

# Тормозное излучение пиона в формализме функции расщепления

Екатерина Крюкова

Институт ядерных исследований РАН,  
Институт теоретической и математической физики МГУ

при поддержке гранта РФФИ 25-12-00309

на основе препринта Д. Горбунов, **Е. Крюкова** [arXiv:2510.00213](https://arxiv.org/abs/2510.00213)

Сессия-конференция «Физика фундаментальных взаимодействий»,  
Новосибирск, 11 марта 2026



# Тёмные фотоны

Формализм порталов

$$\mathcal{L}_{\text{portal}} = \sum \mathcal{O}_{\text{SM}} \mathcal{O}_{\text{DS}}$$

Порталы низшей размерности

- ▶ **Векторный:** тёмный фотон  $A'_\mu$ ,  $-\frac{\epsilon}{2 \cos \theta_W} \tilde{F}'_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$
- ▶ **Скалярный:** тёмный скаляр  $S$ ,  $(\mu S + \lambda S^2) H^\dagger H$
- ▶ **Фермионный:** тяжелый нейтральный лептон  $N$ ,  $Y_N L \tilde{H} N$
- ▶ **Псевдоскалярный:** аксионоподобная частица  $a$ ,  $\frac{a}{f_a} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}$

Лагранжиан минимальной модели с тёмным фотоном

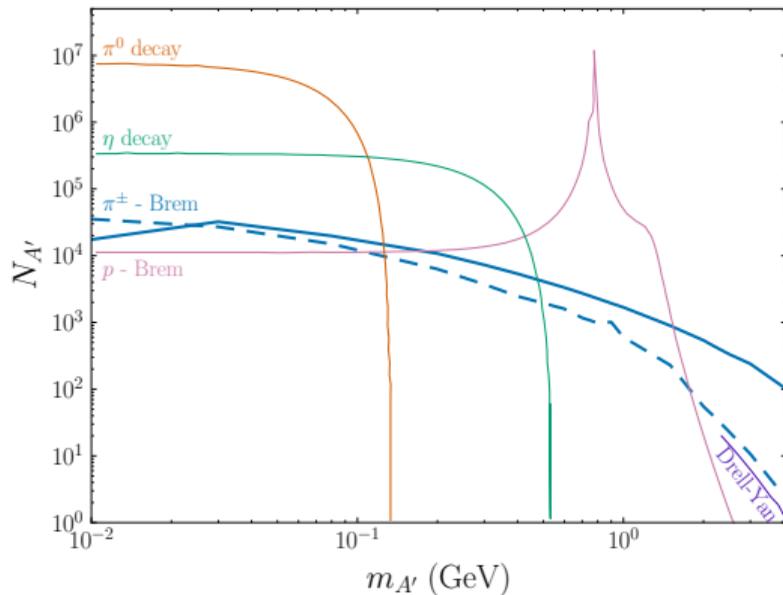
$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{SM}} - \frac{1}{4} \tilde{F}'_{\mu\nu} \tilde{F}'^{\mu\nu} - \frac{\epsilon}{2 \cos \theta_W} \tilde{F}'_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + \frac{m_{\gamma'}^2}{2} \tilde{A}'_\mu \tilde{A}'^\mu,$$

Одновременное вращение  $(W_\mu^3, B_\mu, \tilde{A}'_\mu) \rightarrow$  взаимодействие  $-\epsilon e J_{\text{em}}^\mu A'_\mu$

