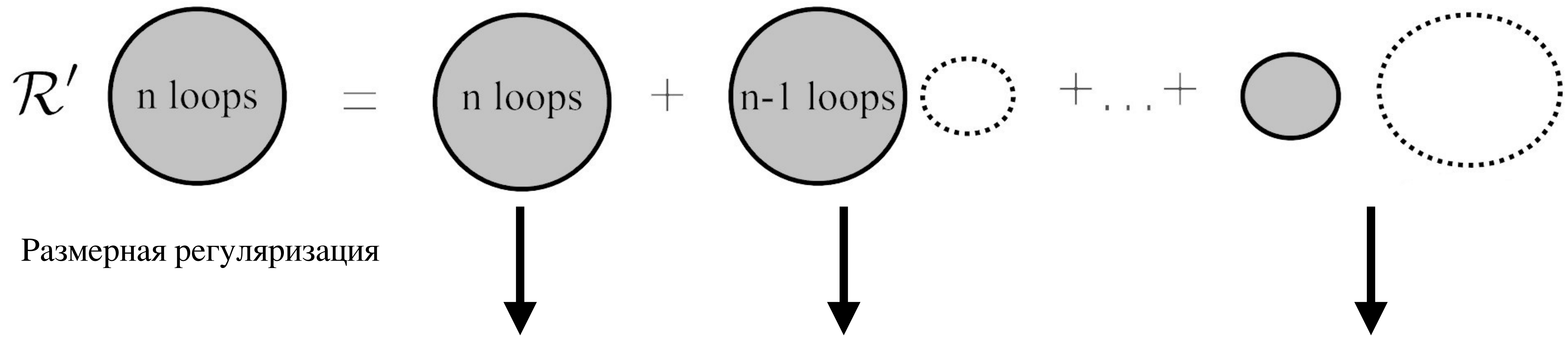
Суммирование логарифмических поправок, основанное на локальности КТП

Толкачёв Денис

(ОИЯИ ЛТФ, Институт физики им. Б. И. Степанова)

Kazakov et al'2016



Размерная регуляризация

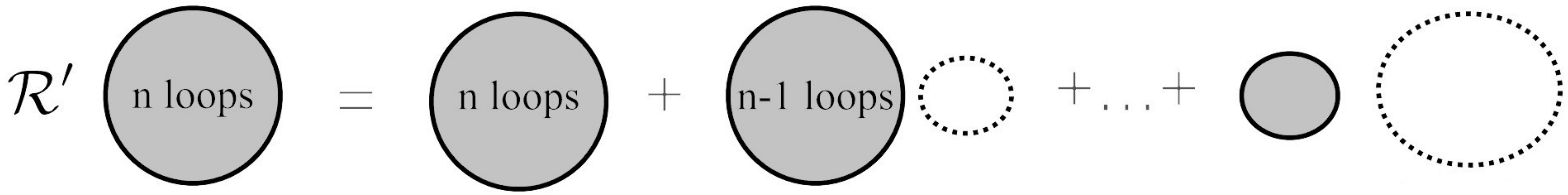
Не стоит забывать о контрчленах низших порядков

$$\frac{\mathscr{A}_n^{(n)}}{\epsilon^n}(\mu^2)^{n\epsilon} + \frac{\mathscr{A}_{n-1}^{(n)}}{\epsilon^n}(\mu^2)^{(n-1)\epsilon} + \ldots \frac{\mathscr{A}_1^{(n)}}{\epsilon^n}\mu^{2\epsilon} +$$

$$+\frac{\mathscr{B}_n^{(n)}}{\epsilon^{n-1}}(\mu^2)^{n\epsilon} + \frac{\mathscr{B}_{n-1}^{(n)}}{\epsilon^{n-1}}(\mu^2)^{(n-1)\epsilon} + \ldots \frac{\mathscr{B}_1^{(n)}}{\epsilon^{n-1}}\mu^{2\epsilon} +$$

$$+\frac{\mathscr{C}_n^{(n)}}{\epsilon^{n-2}}(\mu^2)^{n\epsilon} + \frac{\mathscr{C}_{n-1}^{(n)}}{\epsilon^{n-2}}(\mu^2)^{(n-1)\epsilon} + \ldots \frac{\mathscr{C}_1^{(n)}}{\epsilon^{n-2}}\mu^{2\epsilon} + \ldots$$

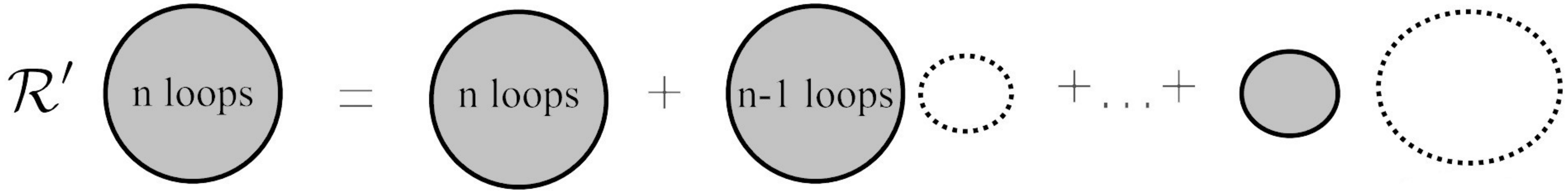
Kazakov et al'2016



Не стоит забывать о контрчленах низших порядков

$$\frac{log^k(\mu^2/Q)}{\epsilon^l}$$

Kazakov et al'2016



Размерная регуляризация

$$\frac{\mathscr{A}_n^{(n)}}{\epsilon^n}(\mu^2)^{n\epsilon} + \frac{\mathscr{A}_{n-1}^{(n)}}{\epsilon^n}(\mu^2)^{(n-1)\epsilon} + \ldots \frac{\mathscr{A}_1^{(n)}}{\epsilon^n}\mu^{2\epsilon} +$$

$$+\frac{\mathscr{B}_n^{(n)}}{\epsilon^{n-1}}(\mu^2)^{n\epsilon} + \frac{\mathscr{B}_{n-1}^{(n)}}{\epsilon^{n-1}}(\mu^2)^{(n-1)\epsilon} + \ldots \frac{\mathscr{B}_1^{(n)}}{\epsilon^{n-1}}\mu^{2\epsilon} +$$

$$+\frac{\mathscr{C}_n^{(n)}}{\epsilon^{n-2}}(\mu^2)^{n\epsilon} + \frac{\mathscr{C}_{n-1}^{(n)}}{\epsilon^{n-2}}(\mu^2)^{(n-1)\epsilon} + \ldots \frac{\mathscr{C}_1^{(n)}}{\epsilon^{n-2}}\mu^{2\epsilon} + \ldots$$

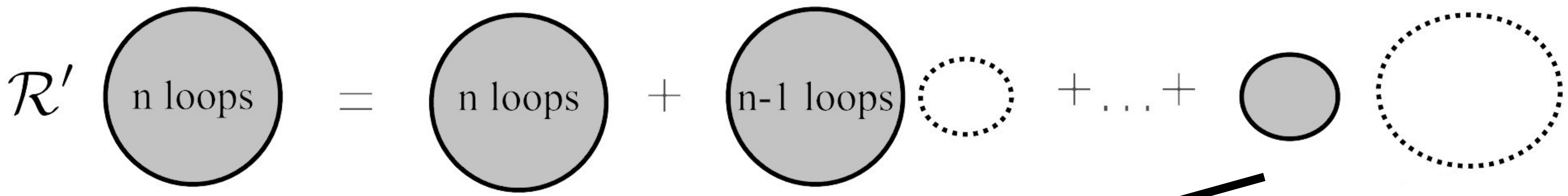
Не стоит забывать о контрчленах низших порядков

