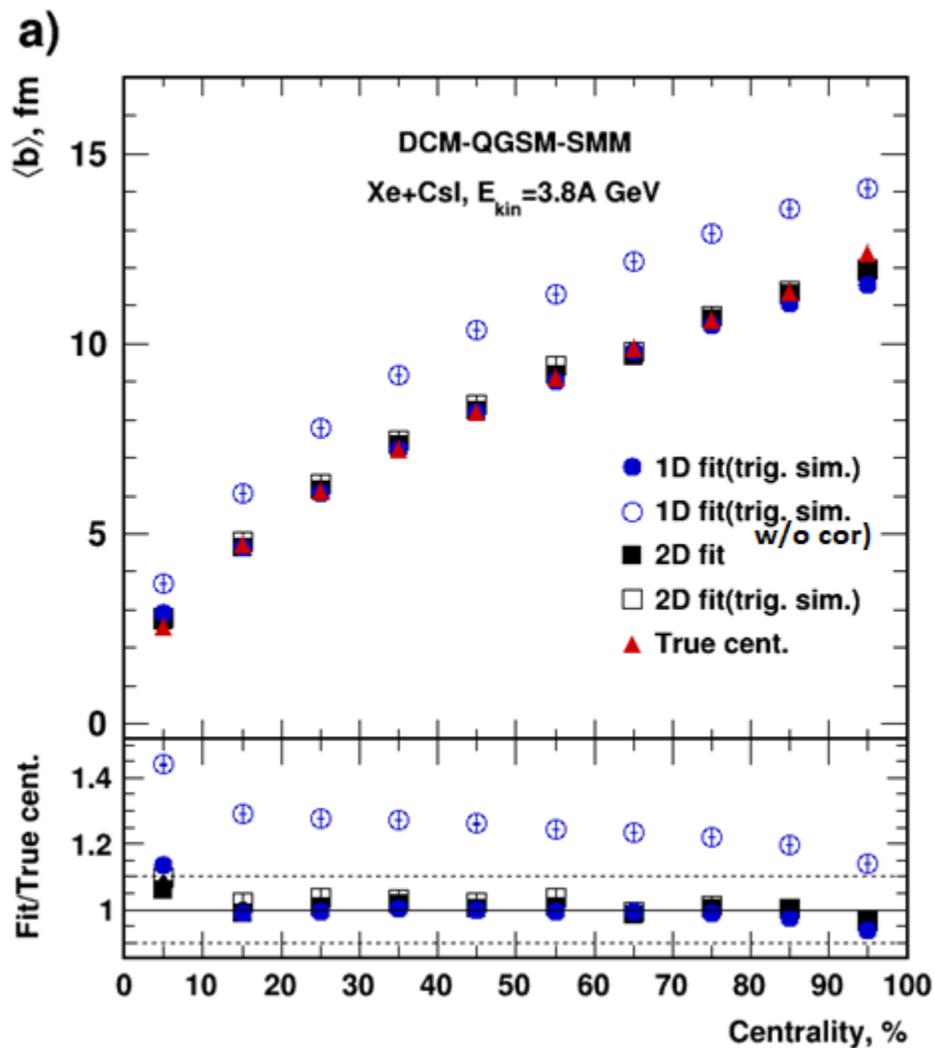
Двумерная функция фита воспроизводит распределения наблюдаемых

Результаты двумерного фита 2



Двумерный подход лучше определяет центральные классы

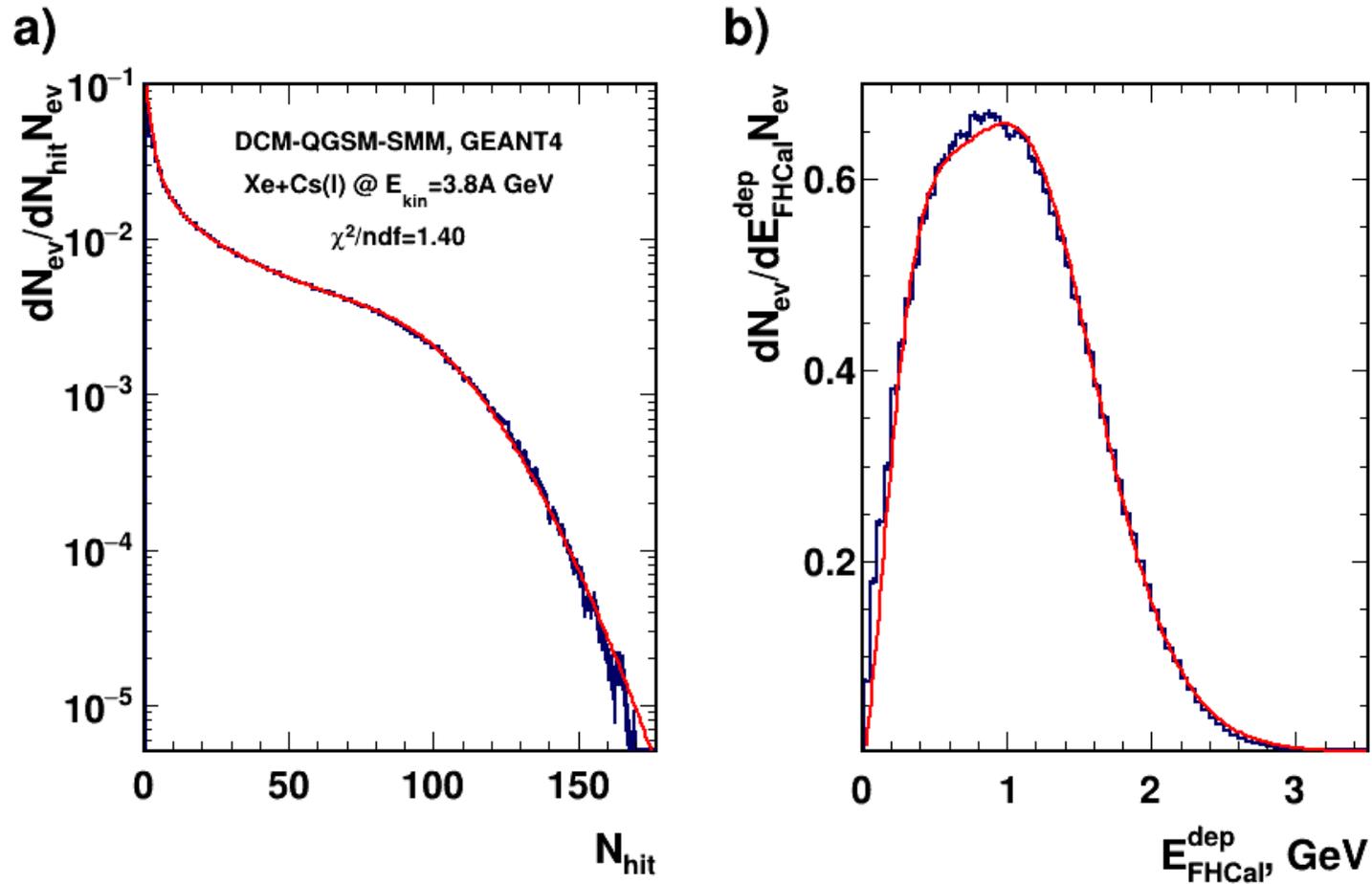
Зависимость среднего значения b от центральности



- Предложен новый подход для определения центральности на основе теоремы Байеса
 - Новый метод позволяет оценить эффективность регистрации событий в зависимости от прицельного параметра, что позволит делать более точное и детальное сравнение моделей с данными эксперимента
- Разработан новый подход для определения центральности на основе двумерного распределения энергии спектаторов и числа хитов треков заряженных частиц
 - Метод лучше разделяет центральные классы по сравнению с одномерным подходом
 - Позволит снизить эффект автокорреляции при изучении флуктуации множественности протонов
- Предложенный метод был протестирован на моделях DCM-QGSM-SMM и UrQMD

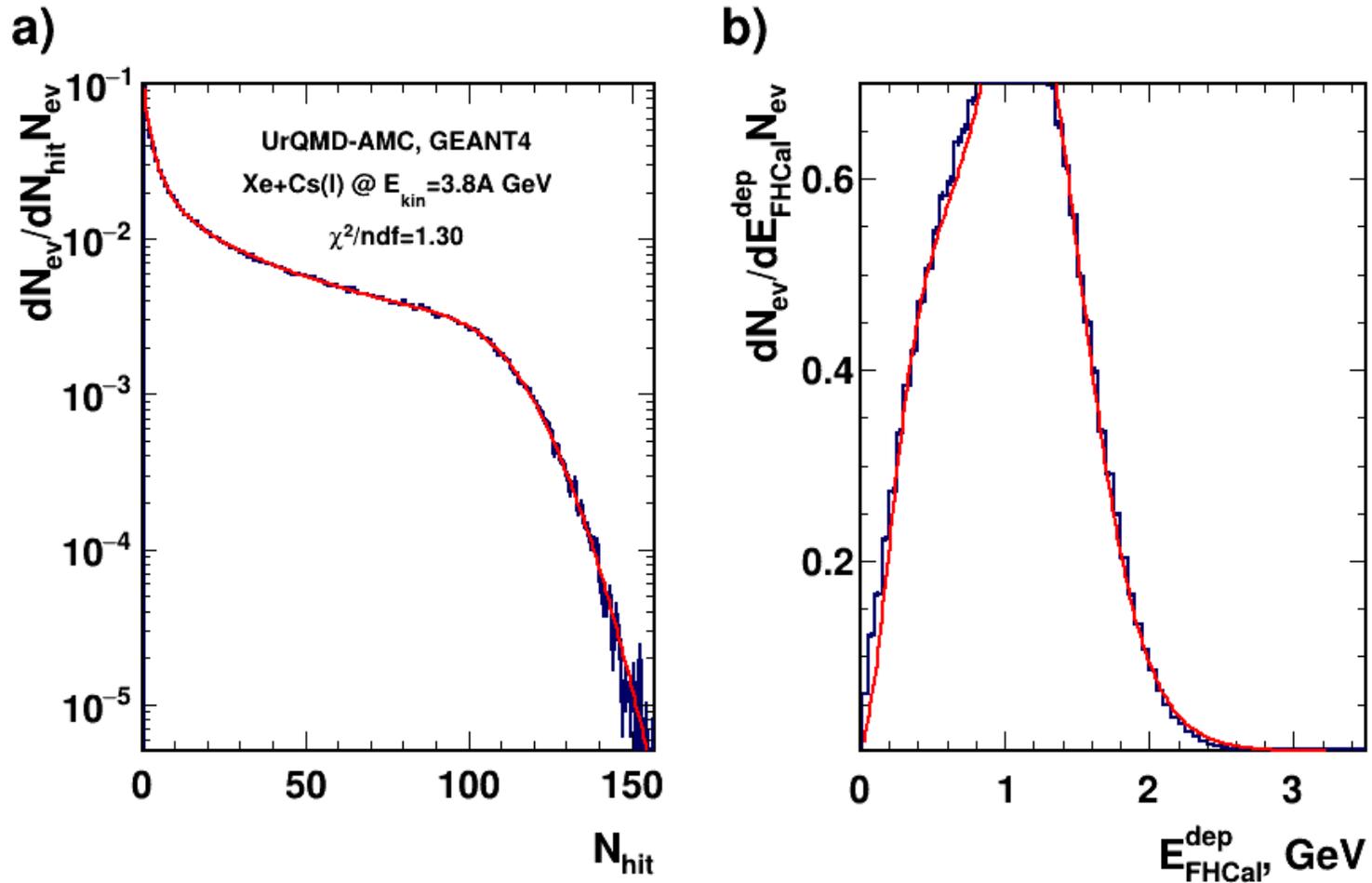
Спасибо за внимание!