# Рождение $\gamma'$ в экспериментах с фиксированной мишенью

## Механизмы рождения

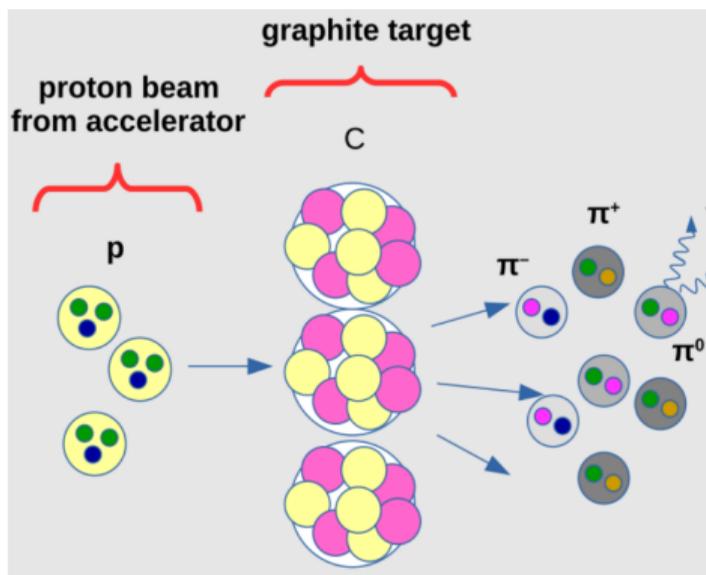
1. **распады мезонов**  $m \rightarrow \gamma' \gamma$   
( $m$ :  $\pi^0$ ,  $\eta$ )
2. **тормозное излучение**  
**протона**  $pp \rightarrow \gamma' X$
3. **аналог процесса Дрелла-Яна**  
**в  $pp$ -столкновениях**  $q\bar{q} \rightarrow \gamma'$
4. **NEW тормозное излучение**  
**пиона**  $\pi p \rightarrow \gamma' X$



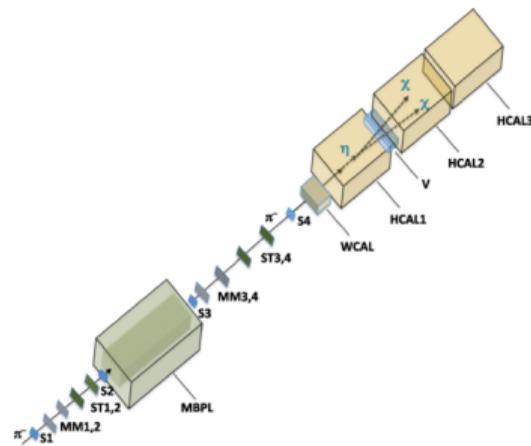
для  $P = 120$  ГэВ, SpinQuest, Fermilab  
D. Curtin, Y. Kahn, R. Nguyen Phys.Rev.D 108 (2023) 9,  
095039

# Тормозное излучение пиона

**Вторичные пионы** в экспериментах с фиксированной мишенью и пучком  $p$ : T2K, DUNE, SHiP и др.



Эксперимент **NA64h**: подготовленный пучок  $\pi^-$  с  $P = 50$  ГэВ от CERN SPS. Планируются поиски  $\gamma$  в распадах мезонов



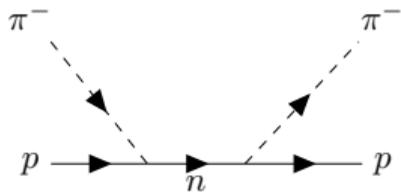
NA64 Collaboration Phys.Rev.Lett. 133 (2024) 12, 121803,

S. N. Gninenko, D. V. Kirpichnikov et al. Phys.Rev.D 109 (2024) 7, 075021

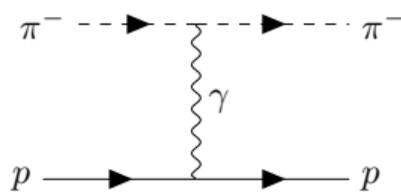
# Упругое $\pi^- p$ -рассеяние в киральной теории (LO)

В ведущем порядке по  $Q/(4\pi F)$ , где  $Q$  — характерный масштаб импульса, константа распада пиона  $F = 93$  МэВ, аксиальная константа связи  $g_A = 1.27$ ,