Если условие локальности теоремы Боголюбова-Парасюка выразить одной формулой, она имеет вид:

$$\mathscr{L}_p^n = C_i^n \mathscr{L}_i$$

где $\mathscr{L}$ то же, что и $\mathscr{A}, \mathscr{B}, \mathscr{C} \ldots$

Kazakov et al'2016



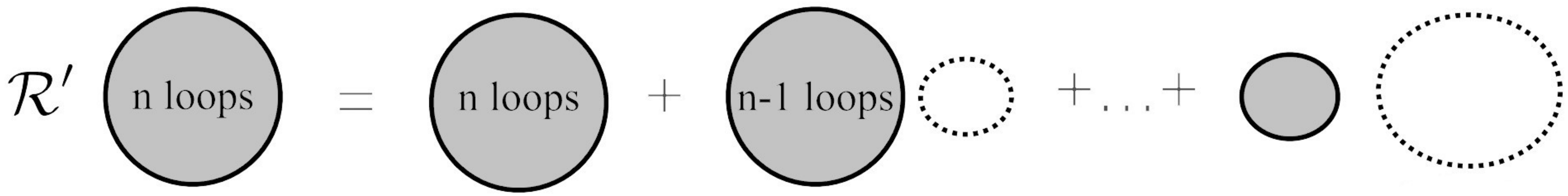
$$\mathscr{A}_n^{(n)} = \frac{\mathscr{A}_1^{(n)}}{n};$$

Не стоит забывать о контрчленах низших порядков

$$\mathscr{B}_n^{(n)} = 2!\left(\frac{\mathscr{B}_1^{(n)}}{n} + \frac{\mathscr{B}_2^{(n)}}{n(n-1)}\right);$$

$$\mathscr{C}_n^{(n)} = 3!\left(\frac{\mathscr{C}_1^{(n)}}{2n} + \frac{\mathscr{C}_2^{(n)}}{n(n-1)} + \frac{\mathscr{C}_3^{(n)}}{n(n-1)(n-2)}\right)$$

Kazakov et al'2016



$$\mathscr{A}_n^{(n)} = \frac{\mathscr{A}_1^{(n)}}{n};$$

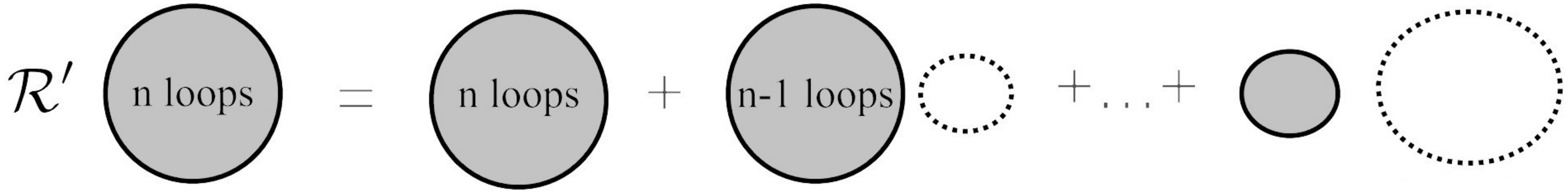
Не стоит забывать о контрчленах низших порядков

$$\mathscr{B}_n^{(n)} = 2!\left(\frac{\mathscr{B}_1^{(n)}}{n} + \frac{\mathscr{B}_2^{(n)}}{n(n-1)}\right);$$

Более того, контрчлены, введенные для определения теории, определяют логарифмические квантовые вклады!

$$\mathscr{C}_n^{(n)} = 3!\left(\frac{\mathscr{C}_1^{(n)}}{2n} + \frac{\mathscr{C}_2^{(n)}}{n(n-1)} + \frac{\mathscr{C}_3^{(n)}}{n(n-1)(n-2)}\right)$$

Kazakov et al'2016



Не стоит забывать о контрчленах низших порядков

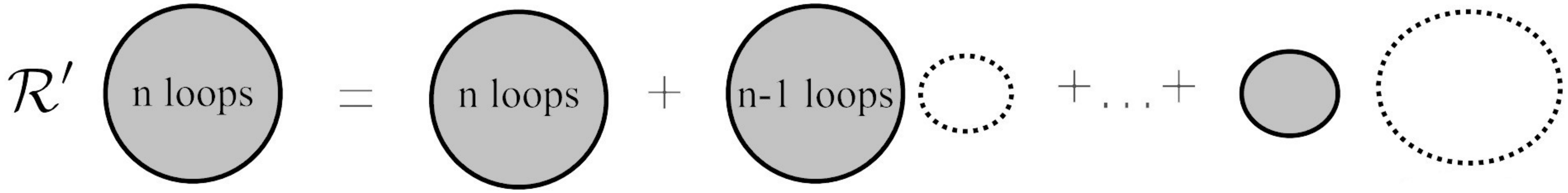
Более того, контрчлены, введенные для определения теории, определяют логарифмические квантовые вклады!

$$\bar{\mathscr{A}}^{(n)}{}_n = \mathscr{A}^{(n)};$$

$$\mathscr{B}_n^{(n)} = 2!\left(\frac{\mathscr{B}_1^{(n)}}{n} + \frac{\mathscr{B}_2^{(n)}}{n(n-1)}\right);$$

$$\mathscr{C}_n^{(n)} = 3!\left(\frac{\mathscr{C}_1^{(n)}}{2n} + \frac{\mathscr{C}_2^{(n)}}{n(n-1)} + \frac{\mathscr{C}_3^{(n)}}{n(n-1)(n-2)}\right)$$

Kazakov et al’2016



Не стоит забывать о контрчленах низших порядков

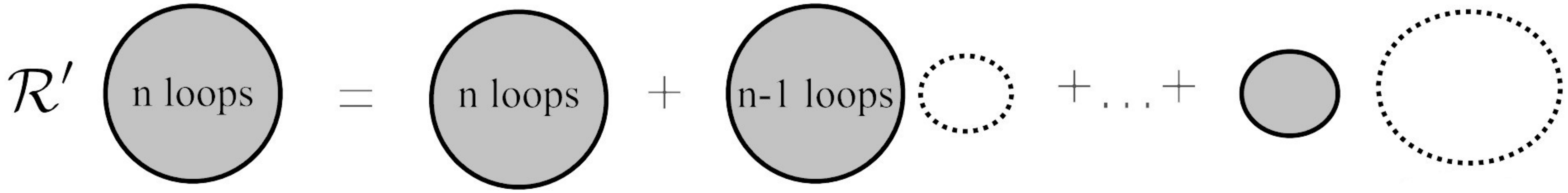
Более того, контрчлены, введенные для определения теории, определяют логарифмические квантовые вклады!

$$\bar{\mathscr{A}}^{(n)}{}_n = \mathscr{A}^{(n)};$$

$$\bar{\mathscr{B}}^{(n)}_n = (-1)^n\left(\mathscr{B}^{(n)}_1 + \frac{2}{(n-1)}\mathscr{B}^{(n)}_2\right);$$

$$\mathscr{C}^{(n)}_n = 3!\left(\frac{\mathscr{C}^{(n)}_1}{2n} + \frac{\mathscr{C}^{(n)}_2}{n(n-1)} + \frac{\mathscr{C}^{(n)}_3}{n(n-1)(n-2)}\right)$$

Kazakov et al’2016



Не стоит забывать о контрчленах низших порядков

Более того, контрчлены, введенные для определения теории, определяют логарифмические квантовые вклады!