Результаты двумерного фита



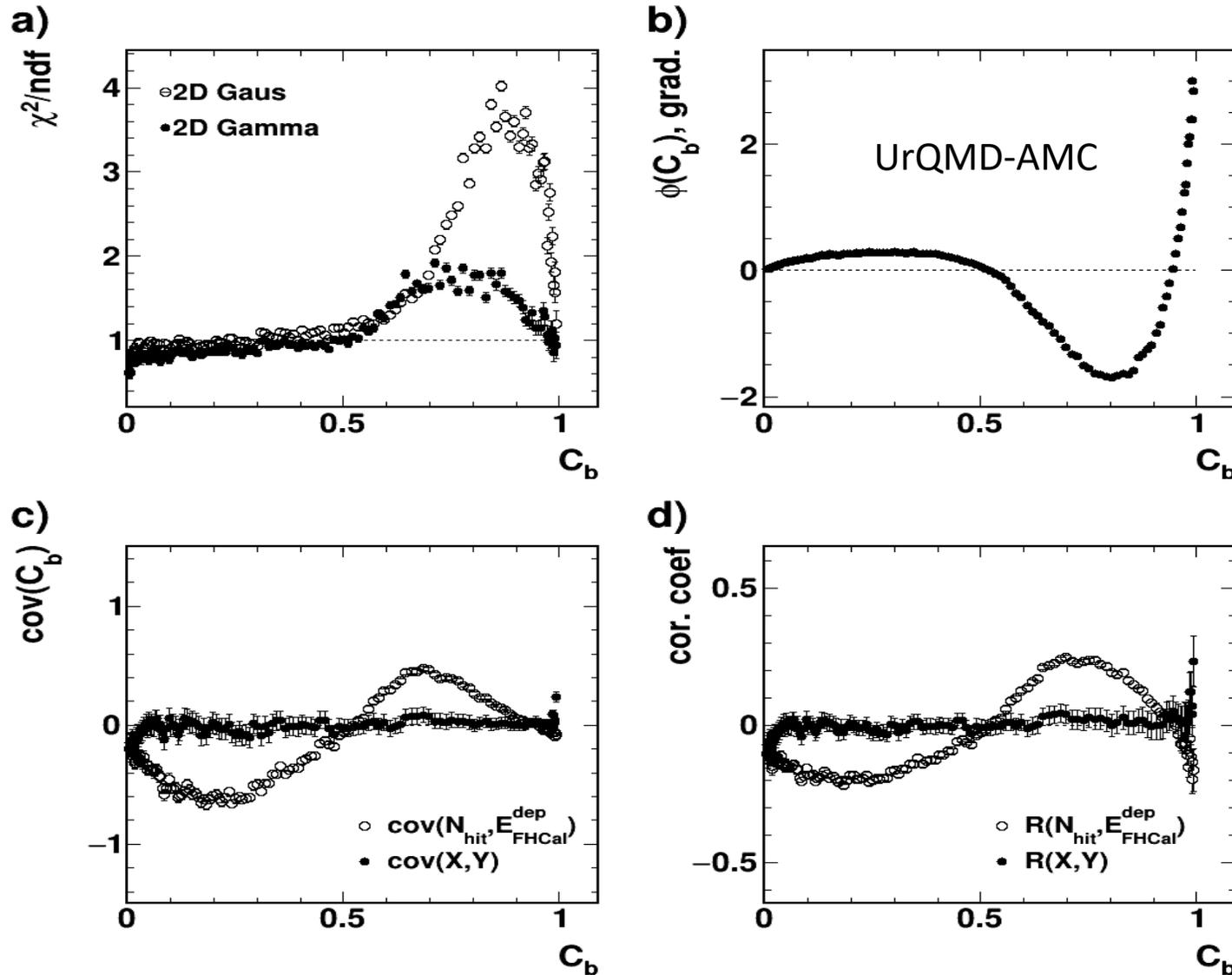
Двумерная функция фита воспроизводит распределения наблюдаемых

Результаты двумерного фита



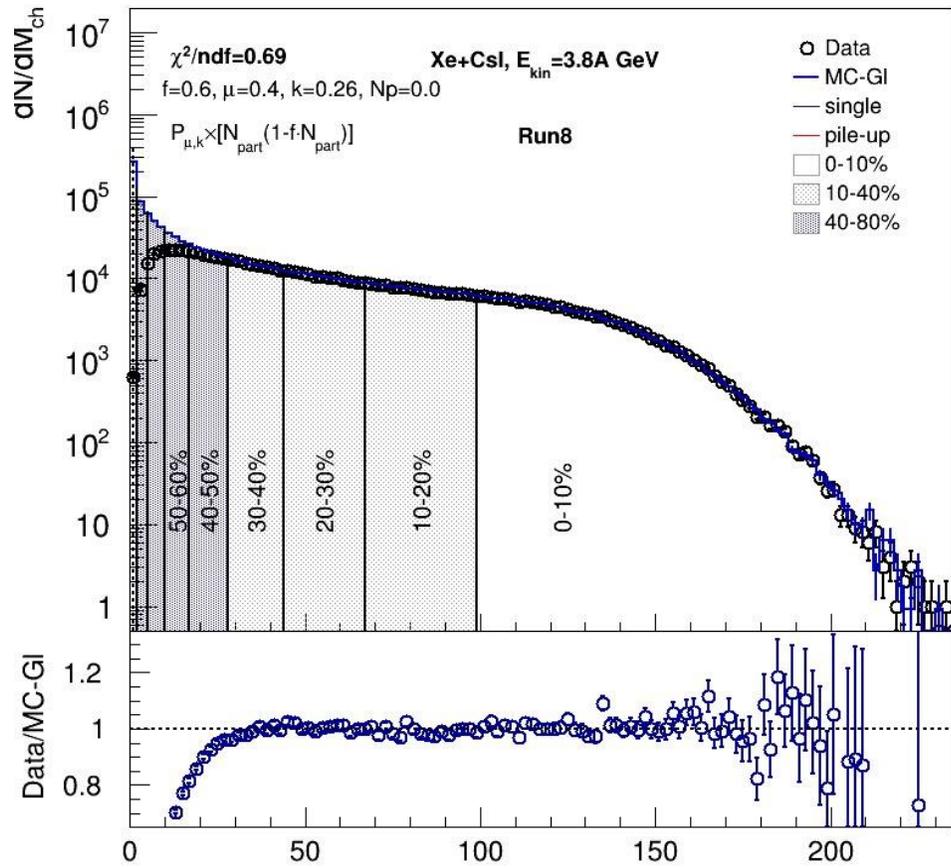
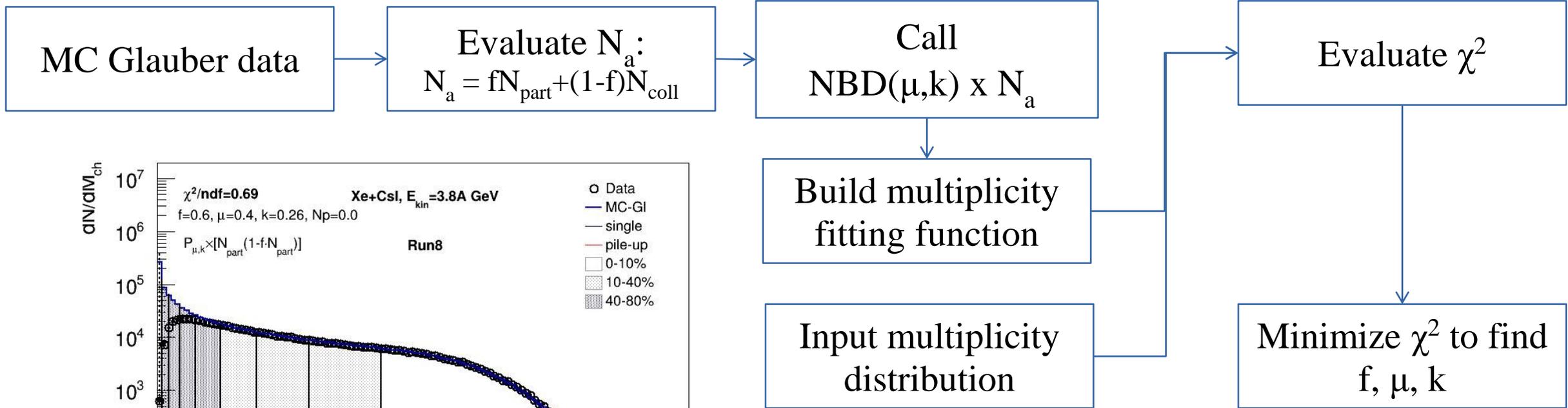
Двумерная функция фита воспроизводит распределения наблюдаемых