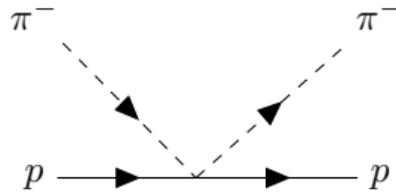
$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -ieA^\mu (\pi^- \partial_\mu \pi^+ - \pi^+ \partial_\mu \pi^-) - eA_\mu \bar{p} \gamma^\mu p \\ - \frac{g_A}{F\sqrt{2}} (\bar{p} \gamma^\mu \gamma^5 n \partial_\mu \pi^+ + \bar{n} \gamma^\mu \gamma^5 p \partial_\mu \pi^-) + \frac{i}{4F^2} \bar{p} \gamma^\mu p (\pi^+ \partial_\mu \pi^- - \pi^- \partial_\mu \pi^+)$$



(a)



(b)



(c)

## Поправки к ведущему порядку киральной теории

Для пионов с  $P = 50$  ГэВ (NA64h) энергии частиц  $E_1^{\text{cm}} \simeq E_2^{\text{cm}} \simeq 5$  ГэВ

1. ChPT — низкоэнергетическая теория  $\Rightarrow$  для  $Q \gtrsim 4\pi F$  важен вклад NLO
2. Для  $Q \gtrsim 600$  МэВ поправки от **векторных мезонов**

$$\mathcal{L}_{\rho\pi\pi} = \frac{ig_{\rho\pi\pi}\sqrt{2}}{F^2} \partial_{[\mu} \rho_{\nu]}^0 \partial^{[\mu} \pi^- \partial^{\nu]} \pi^+, \quad g_{\rho\pi\pi} \simeq 0.05,$$

$$\mathcal{L}_{\rho pp} = g_{\rho NN} \bar{p} \gamma^\mu \rho_\mu^0 p, \quad g_{\rho NN} \simeq 2.0$$

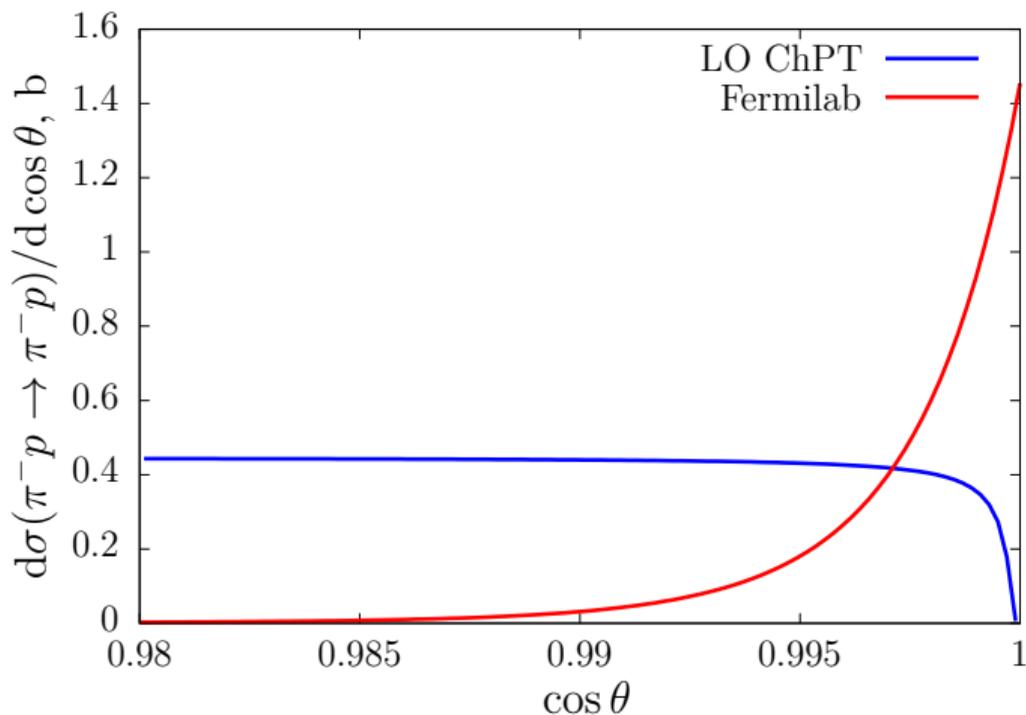
3. При  $Q$  от 1 ГэВ до 1.2 ГэВ влияние **дельта-резонансов**