$$\bar{\mathscr{A}}^{(n)}_n = \mathscr{A}^{(n)};$$

$$\bar{\mathscr{B}}^{(n)}_n = (-1)^n\left(\mathscr{B}^{(n)}_1 + \frac{2}{(n-1)}\mathscr{B}^{(n)}_2\right);$$

$$\bar{\mathscr{C}}^{(n)}_n = (-1)^{n-1}\left(\mathscr{C}^{(n)}_1\frac{n-1}{2} + 2\mathscr{C}^{(n)}_2 + \mathscr{C}^{(n)}_3\frac{3}{n-2}\right)$$

Эффективный потенциал

Эффективный потенциал

Определение эффективного потенциала - часть эффективного действия без производных

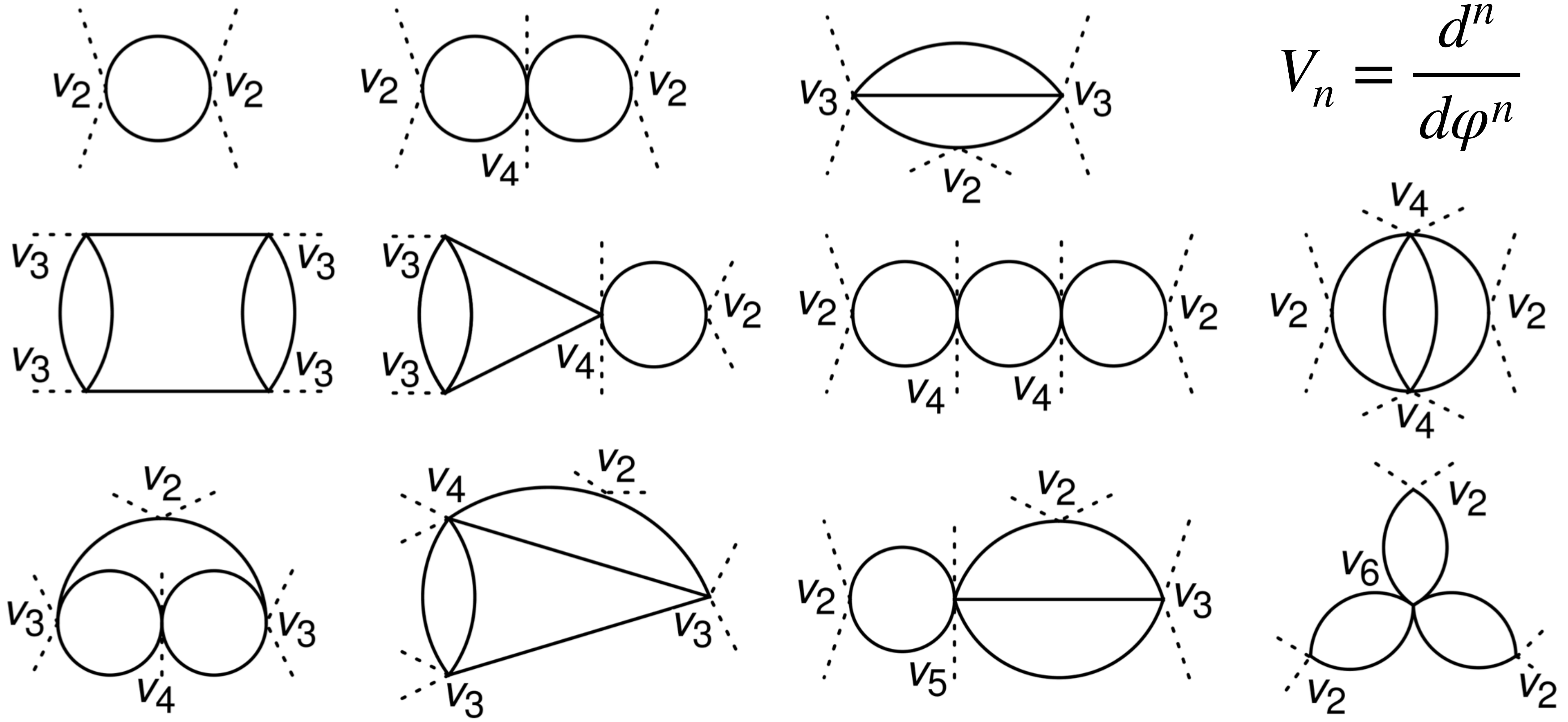
Kazakov et al'2022

$$Z(J) = \int \mathscr{D}\phi \;\; \exp\left(i \int d^4x \;\mathscr{L}(\phi, d\phi) + J\phi \right)$$

$$W(J) = -\, i \log Z(J)$$

$$\Gamma(\phi) = W(J) - \int d^4x J(x)\phi(x)$$

Пертурбативное разложение - вакуумные диаграммы



$$V_n = \frac{d^n}{d\varphi^n}$$

Эффективный потенциал

Определение эффективного потенциала - часть эффективного действия без производных

$$Z(J) = \int \mathscr{D}\phi \ \exp\left(i \int d^4x \ \mathscr{L}(\phi, d\phi) + J\phi \right)$$