Двумерное Гамма распределение 2



- Предложенная аппроксимация двумерного Гамма распределения лучше воспроизводит данные чем Нормальное распределение
- Поворот осей сильно подавляет линейную компоненту Корреляции в наблюдаемых
- Угол поворота зависит от прицельного параметра

Процедура определения центральности на основе MC-Glauber



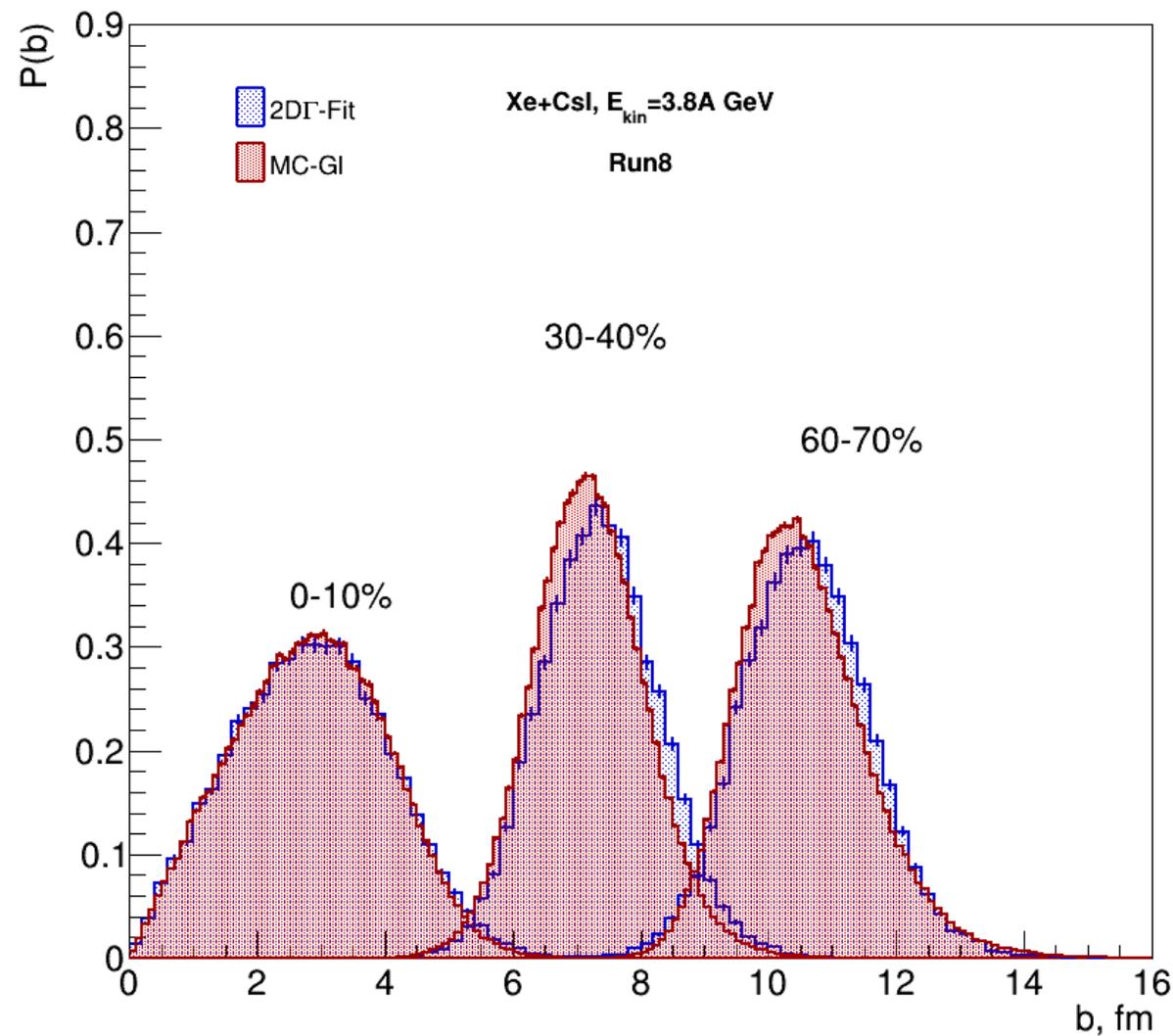
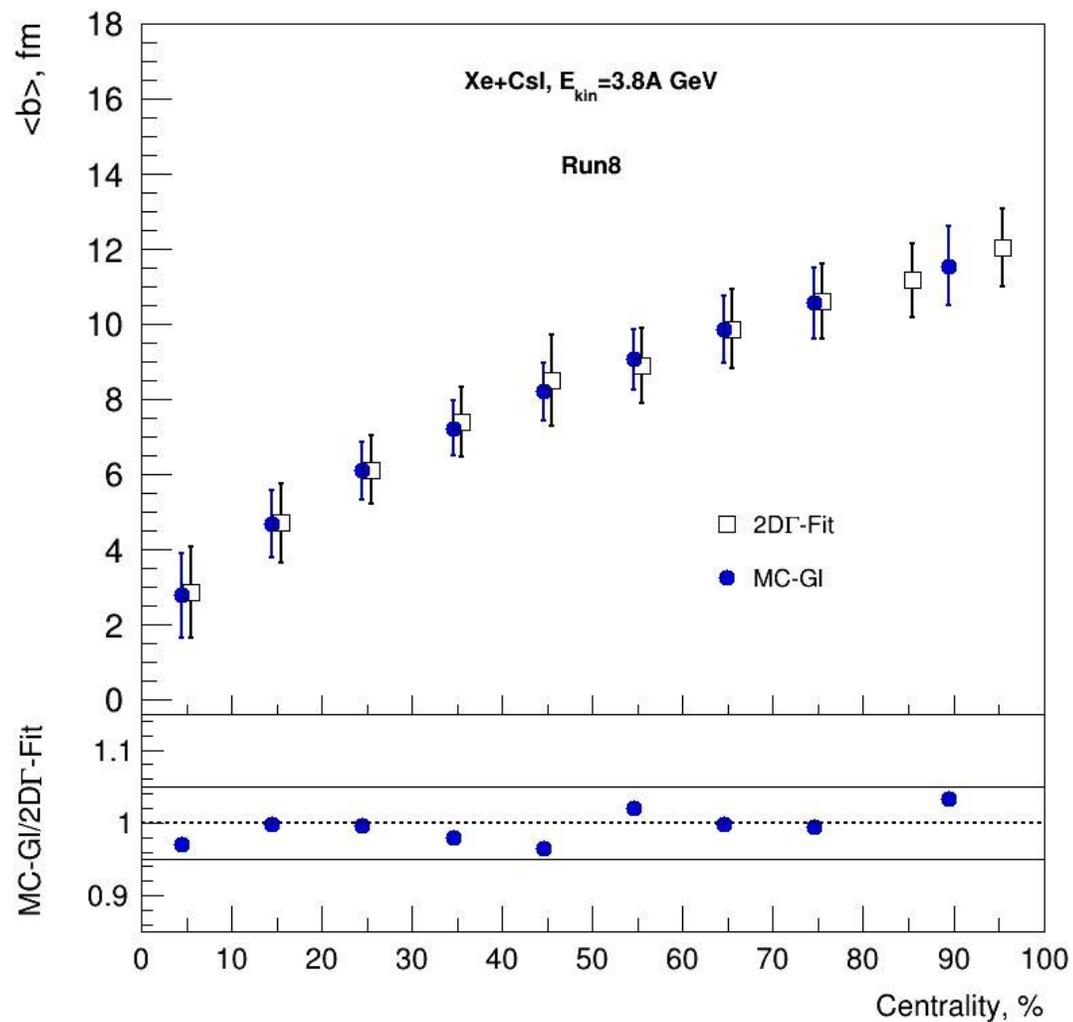
NBD – negative binomial distribution

Parameters of the fit:

- **f** – доля жестких событий
- **μ** – средняя множественность
- **k** – параметр характер. ширину распределения

Implementation for MPD: <https://github.com/FlowNICA/CentralityFramework>
 P. Parfenov, et al., *Particles*. 2021; 4(2):275-287

Сравнение результатов



Согласие в пределах 5%.
Сессия-конференция СЯФ ОФН РАН

Коррекция на эффективность и пайлап

$M_{pu}(b_1, b_2) = M_1(b_1) + M_2(b_2)$ - Пайлап можно представить как два не зависимых события с b_1, b_2

$$\langle M_{pu}(b_1, b_2) \rangle = \langle M_1(b_1) \rangle + \langle M_2(b_2) \rangle, \quad D(M_{pu}(b_1, b_2)) = D(M_1(b_1)) + D(M_2(b_2))$$

$$P_{pu}(M_{pu}) = \int_0^{c_{b1}} \int_0^{c_{b2}} P_{pu}(M_{pu} | c_{b1}, c_{b2}) dc_{b1} dc_{b2} \quad - \text{Плотность вероятности пайлапа}$$

- **Коррекция на эффективность распределения множественности P(M)**

$$P(M) = \frac{dN}{dM} / N_{ideal}^{ev} = \frac{N_{raw}^{ev}}{N_{ideal}^{ev}} \cdot \frac{1}{N_{raw}^{ev}} \frac{dN_r}{dM} = \frac{1}{K} \cdot \text{Norm.Histogr} \quad \text{Eff} = \frac{N_{raw}^{ev}}{N_{ideal}^{ev}} = \frac{1}{K} \quad \text{integral efficiency}$$

- **Функция фита для распределения множественности F(M)**

$$F(M) = K \cdot P_{total}(M), \quad P_{total}(M) = N_p \cdot P_{pu}(M) + (1 - N_p) \cdot P(M)$$

m_1, m_2, K, N_p - fit parameters, $F(M)$ – fit function, corrected for efficiency and pileup