$$\mathcal{L}_{\Delta\pi\rho} = \frac{g_{\Delta\pi\rho}}{F} \left( \overline{\Delta_\mu^{++}} \Theta^{\mu\nu} \partial_\nu \pi^+ p - \frac{1}{\sqrt{3}} \overline{\Delta_\mu^0} \Theta^{\mu\nu} \partial_\nu \pi^- p \right) + h.c.,$$

где  $g_{\Delta\pi\rho} \simeq 1.25$ ,  $\Theta^{\mu\nu} \equiv g^{\mu\nu} + z_0 \gamma^\mu \gamma^\nu$ , а  $z_0 \simeq -0.22$

Дальнейший учёт всех резонансов с массами вплоть до 5 ГэВ в киральной теории невозможен  $\Rightarrow$  нужно оценивать сечение по-другому

## Сравнение с данными Фермилаб



Наивно: ограничить передачу энергии  $E_4^{\text{lab}} - M \leq 4\pi xF \Rightarrow$  ограничение на **угол** рассеяния  $\theta$   
Численно в NA64h с  $P = 50$  ГэВ:  
 $\cos\theta \geq 0.995$  для  $x = 0.1$  и  
 $\cos\theta \geq 0.95$  для  $x = 1$

Упругое  $\pi p$ -рассеяние можно описать в **режиме Редже**.  
Упругое тормозное излучение пиона  $\pi^- p \rightarrow \pi^- p \gamma'$  — по аналогии?

# Half-off-shell электромагнитный формфактор пиона

Когда оба пиона **на массовой поверхности**,

$$\begin{aligned} \langle \pi^-(p') | J_{\text{em}}^\mu(0) | \pi^-(p) \rangle &= \\ &= -e F_{\text{em}}^\pi((p' - p)^2)(p + p')^\mu \equiv -e \Gamma_0^\mu \end{aligned}$$

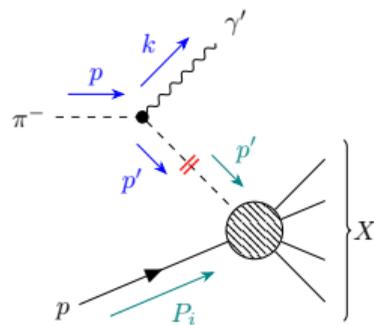
Вершинная функция для **half-off-shell** случая:

$$p^2 = m_\pi^2, p'^2 \equiv t \neq m_\pi^2, Q^2 \equiv -(p' - p)^2$$

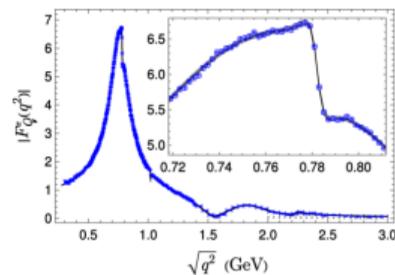
$$\begin{aligned} \Gamma_{1/2}^\mu &= (p + p')^\mu F_1(Q^2, t) + \\ &+ (p - p')^\mu \frac{(t - m_\pi^2)}{Q^2} (F_1(0, t) - F_1(Q^2, t)) \end{aligned}$$

Приближенно с адронным формфактором

$$F_1(Q^2, t) \simeq F_{\text{em}}^\pi((p' - p)^2) F_{\text{virt}}(z, k_\perp^2)$$



$F_{\text{em}}^\pi$  из данных BaBar  
по  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$