$$W(J) = -i \log Z(J)$$

$$\Gamma(\phi) = W(J) - \int d^4x J(x)\phi(x)$$

Kazakov et al'2022

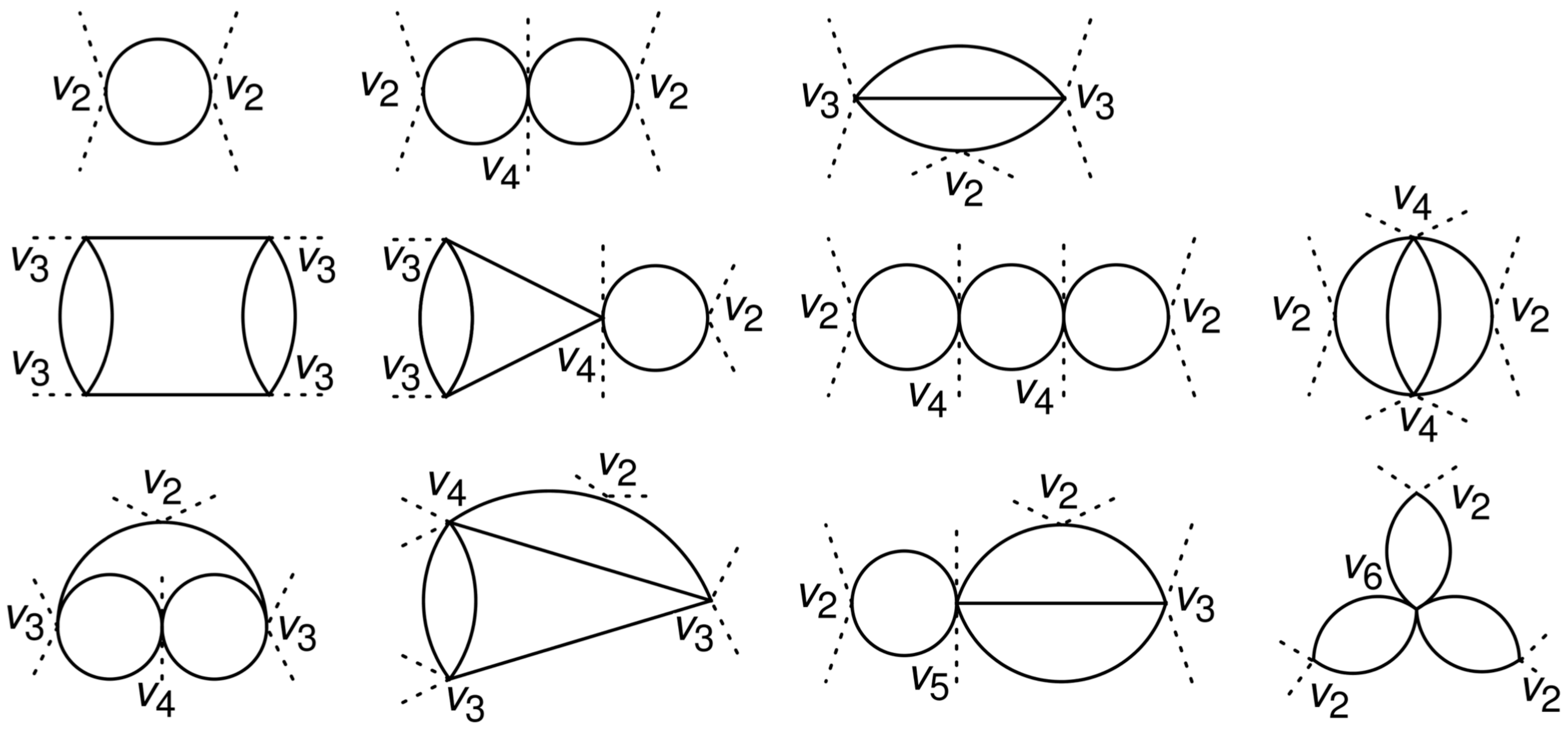
Общее выражение

$$\frac{d\Sigma}{dz} = -\frac{1}{4}(D_2\Sigma)^2, \ \ \Sigma(0,\phi) = V_0(\phi)$$

$$D_2 = \frac{\partial^2}{\partial\phi^2} \quad z = g/\varepsilon$$

R-правило

arXiv:2602.11878



$\mathscr{L}_n$-заменить соответствующую петлю n на производную.

В вершинах заменить $D_n V$ на $D_n \Sigma_x$
и не забыть чему равна сама петля

$$\mathscr{A}_n^{(n)} = \frac{\mathscr{A}_1^{(n)}}{n};$$

$$\frac{d\Sigma}{dz} = -\frac{1}{4}(D_2\Sigma)^2$$

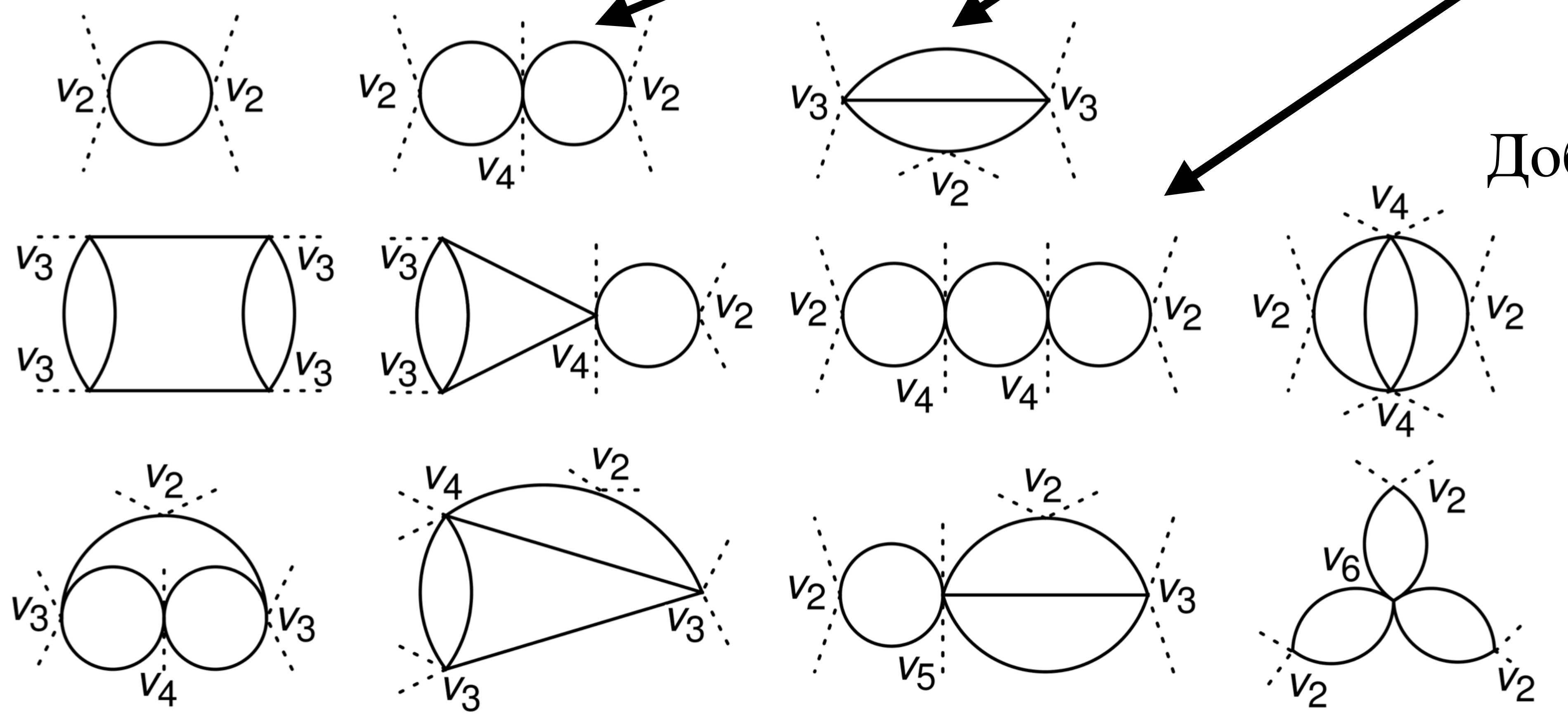
$$\mathscr{B}_n^{(n)} = 2!\left(\frac{\mathscr{B}_1^{(n)}}{n} + \frac{\mathscr{B}_2^{(n)}}{n(n-1)}\right);$$

$$\mathscr{C}_n^{(n)} = 3!\left(\frac{\mathscr{C}_1^{(n)}}{2n} + \frac{\mathscr{C}_2^{(n)}}{n(n-1)} + \frac{\mathscr{C}_3^{(n)}}{n(n-1)(n-2)}\right)$$

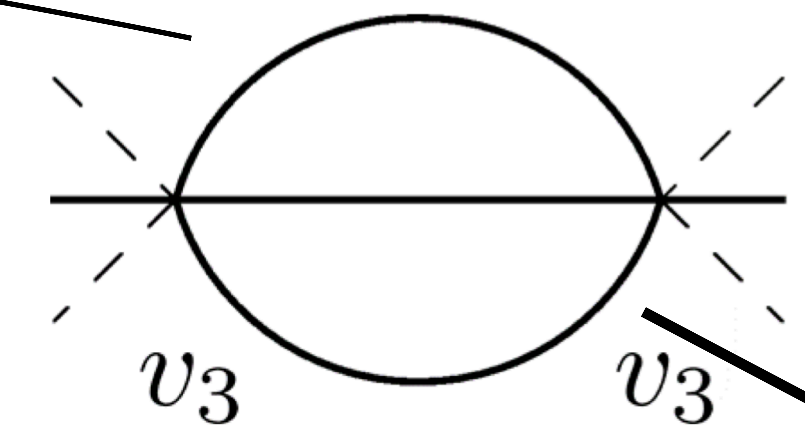
arXiv:2602.11878

Следующий порядок

$$\mathscr{B}_n^{(n)} = 2!\left(\frac{\mathscr{B}_1^{(n)}}{n} + \frac{\mathscr{B}_2^{(n)}}{n(n-1)}\right)$$