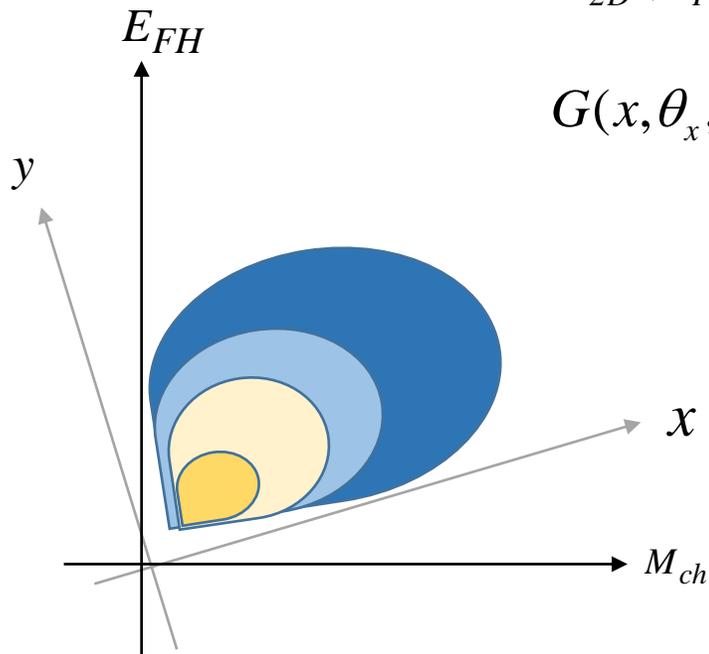
Двумерное Гамма распределение

С помощью поворота осей, можно найти такую систему координат $\text{cov}(x, y) = 0$

Тогда двумерное Гамма распределение в новой с.к находится как

$$G_{2D}(E_{FH}, M_{ch}, \langle E \rangle, \langle M \rangle, D(E), D(M), R) = G(x, \theta_x, k_x) \cdot G(y, \theta_y, k_y)$$

$$G(x, \theta_x, k_x) \cdot G(y, \theta_y, k_y) = \frac{(x)^{k_x(c_b)-1} e^{-x/\theta_x}}{\Gamma(k_x(c_b))\theta_x^2} \cdot \frac{(y)^{k_y(c_b)-1} e^{-y/\theta_y}}{\Gamma(k_y(c_b))\theta_y^2}$$



$$\theta_x = \frac{D(x)}{\langle x \rangle}, \quad k_x = \frac{\langle x \rangle^2}{D(x)}, \quad \theta_y = \frac{D(y)}{\langle y \rangle}, \quad k_y = \frac{\langle y \rangle^2}{D(y)}$$

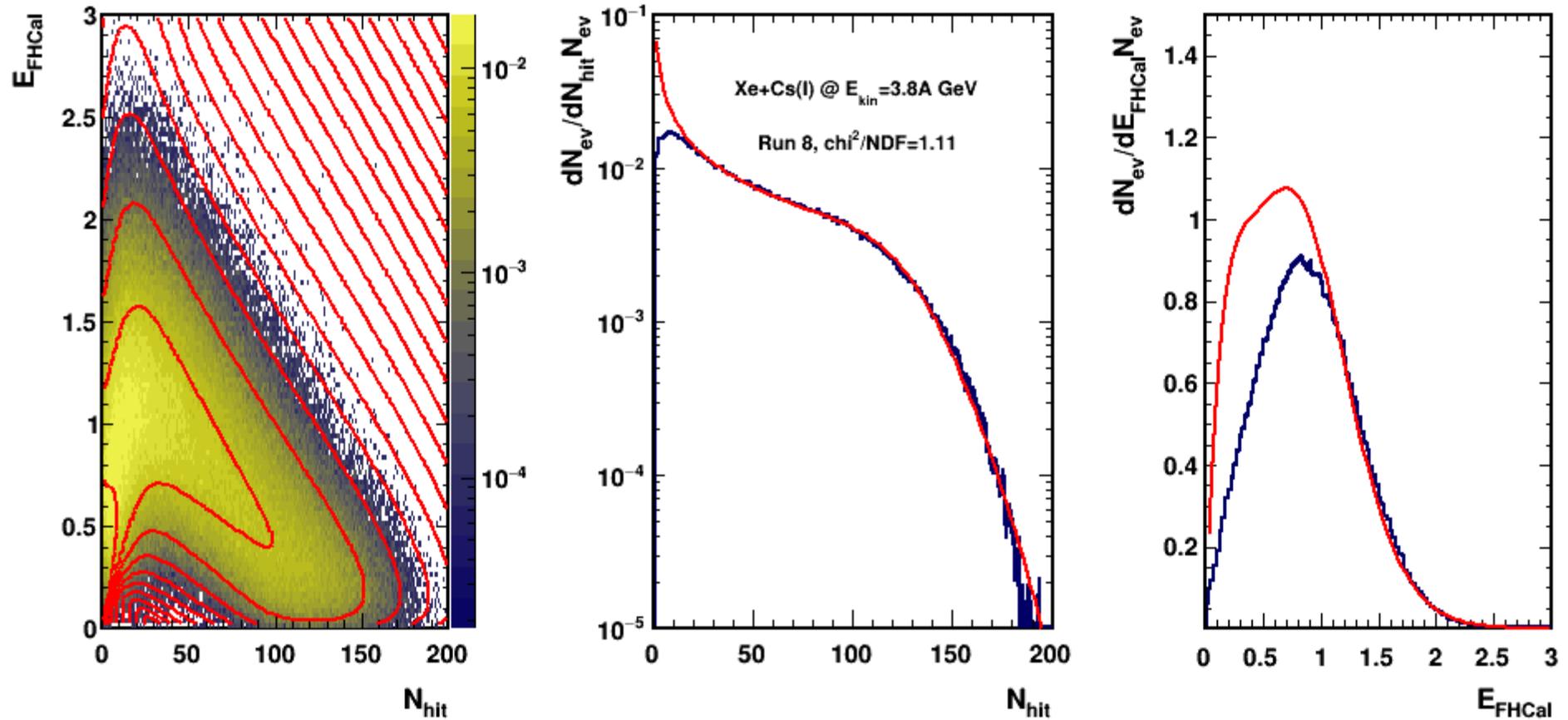
$$\alpha = \arctan\left(\frac{2\sqrt{D(E)D(M)R(E,M)}}{D(E) - D(M)}\right)$$

Средние значение и дисперсия в новой системе координат

$$\langle x \rangle = \cos(\alpha)\langle E \rangle + \sin(\alpha)\langle M \rangle \quad D(x) = D(E)\cos(\alpha)^2 + R(E, M)\sqrt{D(E)D(M)}\sin(2\alpha) + D(M)\sin(\alpha)^2$$

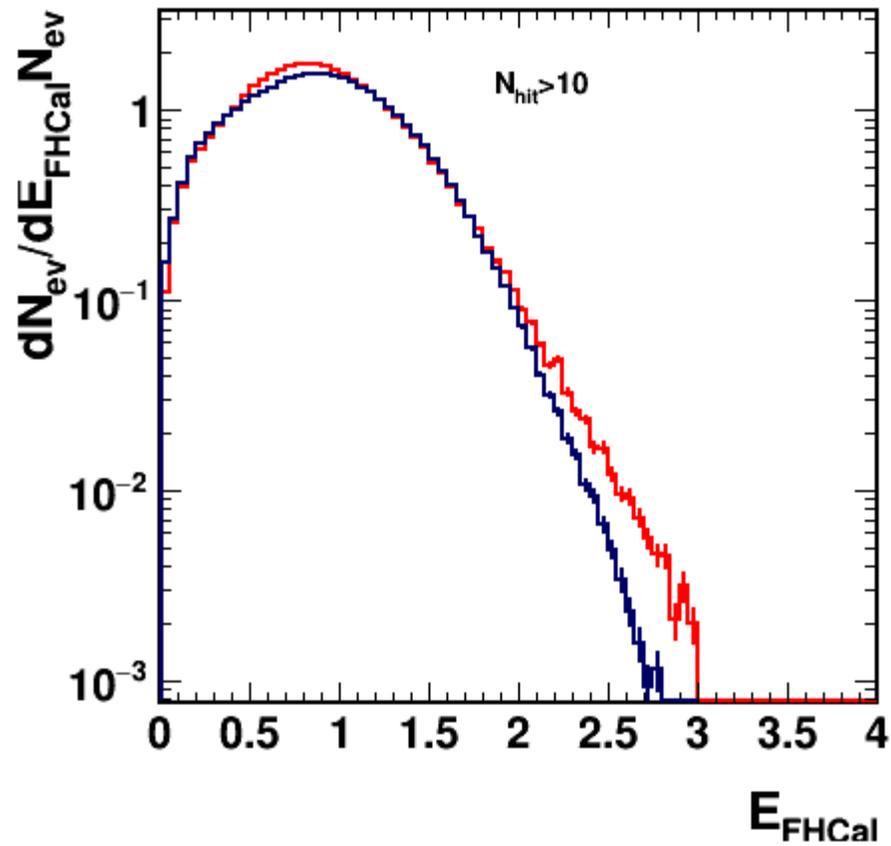
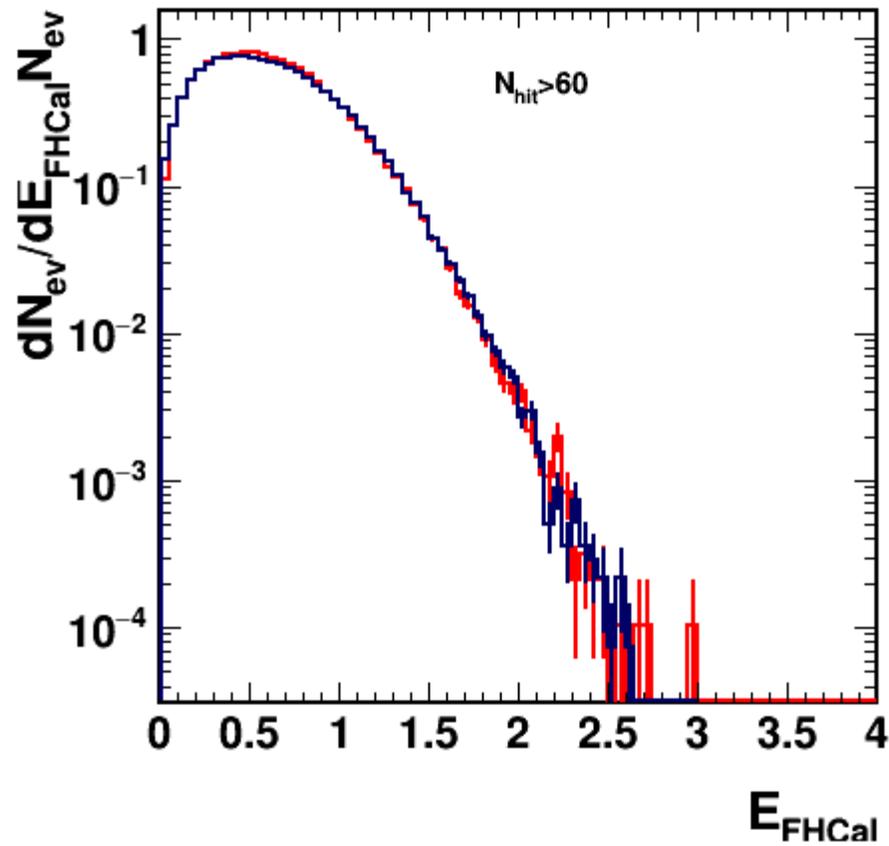
$$\langle y \rangle = -\sin(\alpha)\langle E \rangle + \cos(\alpha)\langle M \rangle \quad D(y) = D(E)\sin(\alpha)^2 - R(E, M)\sqrt{D(E)D(M)}\sin(2\alpha) + D(M)\cos(\alpha)^2$$