E. R. Arriola, P. Sanchez-Puertas  
Phys.Rev.D 110 (2024) 5, 054003

# Неупругое тормозное излучение пиона: факторизация

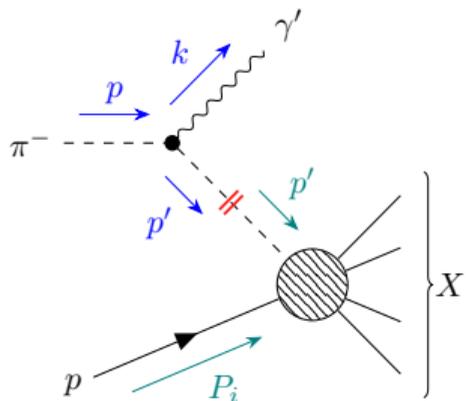
**4-импульсы** частиц в л.с.о.

$$p = \{E_\pi, 0, 0, P\},$$

$$k = \{E_{\gamma'}, k_\perp \cos \varphi, k_\perp \sin \varphi, zP\},$$

$$P_i = \{M, 0, 0, 0\},$$

$$E_\pi \simeq P + \frac{m_\pi^2}{2P}, \quad E_{\gamma'} \simeq zP + \frac{m_{\gamma'}^2 + k_\perp^2}{2zP}$$



**Идея** вычисления:

выделить вклад подпроцесса  $\pi^-(p) \rightarrow \gamma'(k)\pi^-(p')$

**Амплитуда** неупругого тормозного излучения пиона

$$\mathcal{M}_{\pi p \rightarrow \gamma' X}^{r\lambda} = \mathcal{M}_{\pi p \rightarrow X}^r \frac{1}{p'^2 - m_\pi^2} (-\epsilon e) F_{\text{em}}^\pi(m_{\gamma'}^2) F_{\text{virt}}(z, k_\perp^2) (p + p')_\mu (\epsilon^\lambda)^{* \mu}$$

# Квазиреальное приближение для $\pi^-(p) \rightarrow \gamma'(k)\pi^-(p')$

## Стандартное вычисление в технике Фейнмана

4-импульс сохраняется в каждой  
вершине

$$p' \equiv p - k$$

Пион с импульсом  $p'$  — виртуальный

## Упорядоченная по времени теория возмущений

В каждой вершине сохраняется  
3-импульс, но не энергия

$$p' = p - k + \delta,$$

$$\delta \equiv \{\Delta E, \vec{0}\}, \quad \Delta E \equiv E'_\pi + E_{\gamma'} - E_\pi$$

Все частицы на массовой поверхности

**Важно:** сечение не должно зависеть от способа вычисления

$$\mathcal{W} \equiv (2p - k + \delta)_\mu (2p - k + \delta)_\nu \sum_\lambda (\epsilon^\lambda)^{* \mu} (\epsilon^\lambda)^\nu$$

**Пример: безмассовый** векторный бозон,  $m_{\gamma'}/(zP) \ll 1$

В калибровке  $(\epsilon^\pm)^\mu = \{0, \vec{\epsilon}^\pm\}$  несохранение энергии  $\Delta E$  не может повлиять на итоговый результат,  $\mathcal{W}^T = 4k_\perp^2/z^2$

## Поправка Доусона для массивного тёмного фотона

Сумма по поляризациям  $-g_{\mu\nu} + k_\mu k_\nu / m_{\gamma'}^2 \neq 0$  при  $\mu$  или  $\nu = 0$

Вручную вычитаем **голдстоуновскую моду**

$$\epsilon_0^\mu \equiv \epsilon_L^\mu - \frac{k^\mu}{m_{\gamma'}} = \frac{m_{\gamma'}}{E_{\gamma'} + |\vec{k}|} \left\{ -1, \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|} \right\}$$

Исправленная **сумма по поляризациям**

$$\Sigma^{\mu\nu} \equiv \sum_{\lambda=\pm} (\epsilon_\lambda)^{* \mu} \epsilon_\lambda^\nu + (\epsilon_0)^{* \mu} \epsilon_0^\nu = -g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu \epsilon_0^\nu + k^\nu \epsilon_0^\mu}{m_{\gamma'}}$$