Добавить поправку к пропагатору



$$\frac{\partial^2\Sigma_G}{\partial z^2} = \frac{2}{24}(D_3\Sigma_A)^2$$

$$\frac{\partial^2\Sigma_B}{\partial z^2} = -\,2\frac{1}{4}\frac{\partial}{\partial z}\left\{2D_2\Sigma_A D_2\Sigma_B - \left(D_2\Sigma_A\right)^2 D_2\Sigma_G\right\} -$$
$$-2\left\{\frac{1}{8}(D_3\Sigma_A)^2 D_2\Sigma_B - 2\frac{1}{8}(D_3\Sigma_A)^2 D_2\Sigma_A D_2\Sigma_G + 2\frac{1}{8}D_3\Sigma_A D_3\Sigma_B D_2\Sigma_A + \right.$$
$$+2\frac{1}{8}D_3\Sigma_A D_3\Sigma_B D_2\Sigma_A - \frac{1}{8}(D_3\Sigma_A)^2 D_2\Sigma_A + \frac{1}{8}(D_2\Sigma_A)^2 D_4\Sigma_B -$$
$$-2\frac{1}{8}(D_2\Sigma_A)^2 D_4\Sigma_A D_2\Sigma_G + 2\frac{1}{8}D_2\Sigma_A D_2\Sigma_B D_4\Sigma_A$$

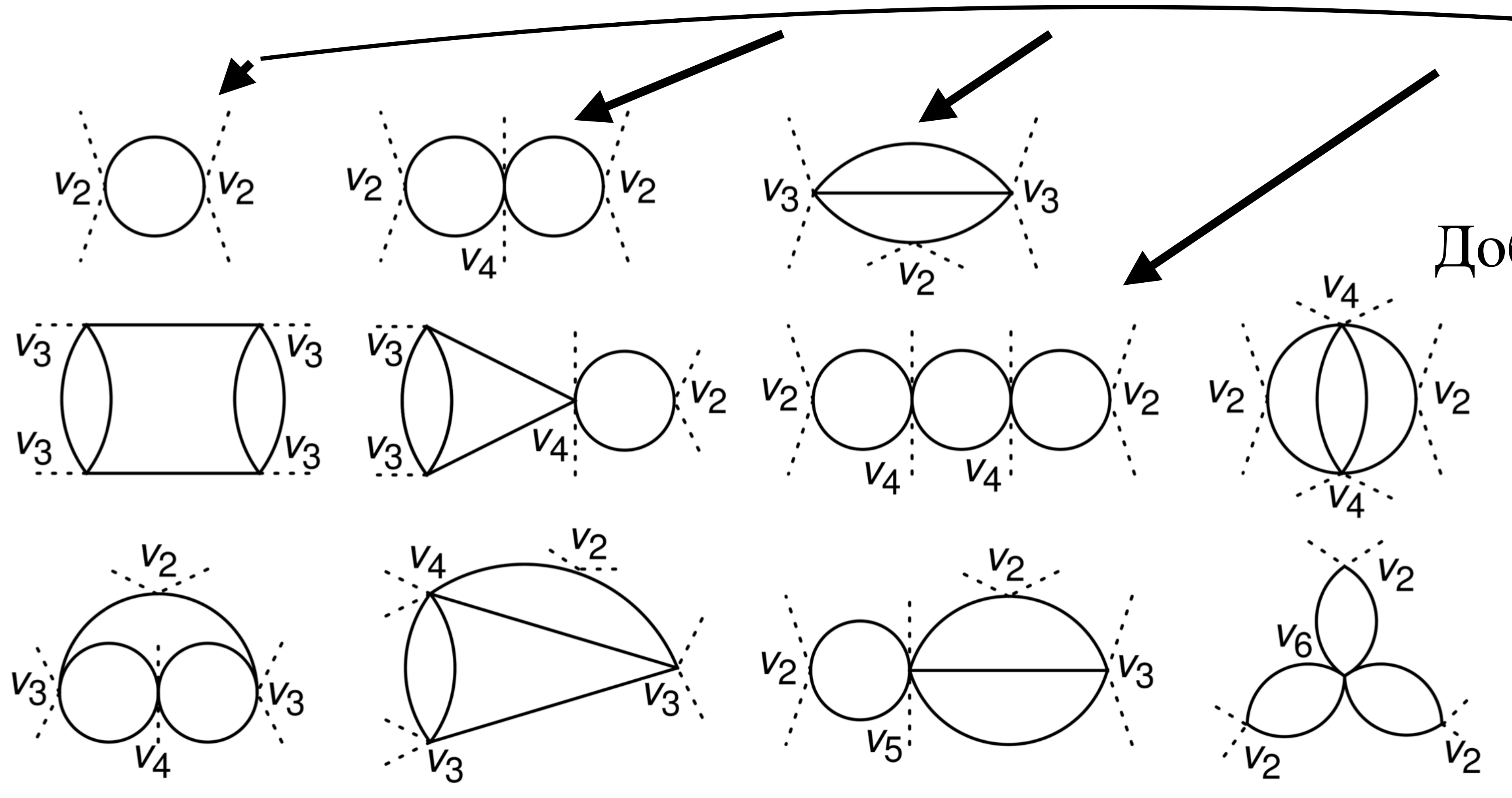
Уравнение пишется за минуту

не зависит от схемы

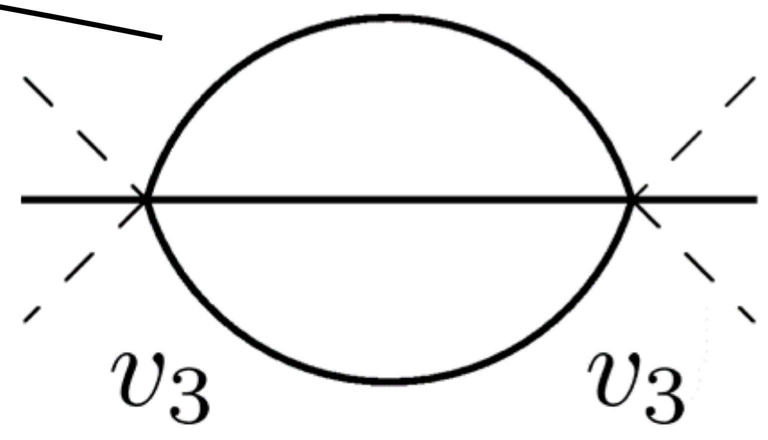
arXiv:2602.11878

Следующий порядок

$$\bar{\mathscr{B}}_n^{(n)} = (-1)^n \left(\mathscr{B}_1^{(n)} + \frac{2}{(n-1)} \mathscr{B}_2^{(n)} \right)$$