2D fit results



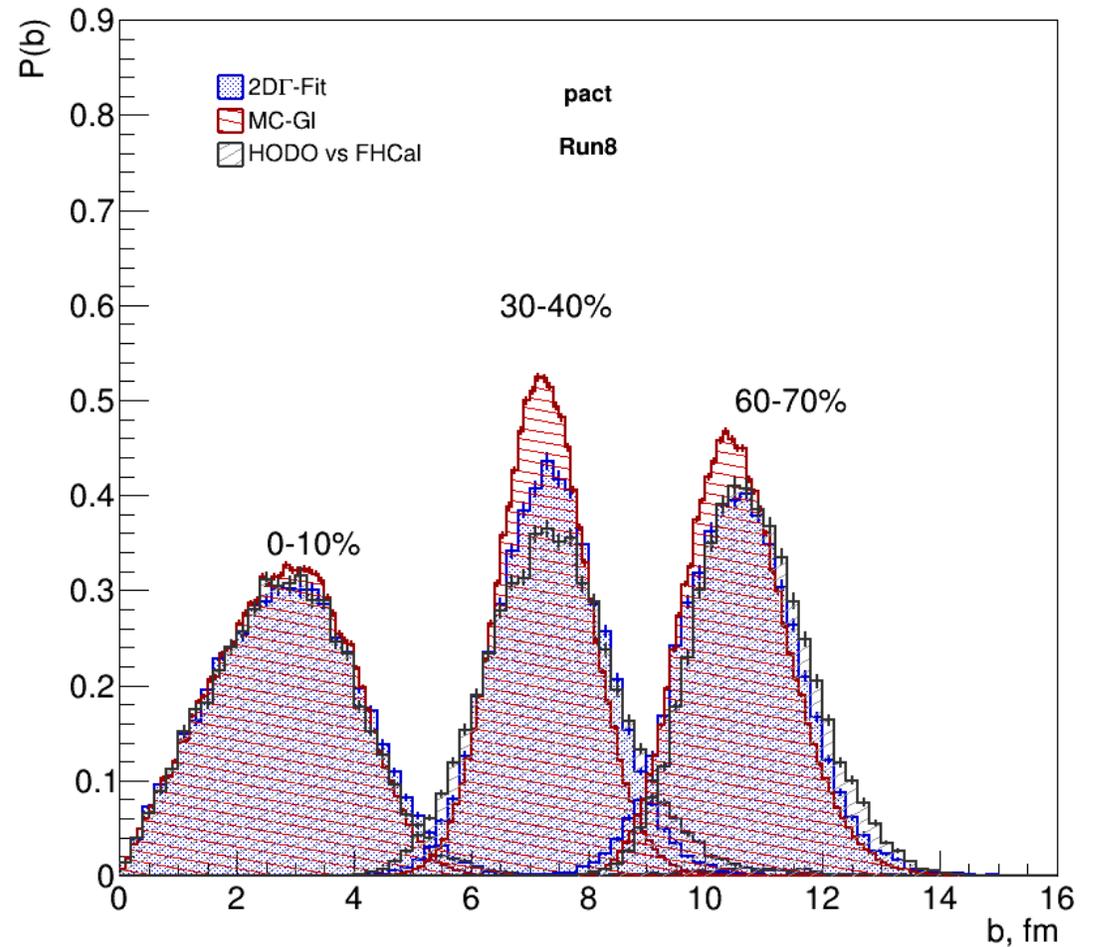
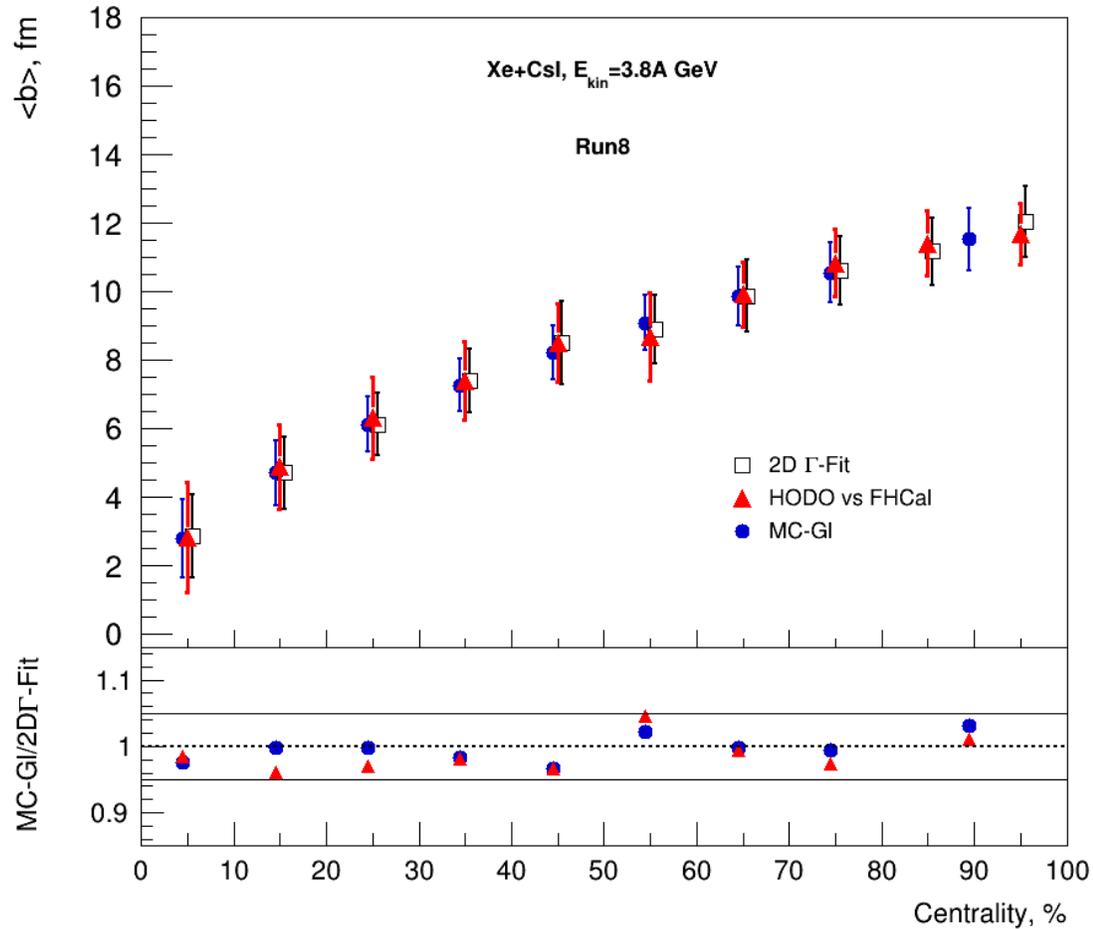
The fit function qualitatively reproduces the multiplicity-energy correlation from FHCAL

Energy distributions in FHCaI



Good agreement between fit and data for the area below the anchorpoint

Comparison with Glauber MC fit



There is agreement within 5%.

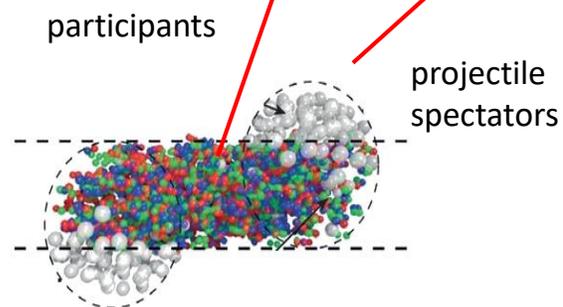
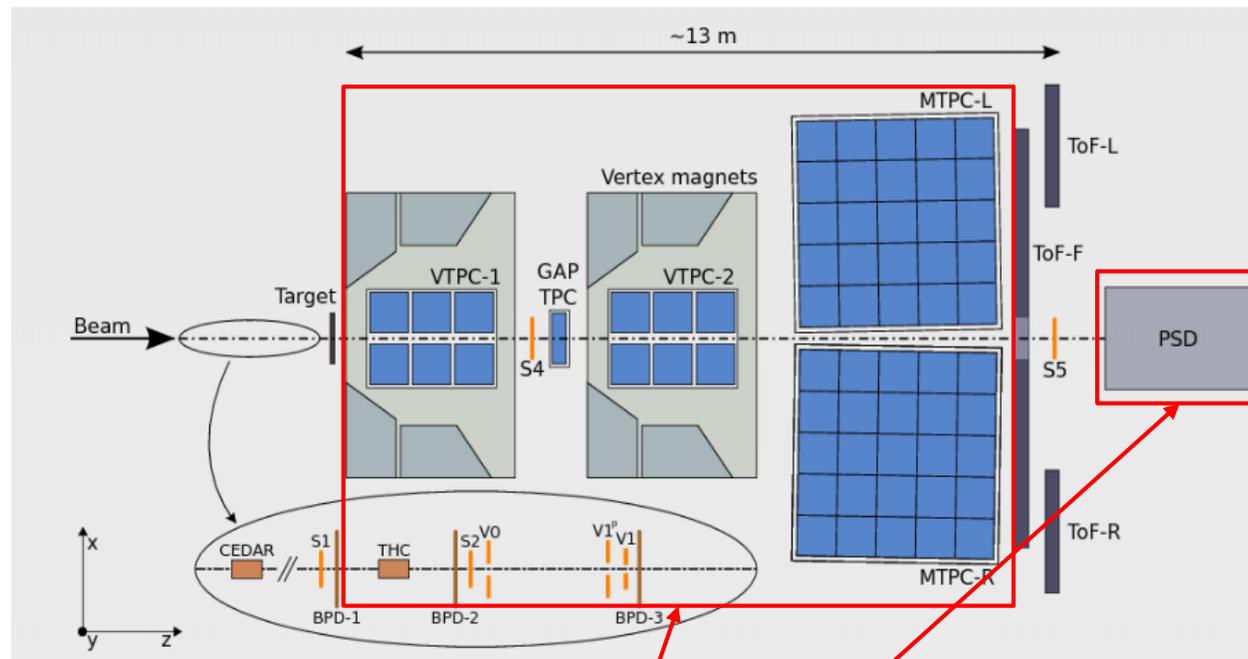
NA61/SHINE experimental setup