Хотя  $\Sigma^{0\mu} = \mathcal{O}(H_\pi / (z^2 P^2)) \neq 0$ , где  $H_\pi \equiv m_\pi^2 z^2 + m_{\gamma'}^2 (1 - z) + k_\perp^2$ , по сравнению с  $\Sigma^{ij} = \mathcal{O}(1)$ ,  $\Sigma^{0\mu} \ll \Sigma^{ij}$ , т.е. можно разложить по степеням  $\delta$

$$\mathcal{W} \simeq \mathcal{W}_0 \equiv (2p - k)_\mu (2p - k)_\nu \Sigma^{\mu\nu} = \frac{4H_\pi}{z^2} + m_{\gamma'}^2 - 4m_\pi^2$$

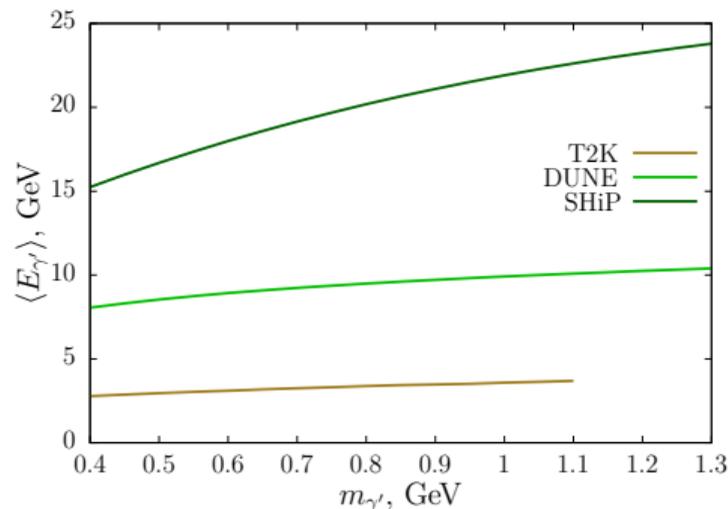
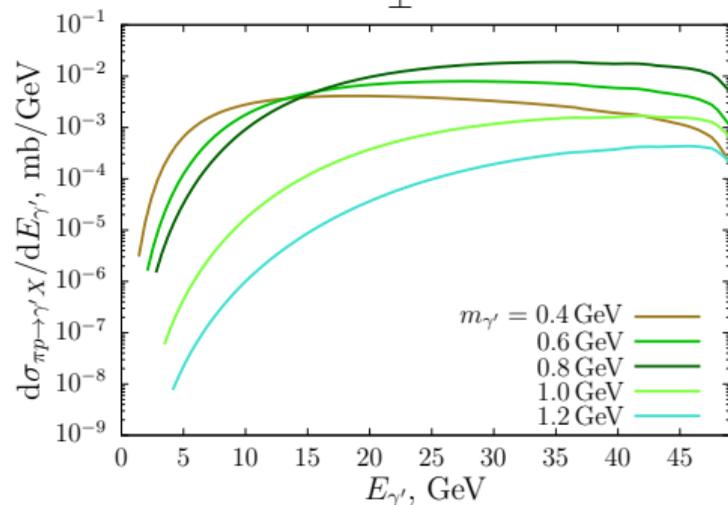
# Неупругое тормозное излучение пиона: ответ и спектры

## Функция расщепления пиона

$$w_{\pi}(z, k_{\perp}^2) = \frac{\epsilon^2 \alpha_{\text{em}} (1-z)}{4\pi H_{\pi}} \left( \frac{4}{z} + \frac{z}{H_{\pi}} (m_{\gamma'}^2 - 4m_{\pi}^2) \right)$$