Добавить поправку к пропагатору



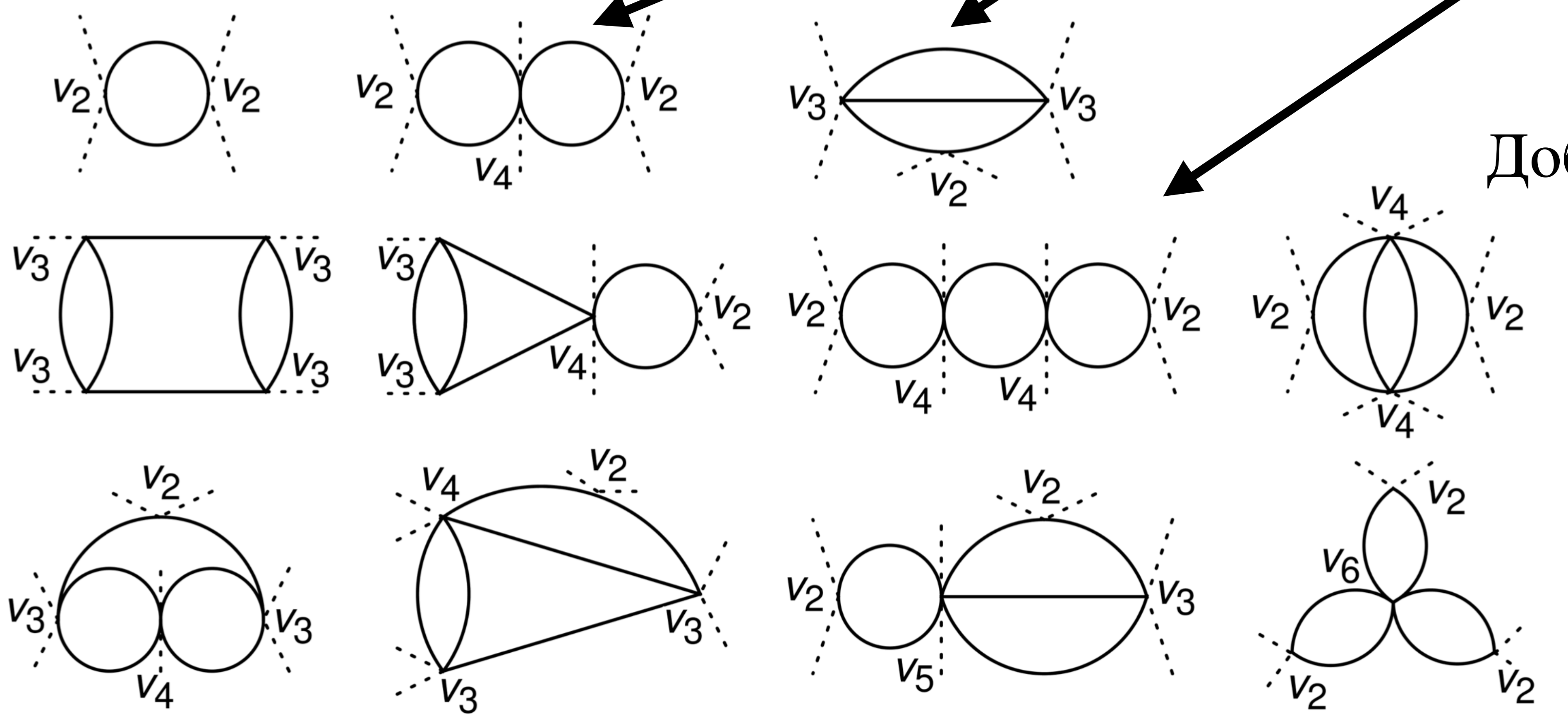
$$\longrightarrow \frac{\partial^2 \Sigma_G}{\partial z^2} = \frac{2}{24}(D_3\Sigma_A)^2$$

Уравнение пишется за минуту

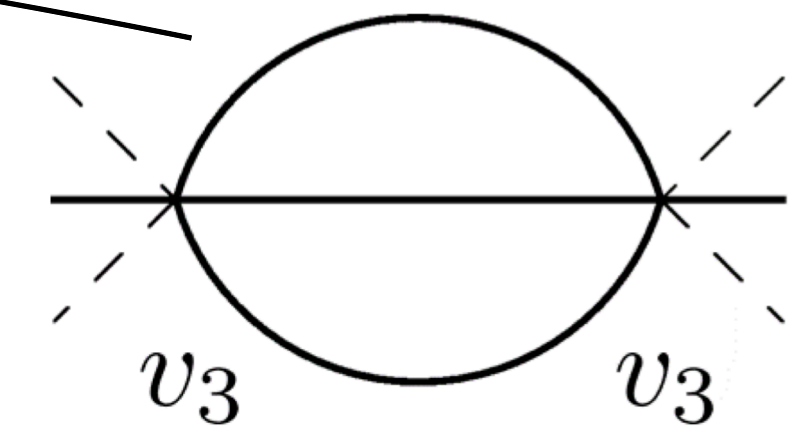
$$\frac{\partial \bar{\Sigma}_{LogsB}}{\partial z} = \frac{1}{4}\frac{\partial}{\partial z}\left\{ 2D_2\Sigma_A D_2\Sigma_B - \left(D_2\Sigma_A\right)^2 D_2\Sigma_G \right\} -$$
$$-2\left\{ \frac{1}{8}(D_3\Sigma_A)^2 D_2\Sigma_B - 2\frac{1}{8}(D_3\Sigma_A)^2 D_2\Sigma_A D_2\Sigma_G + 2\frac{1}{8}D_3\Sigma_A D_3\Sigma_B D_2\Sigma_A + \right.$$
$$+2\frac{1}{8}D_3\Sigma_A D_3\Sigma_B D_2\Sigma_A - \frac{1}{8}(D_3\Sigma_A)^2 D_2\Sigma_A + \frac{1}{8}(D_2\Sigma_A)^2 D_4\Sigma_B -$$
$$-2\frac{1}{8}(D_2\Sigma_A)^2 D_4\Sigma_A D_2\Sigma_G + 2\frac{1}{8}D_2\Sigma_A D_2\Sigma_B D_4\Sigma_A$$

arXiv:2602.11878

Следующий порядок



Добавить поправку к пропагатору



$$\frac{\partial^2\Sigma_G}{\partial z^2} = \frac{2}{24}(D_3\Sigma_A)^2$$

$$\bar{\Sigma}_{LogsB} = \int dz \frac{1}{4}\frac{\partial}{\partial z}\left\{2D_2\Sigma_A D_2\Sigma_B - \left(D_2\Sigma_A\right)^2 D_2\Sigma_G\right\} -$$
$$-2\left\{\frac{1}{8}(D_3\Sigma_A)^2 D_2\Sigma_B - 2\frac{1}{8}(D_3\Sigma_A)^2 D_2\Sigma_A D_2\Sigma_G + 2\frac{1}{8}D_3\Sigma_A D_3\Sigma_B D_2\Sigma_A + \right.$$
$$+2\frac{1}{8}D_3\Sigma_A D_3\Sigma_B D_2\Sigma_A - \frac{1}{8}(D_3\Sigma_A)^2 D_2\Sigma_A + \frac{1}{8}(D_2\Sigma_A)^2 D_4\Sigma_B -$$
$$-2\frac{1}{8}(D_2\Sigma_A)^2 D_4\Sigma_A D_2\Sigma_G + 2\frac{1}{8}D_2\Sigma_A D_2\Sigma_B D_4\Sigma_A$$

Уравнение пишется за минуту

arXiv:2602.11878

Решения для ϕ^4

$$\frac{d\Sigma}{dz} = -\frac{1}{4}(D_2\Sigma)^2, \quad \Sigma(0,\phi) = V_0(\phi)$$

$$\frac{\partial^2\Sigma_B}{\partial z^2} = -2\frac{1}{4}\frac{\partial}{\partial z}\left\{2D_2\Sigma_A D_2\Sigma_B - \left(D_2\Sigma_A\right)^2 D_2\Sigma_G\right\} -$$
$$-2\left\{\frac{1}{8}(D_3\Sigma_A)^2 D_2\Sigma_B - 2\frac{1}{8}(D_3\Sigma_A)^2 D_2\Sigma_A D_2\Sigma_G + 2\frac{1}{8}D_3\Sigma_A D_3\Sigma_B D_2\Sigma_A + \right.$$
$$+2\frac{1}{8}D_3\Sigma_A D_3\Sigma_B D_2\Sigma_A - \frac{1}{8}(D_3\Sigma_A)^2 D_2\Sigma_A + \frac{1}{8}(D_2\Sigma_A)^2 D_4\Sigma_B -$$
$$-2\frac{1}{8}(D_2\Sigma_A)^2 D_4\Sigma_A D_2\Sigma_G + 2\frac{1}{8}D_2\Sigma_A D_2\Sigma_B D_4\Sigma_A$$

$$\frac{1}{1+\frac{3}{2}gl}, \quad \frac{3gl + 34\log\left(1+\frac{3gl}{2}\right)}{18(1+\frac{3}{2}gl)^2} \qquad l = \log(\mu^2/m^2(\phi))$$