Data samples:

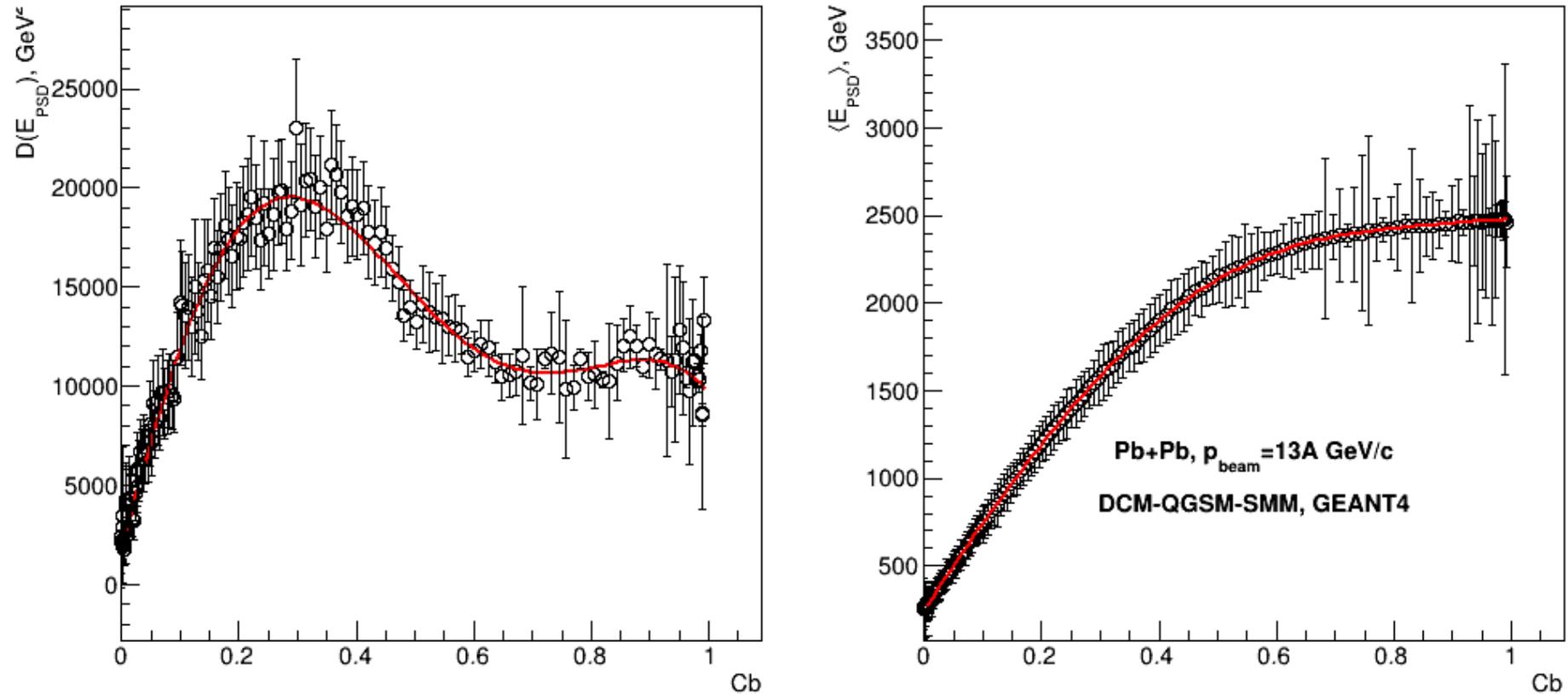
- Pb-Pb @ $p_{\text{beam}} = 13A \text{ GeV}/c$
- data from 2016 physics run
- DCM-QGSM-SMM x Geant4
[M.Baznat et al. PPNL 17 \(2020\) 3, 303](#)

Subsystems

- Multiplicity: TPCs
- Spectators energy: PSD

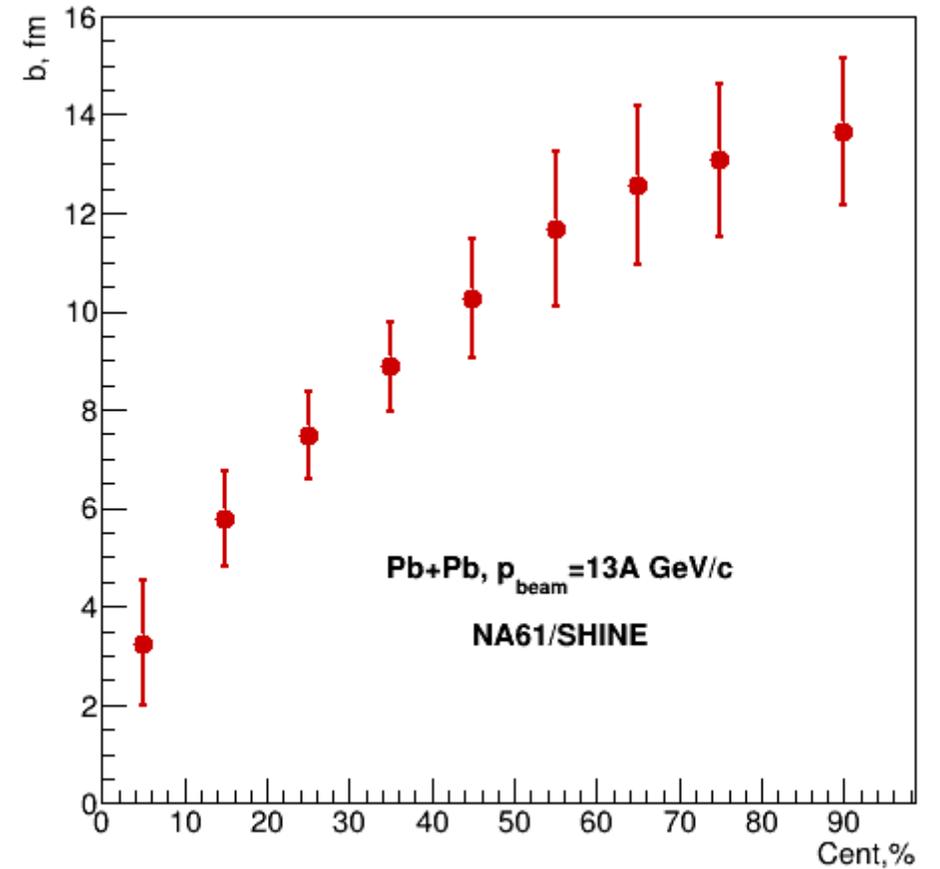
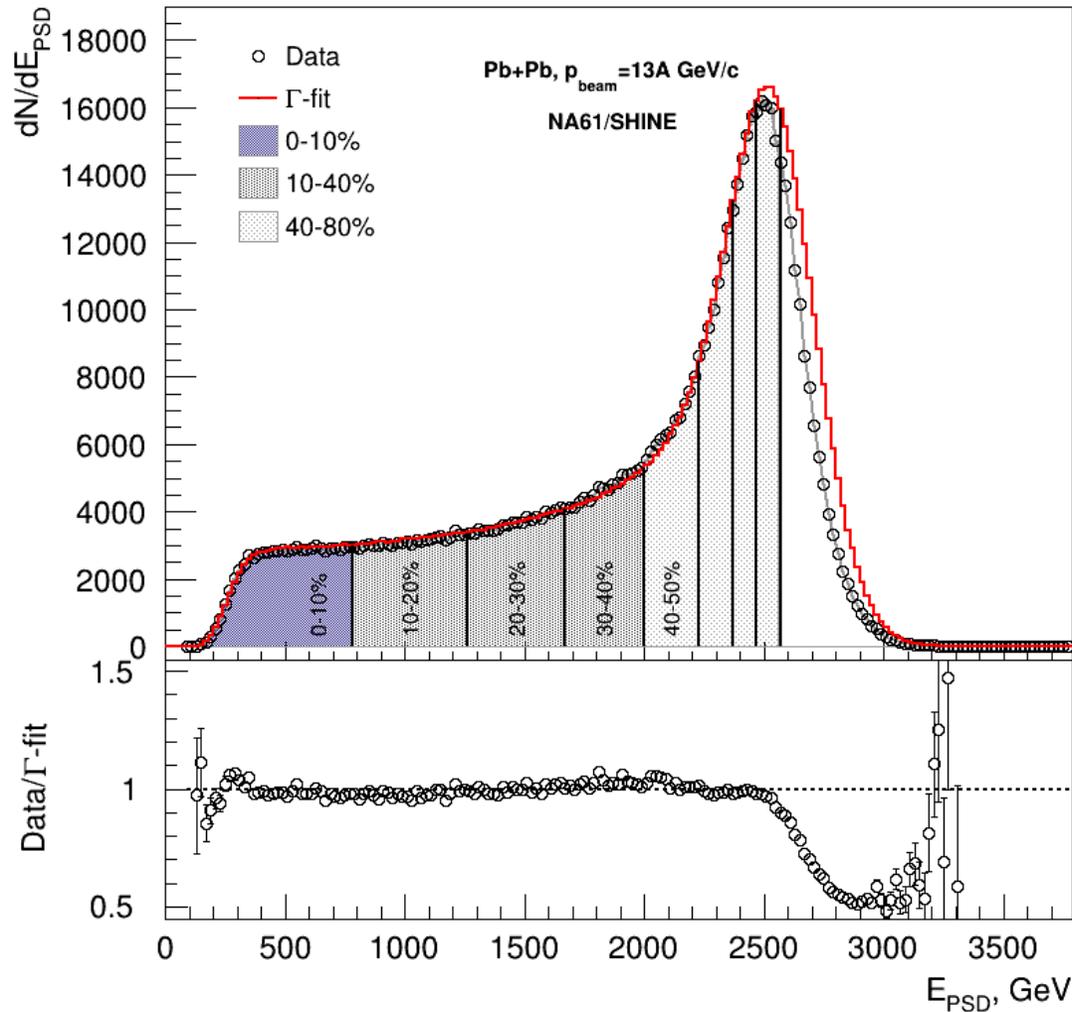