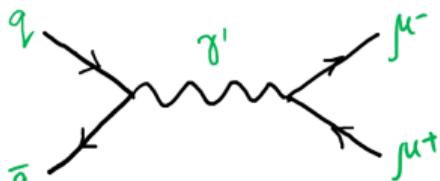
позволяет представить дифференциальное сечение в виде

$$\frac{d^2\sigma_{\pi p \rightarrow \gamma' X}}{dz dk_{\perp}^2} = w_{\pi}(z, k_{\perp}^2) |F_{\text{em}}(m_{\gamma'})|^2 F_{\text{virt}}^2(z, k_{\perp}^2) \sigma_{\pi p \rightarrow X}(\bar{s})$$

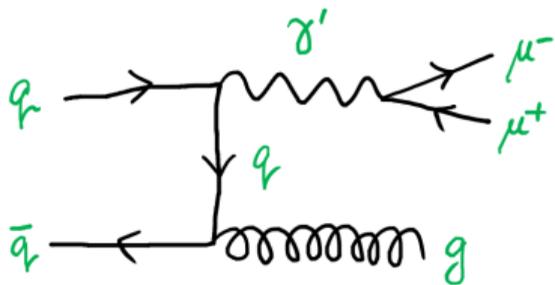
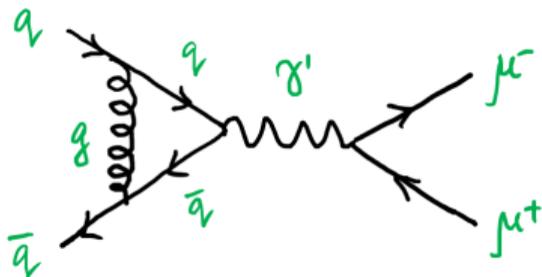


# Аналог процесса Дрелла–Яна в LO и NLO

LO

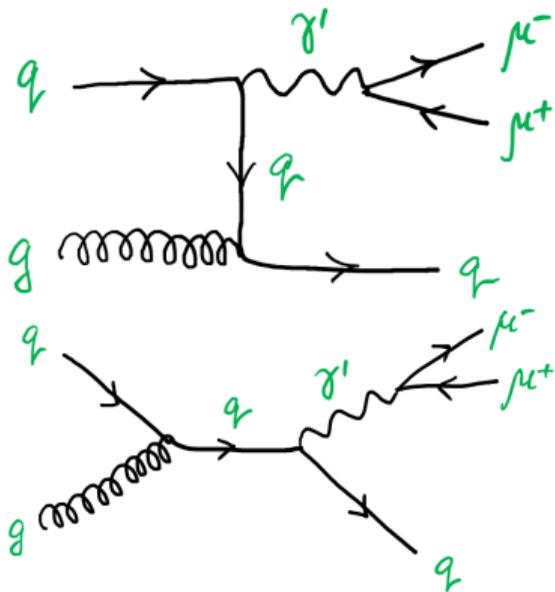


NLO



В приближении **узкого резонанса**

$$\sigma(q\bar{q} \rightarrow \gamma') = \sigma(q\bar{q} \rightarrow \mu^+\mu^-) \frac{\Gamma_{\text{tot}}}{\Gamma(\gamma' \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$



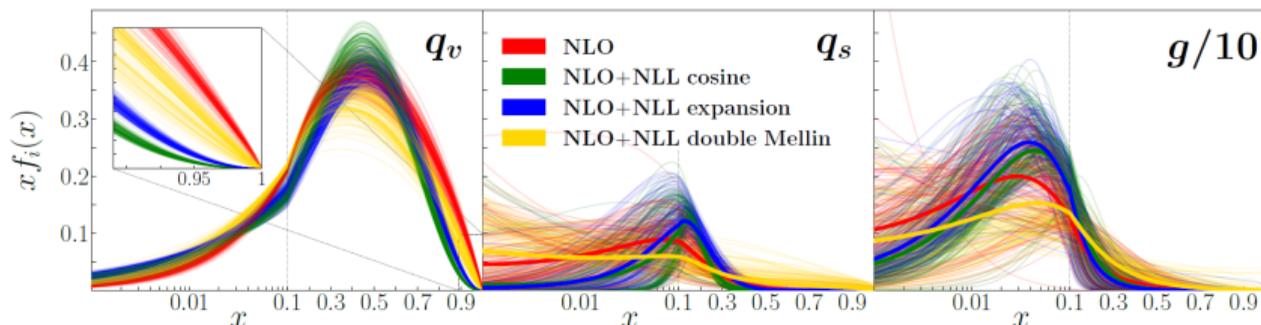
# Сечение аналога процесса Дрелла–Яна в партонной модели