Однозарядная модель

$$\left(\mu^2 \frac{d}{d\mu^2} + \beta(\alpha)\frac{d}{d\alpha} - \gamma(\alpha)\right)\Gamma\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, \alpha\right) = 0$$

Однозарядная модель

$$A \qquad\qquad B$$

$$\frac{1}{1+\log(x)}, \quad \frac{\log\big(\log(x)+1\big)}{(\log(x)+1)^2}$$

Решение двухпетлевого РГ уравнения для бегущего заряда содержит функцию Ламберта:

$$\frac{1}{1+W(y)}$$

Уравнение для бегущего заряда

$$\frac{\partial}{\partial z}\bar{\alpha} = \beta(\bar{\alpha}) = \beta_0\bar{\alpha}^2 + \beta_1\bar{\alpha}^3 + \beta_2\bar{\alpha}^4 + \beta_3\bar{\alpha}^5 + O(\bar{\alpha}^6)$$

1-петлевое уравнение

$$\frac{\partial}{\partial z}\bar{\alpha}_1 = \beta_0\bar{\alpha}_1{}^2$$

2-петлевое уравнение

$$\frac{\partial}{\partial z}\bar{\alpha}_2 = \beta_0\bar{\alpha}_2{}^2 + \beta_1\bar{\alpha}_2{}^3$$

Бегущий заряд

$$\bar{\alpha}(\alpha, z) = \alpha \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \; \alpha^k z^k + \sum_{k=2}^{\infty} B_k \; \alpha^k z^{k-1} + \sum_{k=3}^{\infty} C_k \; \alpha^k z^{k-2} + \ldots \right)$$

$$z = \log(y), \quad y = Q^2/\mu^2$$

Бегущий заряд

$$\bar{\alpha}(\alpha, z) = \alpha \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k\ \alpha^k z^k + \sum_{k=2}^{\infty} B_k\ \alpha^k z^{k-1} + \sum_{k=3}^{\infty} C_k\ \alpha^k z^{k-2} + \dots \right)$$

$$z = \log(y), \quad y = Q^2/\mu^2$$

$$\bar{\alpha}(\alpha, z) = \sum_{\mathscr{X}=A,B,C\dots}^{\infty} \mathscr{X} = A(\alpha, z) + B(\alpha, z) + C(\alpha, z) + \dots$$

$$\frac{\partial}{\partial l}\bar{\alpha} = \beta_0\bar{\alpha}^2 + \beta_1\bar{\alpha}^3$$

Точное решение содержит функцию Ламберта

В действительности имеем

$$g^4\left(\frac{81}{16}l^4 - \frac{221}{6}l^3 + \frac{289}{24}l^2\right)$$

Независимо от того, какие интегральные или дифференциальные уравнения мы получили, в пределе перенормируемой теории мы получаем одно и то же уравнение

Бегущий заряд

$$\bar{\alpha}(\alpha, z) = \alpha \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \, \alpha^k z^k + \sum_{k=2}^{\infty} B_k \, \alpha^k z^{k-1} + \sum_{k=3}^{\infty} C_k \, \alpha^k z^{k-2} + \ldots \right)$$

$$z = \log(y), \quad y = Q^2/\mu^2$$

$$\bar{\alpha}(\alpha, z) = \sum_{\mathcal{X}=A,B,C\ldots}^{\infty} \mathcal{X} = A(\alpha, z) + B(\alpha, z) + C(\alpha, z) + \ldots$$

Подставляя в уравнение для бегущего заряда

$$\frac{\partial}{\partial z}\bar{\alpha} = \beta(\bar{\alpha}) = \beta_0 \bar{\alpha}^2 + \beta_1 \bar{\alpha}^3 + \beta_2 \bar{\alpha}^4 + \beta_3 \bar{\alpha}^5 + O(\bar{\alpha}^6)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\bar{\alpha} = \beta(\bar{\alpha}) = \beta_0\bar{\alpha}^2 + \beta_1\bar{\alpha}^3 + \beta_2\bar{\alpha}^4 + \beta_3\bar{\alpha}^5 + O(\bar{\alpha}^6)$$

$$\bar{\alpha}(\alpha, z) = \sum_{\mathcal{X}=A,B,C...}^{\infty} \mathcal{X} = A(\alpha, z) + B(\alpha, z) + C(\alpha, z) + \ldots$$

$$\beta_0$$

Линеаризованные уравнения

$$\frac{\partial}{\partial z}A = \beta_0 A^2$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\bar{\alpha} = \beta(\bar{\alpha}) = \beta_0\bar{\alpha}^2 + \beta_1\bar{\alpha}^3 + \beta_2\bar{\alpha}^4 + \beta_3\bar{\alpha}^5 + O(\bar{\alpha}^6)$$

$$\bar{\alpha}(\alpha, z) = \sum_{\mathcal{X}=A,B,C\ldots}^{\infty} \mathcal{X} = A(\alpha, z) + B(\alpha, z) + C(\alpha, z) + \ldots$$

Линеаризованные уравнения

$$\beta_0$$

$$\frac{\partial}{\partial z}A = \beta_0 A^2$$

$$\beta_1$$

$$\frac{\partial}{\partial z}B = \beta_1 A^3 + 2\beta_0 BA$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\bar{\alpha} = \beta(\bar{\alpha}) = \beta_0\bar{\alpha}^2 + \beta_1\bar{\alpha}^3 + \beta_2\bar{\alpha}^4 + \beta_3\bar{\alpha}^5 + O(\bar{\alpha}^6)$$

$$\bar{\alpha}(\alpha, z) = \sum_{\mathscr{X}=A,B,C\ldots}^{\infty} \mathscr{X} = A(\alpha, z) + B(\alpha, z) + C(\alpha, z) + \ldots$$

Линеаризованные уравнения

$$\beta_0$$

$$\frac{\partial}{\partial z}A = \beta_0 A^2$$

$$\beta_1$$

$$\frac{\partial}{\partial z}B = \beta_1 A^3 + 2\beta_0 BA$$

$$[\mathscr{X}] \sim [A^n]$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\bar{\alpha} = \beta(\bar{\alpha}) = \beta_0\bar{\alpha}^2 + \beta_1\bar{\alpha}^3 + \beta_2\bar{\alpha}^4 + \beta_3\bar{\alpha}^5 + O(\bar{\alpha}^6)$$

$$\bar{\alpha}(\alpha, z) = \sum_{\mathcal{X}=A,B,C...}^{\infty} \mathcal{X} = A(\alpha, z) + B(\alpha, z) + C(\alpha, z) + \dots$$