Dependence of the average value and variance of energy on centrality



The average value and dispersion of energy from the DCM-QGSM-SMM model are well described by polynomials

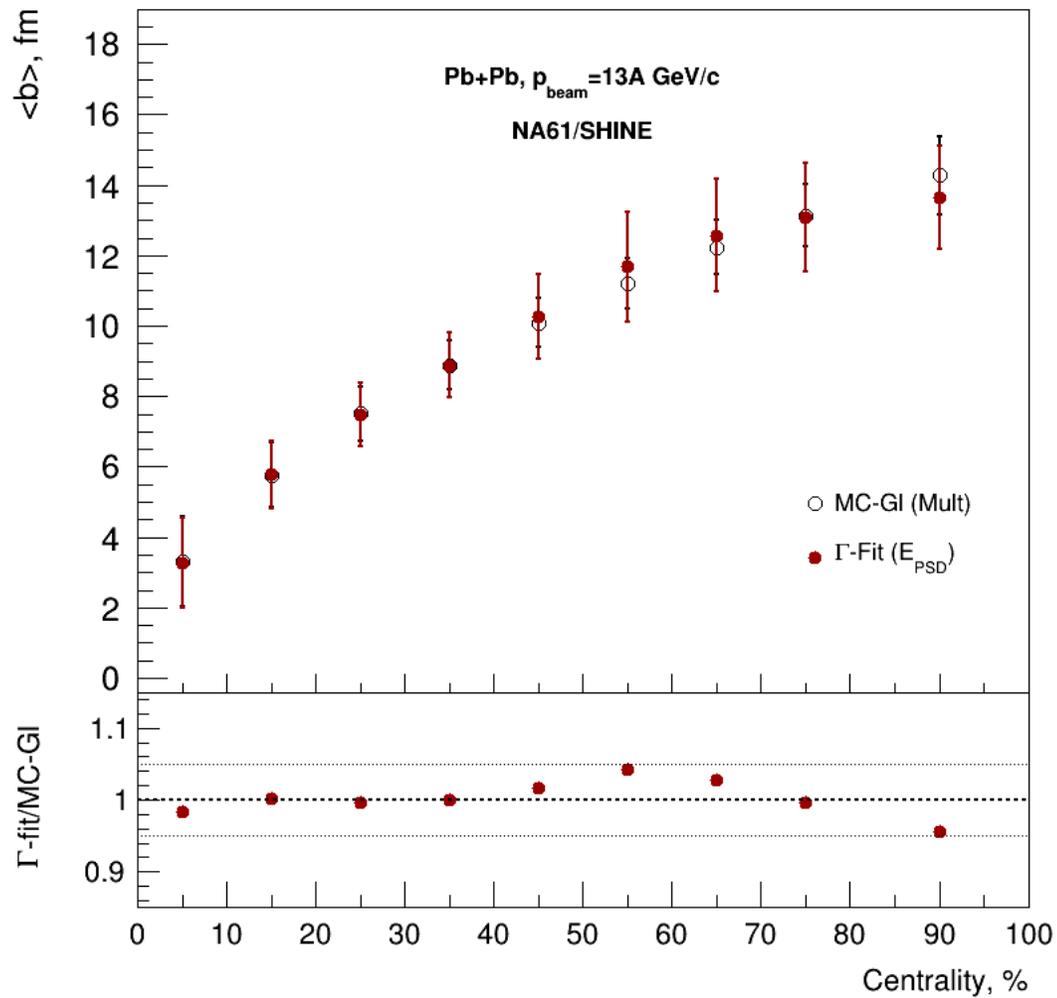
Fit results for NA61



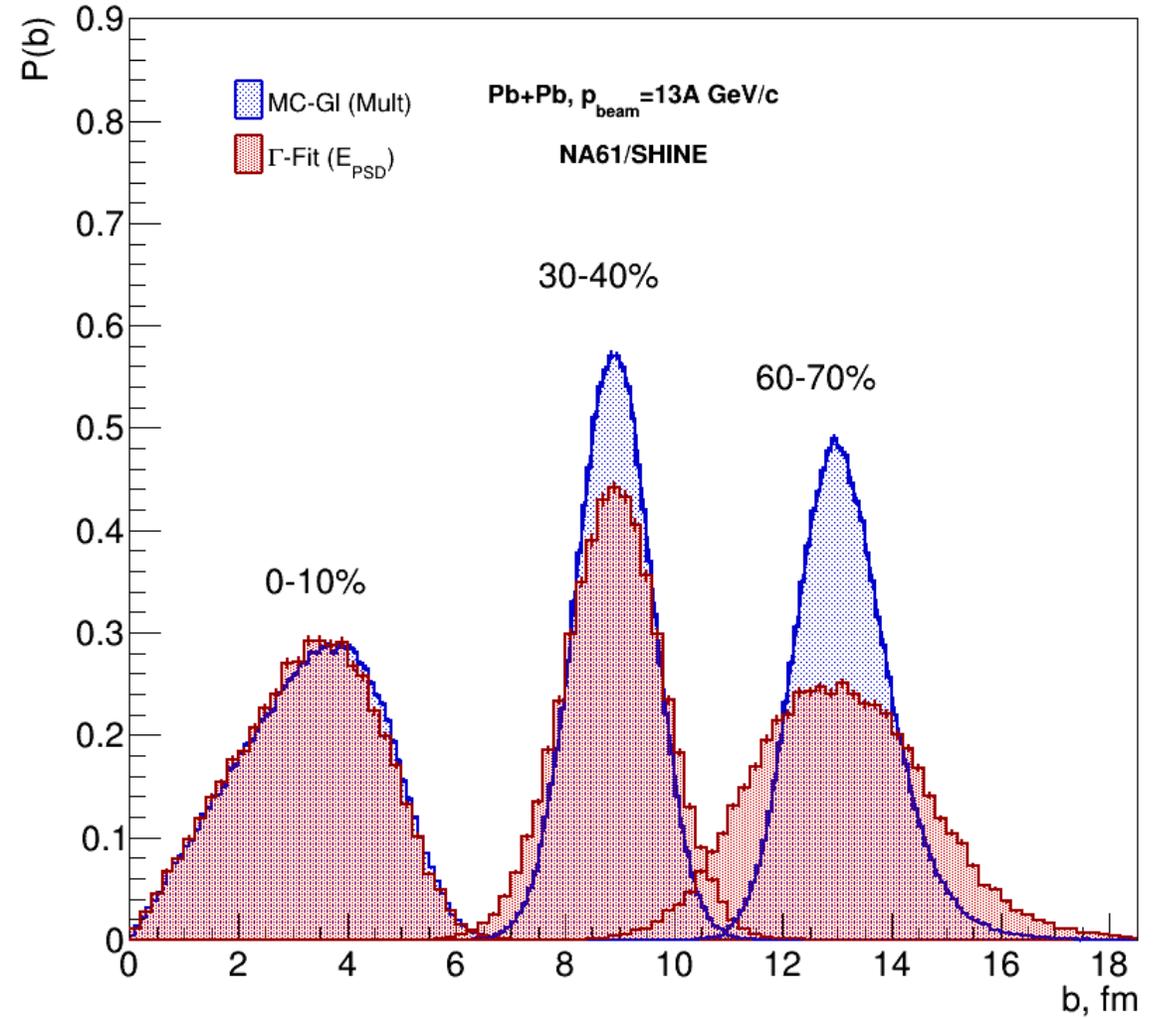
The distribution width of the impact parameter increases in the peripheral region

The method reproduces the energy distribution well.
 The difference in the peripheral region is due to the trigger efficiency

Comparison with MC-Glauber fit



Good agreement between fit and data.



There is agreement within 5%.