Линеаризованные уравнения

$$\beta_0$$

$$\frac{\partial}{\partial z}A = \beta_0 A^2$$

$$\beta_1$$

$$\frac{\partial}{\partial z}B = \beta_1 A^3 + 2\beta_0 BA$$

$$[\mathcal{X}] \sim [A^n]$$

$$\beta_2$$

$$\frac{\partial}{\partial z}C = \beta_2 A^4 + 3\beta_1 BA^2 + 2\beta_0 CA + \beta_0 B^2$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\bar{\alpha} = \beta(\bar{\alpha}) = \beta_0\bar{\alpha}^2 + \beta_1\bar{\alpha}^3 + \beta_2\bar{\alpha}^4 + \beta_3\bar{\alpha}^5 + O(\bar{\alpha}^6)$$

$$\bar{\alpha}(\alpha, z) = \sum_{\mathcal{X}=A,B,C\ldots}^{\infty} \mathcal{X} = A(\alpha, z) + B(\alpha, z) + C(\alpha, z) + \ldots$$

Линеаризованные уравнения

$$\beta_0$$

$$\frac{\partial}{\partial z}A = \beta_0 A^2$$

$$\beta_1$$

$$\frac{\partial}{\partial z}B = \beta_1 A^3 + 2\beta_0 BA$$

$$[\mathcal{X}] \sim [A^n]$$

$$\beta_2$$

$$\frac{\partial}{\partial z}C = \beta_2 A^4 + 3\beta_1 BA^2 + 2\beta_0 CA + \beta_0 B^2$$

$$\beta_3$$

$$\frac{\partial}{\partial z}D = \beta_3 A^5 + 4\beta_2 BA^3 + 3\beta_1 CA^2 + A\left(3\beta_1 B^2 + 2\beta_0 D\right) + 2\beta_0 BC$$

Решение уравнений

Важно, что решения этих уравнений легко находятся и выражаются в виде элементарных функций

$$L = \log(1 - \beta_0 z), \quad z = \log(y), \quad \xi_N = \beta_N / \beta_0$$

Решение уравнений

Важно, что решения этих уравнений легко находятся и выражаются в виде элементарных функций

$$L = \log(1-\beta_0 z), \quad z = \log(y), \quad \xi_N = \beta_N/\beta_0$$

$$B = -A^2\xi_1 L$$

$$C = A^3\left(-L^2\xi_1^2 + L\xi_1^2 + z\beta_0(\xi_1^2 - \xi_2)\right)$$

$$D = A^4\xi_1\left(-L^3\xi_1^2 + \frac{5}{2}L^2\xi_1^2 - \xi_2 L\right) + z\beta_0 A^4\left(2L\xi_1^3 - 2L\xi_2\xi_1 - \xi_2\xi_1 + \xi_3\right) -$$

$$-\frac{1}{2}z^2\beta_0^2 A^4\left(\xi_1^3 - 2\xi_2\xi_1 + \xi_3\right)$$

Последовательности логарифмов

$$B = -A^2 L \xi_1$$

$$C = A^3 \left(-L^2 \xi_1^2 + L \xi_1^2\right)$$

$$D = A^4 \xi_1 \left(-L^3 \xi_1^2 + \frac{5}{2} L^2 \xi_1^2 - \xi_2 L\right)$$

$$E = A^5 \left(-L^4 \xi_1^4 + \frac{13}{3} L^3 \xi_1^4 - \frac{3}{2} L^2 \left(\xi_1^2 + 2\xi_2\right) \xi_1^2 + L \xi_3 \xi_1\right)$$

Последовательности логарифмов

$$I$$

$$B = -A^2 \boxed{L\xi_1}$$

$$C = A^3 \left(\boxed{-L^2\xi_1^2} + L\xi_1^2\right)$$

$$D = A^4\xi_1 \left(\boxed{-L^3\xi_1^2} + \frac{5}{2}L^2\xi_1^2 - \xi_2 L\right)$$

$$E = A^5 \left(\boxed{-L^4\xi_1^4} + \frac{13}{3}L^3\xi_1^4 - \frac{3}{2}L^2\left(\xi_1^2 + 2\xi_2\right)\xi_1^2 + L\xi_3\xi_1\right)$$

Последовательности логарифмов

II

$$B = -A^2 L \xi_1$$

$$C = A^3 \left(-L^2 \xi_1^2 + L \xi_1^2\right)$$

$$D = A^4 \xi_1 \left(-L^3 \xi_1^2 + \frac{5}{2} L^2 \xi_1^2 - \xi_2 L\right)$$

$$E = A^5 \left(-L^4 \xi_1^4 + \frac{13}{3} L^3 \xi_1^4 - \frac{3}{2} L^2 \left(\xi_1^2 + 2\xi_2\right) \xi_1^2 + L \xi_3 \xi_1\right)$$

Последовательности логарифмов

$$B = -A^2 L \xi_1$$

$$C = A^3 \left(-L^2 \xi_1^2 + L \xi_1^2\right)$$

$$D = A^4 \xi_1 \left(-L^3 \xi_1^2 + \frac{5}{2} L^2 \xi_1^2 - \xi_2 L\right)$$

III

$$E = A^5 \left(-L^4 \xi_1^4 + \frac{13}{3} L^3 \xi_1^4 - \frac{3}{2} L^2 \left(\xi_1^2 + 2\xi_2\right) \xi_1^2 + L \xi_3 \xi_1\right)$$

Металогарифмы

$$\mathrm{L}_0 \equiv \frac{1}{\left(1-\beta_0 z\right)} \equiv A$$

$$I \qquad \mathrm{L}_1 = \mathrm{L}_0 \frac{1}{\left(1+\frac{\xi_1 L}{\left(1-\beta_0 z\right)}\right)}$$

$$II \qquad \mathrm{L}_2 = \mathrm{L}_0^2 \frac{\xi_1 \log\left(1+\frac{\xi_1 L}{1-\beta_0 z}\right)}{\left(1+\frac{\xi_1 L}{1-\beta_0 z}\right)^2}$$

$$III \qquad \mathrm{L}_3 = \mathrm{L}_0^3 \frac{\xi_1^2\left(-\frac{L\xi_1}{\beta_0 z-1} - \log^2\left(\frac{L\xi_1}{\beta_0 z-1}+1\right) + \log\left(\frac{L\xi_1}{\beta_0 z-1}+1\right)\right) + \frac{L\xi_2\xi_1}{\beta_0 z-1}}{\left(1-\frac{L\xi_1}{1-\beta_0 z}\right)^3}$$

Мы должны заменить z на $\dfrac{B}{\beta_0 A}$

Общая формула для металогарифмов

$$\mathrm{L}_n = A^n \mathcal{X}\left(\frac{B}{\beta_0 A}\right)$$

Мы должны заменить z на $\dfrac{B}{\beta_0 A}$

Общая формула для металогарифмов

$$\mathrm{L}_n = A^n \mathscr{X}\left(\frac{B}{\beta_0 A}\right)(z)$$

Мы должны заменить z на $\dfrac{B}{\beta_0 A}$

Общая формула для металогарифмов

$$\mathrm{L}_n = A^n \mathcal{X}\left(\frac{B}{\beta_0 A}\right)$$

Второй металогарифм

$$\mathrm{L}_n^{(2)} = A^n(z) A^n\left(\frac{B}{\beta_0 A}\right) \mathcal{X}\left(\frac{B\left(\frac{B}{\beta_0 A}\right)}{\beta_0 A\left(\frac{B}{\beta_0 A}\right)}\right)$$

Общее правило $z \to B$

$$\mathrm{L}_n^{(k)} \sim \mathscr{X}(B(B(\ldots B)\ldots))$$

Заключение

Разработан метод суммирования логарифмов, основанный на локальности

Найден новый способ решения РГ уравнений, основанный на линейности

Спасибо за внимание!