Reconstruction of b

- Normalized energy distribution $P(E)$

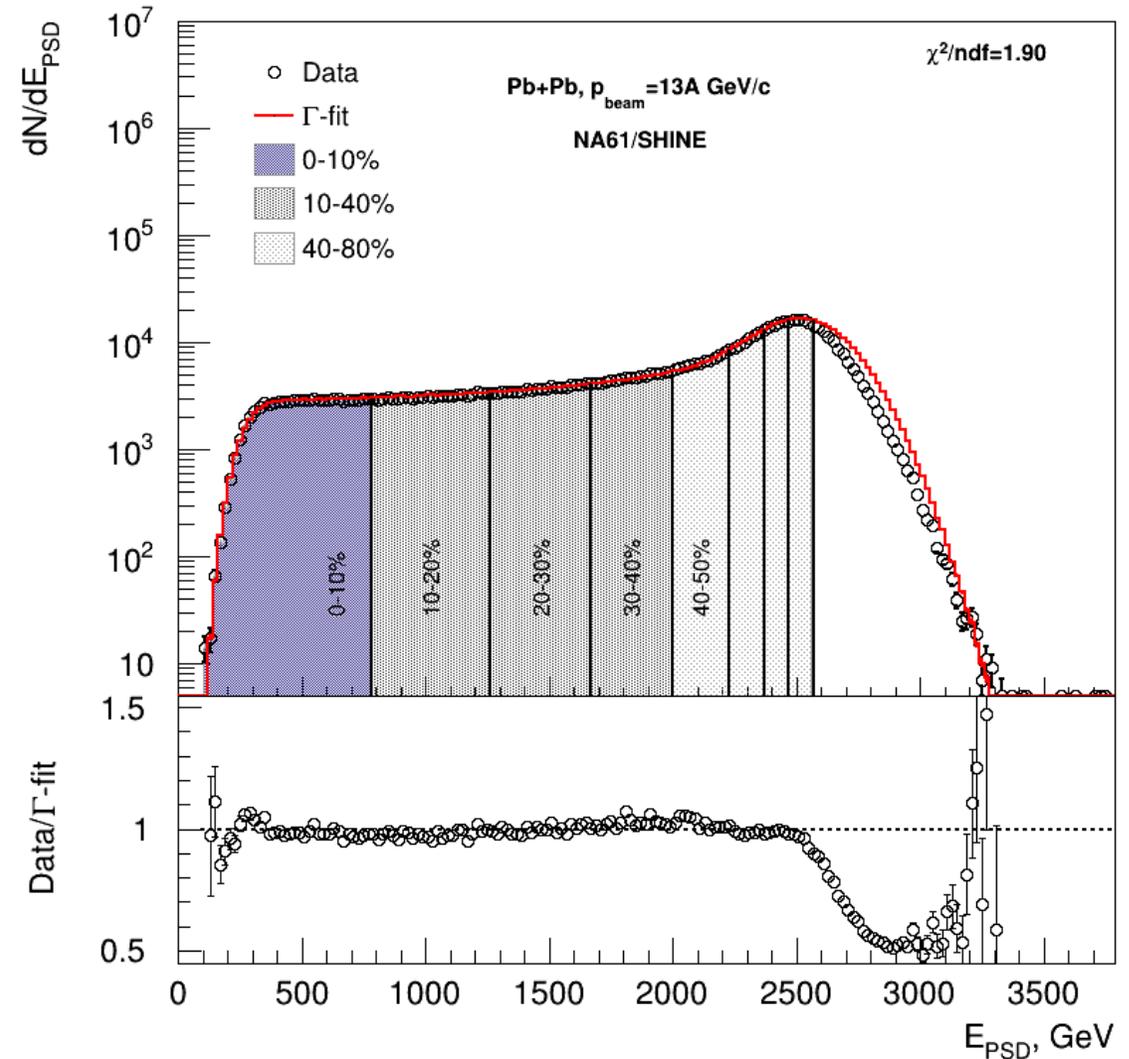
$$P(E) = \int_0^1 P(E | c_b) dc_b$$

- Find probability of b for fixed range of E using Bayes' theorem:

$$P(b | E_1 < E < E_2) = P(b) \frac{\int_{E_1}^{E_2} P(b | E) dE}{\int_{E_1}^{E_2} P(E) dE}$$

- The Bayesian inversion method consists of 2 steps:**

- Fit normalized energy distribution with $P(E)$
- Construct $P(b|E)$ using Bayes' theorem with parameters from the fit



Good agreement between fit and data in wide energy range

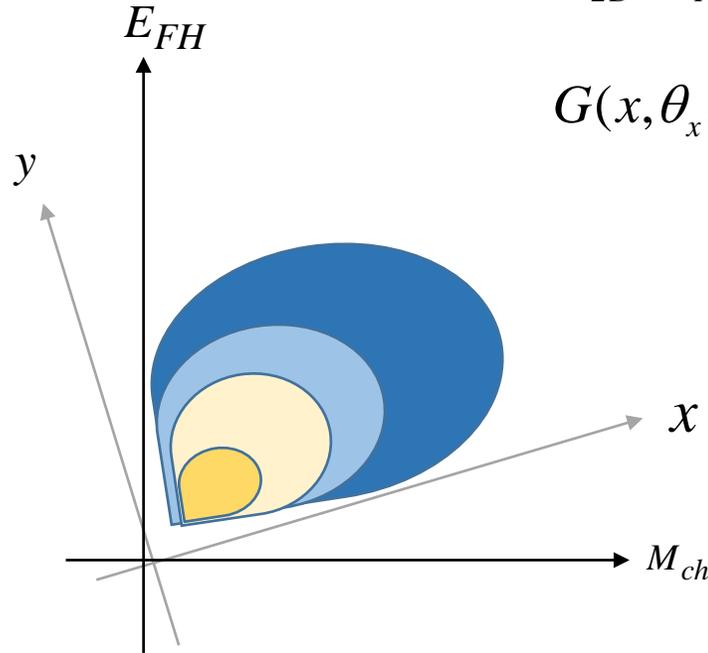
2D Gamma distribution

It is possible to find such a rotation angle of the system that $\text{cov}(x, y) = 0$

Then the two-dimensional distribution in the new coordinate system will be

$$G_{2D}(E_{FH}, M_{ch}, \langle E \rangle, \langle M \rangle, D(E), D(M), R) = G(x, \theta_x, k_x) \cdot G(y, \theta_y, k_y)$$

$$G(x, \theta_x, k_x) \cdot G(y, \theta_y, k_y) = \frac{(x)^{k_x(c_b)-1} e^{-x/\theta_x}}{\Gamma(k_x(c_b))\theta_x^2} \cdot \frac{(y)^{k_y(c_b)-1} e^{-y/\theta_y}}{\Gamma(k_y(c_b))\theta_y^2}$$



$$\theta_x = \frac{D(x)}{\langle x \rangle}, \quad k_x = \frac{\langle x \rangle^2}{D(x)}, \quad \theta_y = \frac{D(y)}{\langle y \rangle}, \quad k_y = \frac{\langle y \rangle^2}{D(y)}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{2\sqrt{D(E)D(M)}R(E, M)}{D(E) - D(M)}\right)$$

mean value and variance in the new coordinate system

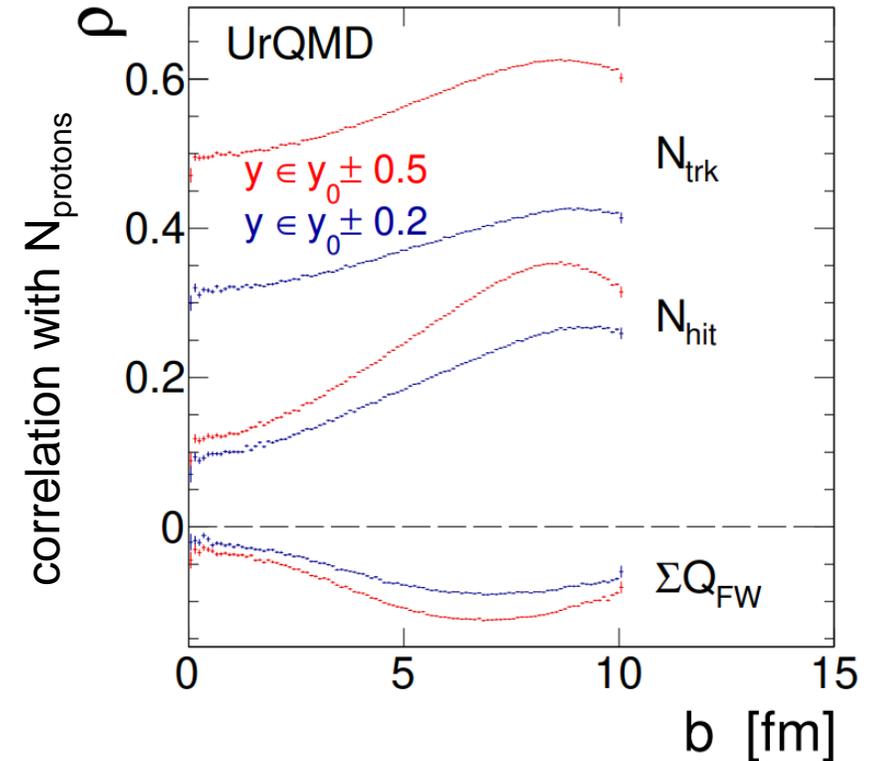
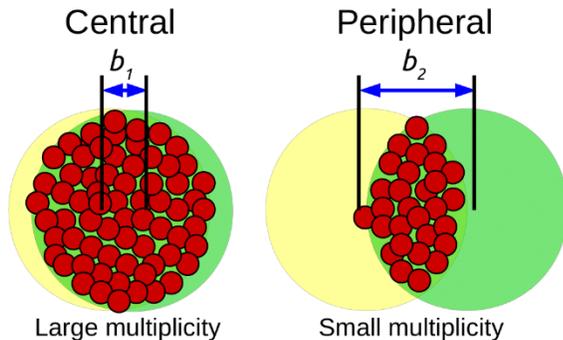
$$\langle x \rangle = \cos(\alpha)\langle E \rangle + \sin(\alpha)\langle M \rangle \quad D(x) = D(E)\cos(\alpha)^2 + R(E, M)\sqrt{D(E)D(M)}\sin(2\alpha) + D(M)\sin(\alpha)^2$$

$$\langle y \rangle = -\sin(\alpha)\langle E \rangle + \cos(\alpha)\langle M \rangle \quad D(y) = D(E)\sin(\alpha)^2 - R(E, M)\sqrt{D(E)D(M)}\sin(2\alpha) + D(M)\cos(\alpha)^2$$

Определение центральности в эксперименте

- Эволюция материи, образующейся при столкновениях тяжелых ионов, зависит от ее начальной геометрии
- Процедура определения центральности сопоставляет параметры начальной геометрии с измеряемыми величинами (множественность или энергия нуклонов спектаторов).
- Это позволяет сравнить будущие результаты **BM@N** с данными из других экспериментов (STAR BES, NA49/NA61) и теоретическими моделями

$$c(b) = \frac{\int_0^b \frac{d\sigma}{db'} db'}{\int_0^\infty \frac{d\sigma}{db'} db'} = \frac{1}{\sigma_{A-A}} \int_0^b \frac{d\sigma}{db'} db'$$



HADES; Phys.Rev.C 102 (2020) 2, 024914

- Множественность рожденных протонов сильнее коррелирует с множественностью заряженных частиц (треки в RPC+TOF хиты), чем с суммарным зарядом фрагментов-спектров (FW)
- для подавления эффекта автокорреляции необходимо использовать спектаторы для оценки центральности