$$\frac{d^2\sigma_{DY}}{dM^2 dx_F} = \frac{d^2\sigma_{LO}}{dM^2 dx_F} + \frac{d^2\sigma_{NLO}}{dM^2 dx_F},$$

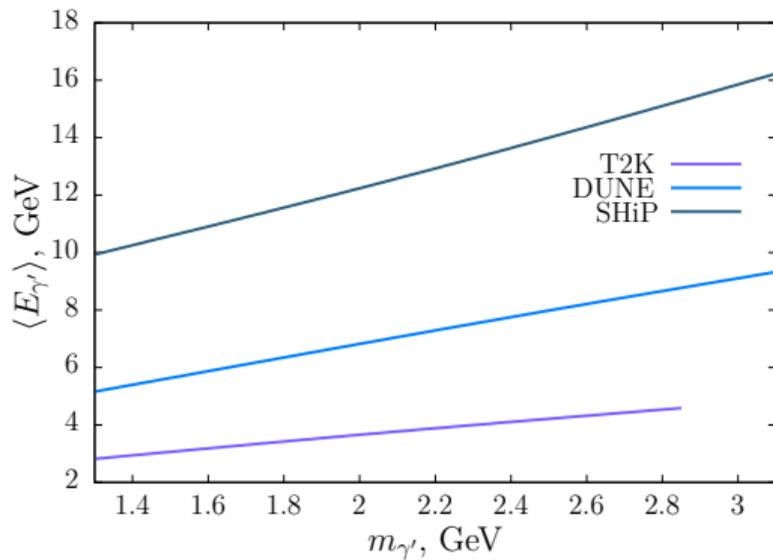
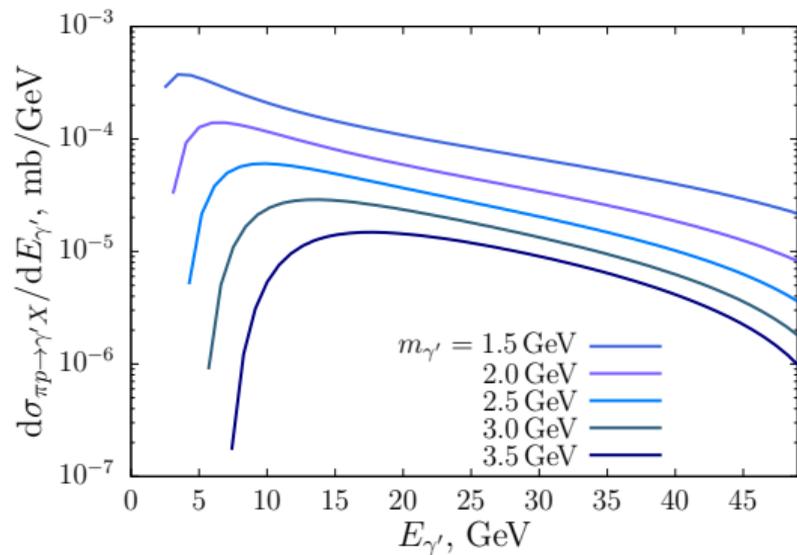
$$\frac{d^2\sigma_{LO}}{dM^2 dx_F} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{9} \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} \frac{1}{(M^2 - m_{\gamma'}^2)^2 + m_{\gamma'}^2 \Gamma_{tot}^2} \times$$

$$\times \sum_f e_f^2 (q_f(x_1, M^2) \bar{q}_f(x_2, M^2) + \bar{q}_f(x_1, M^2) q_f(x_2, M^2)),$$

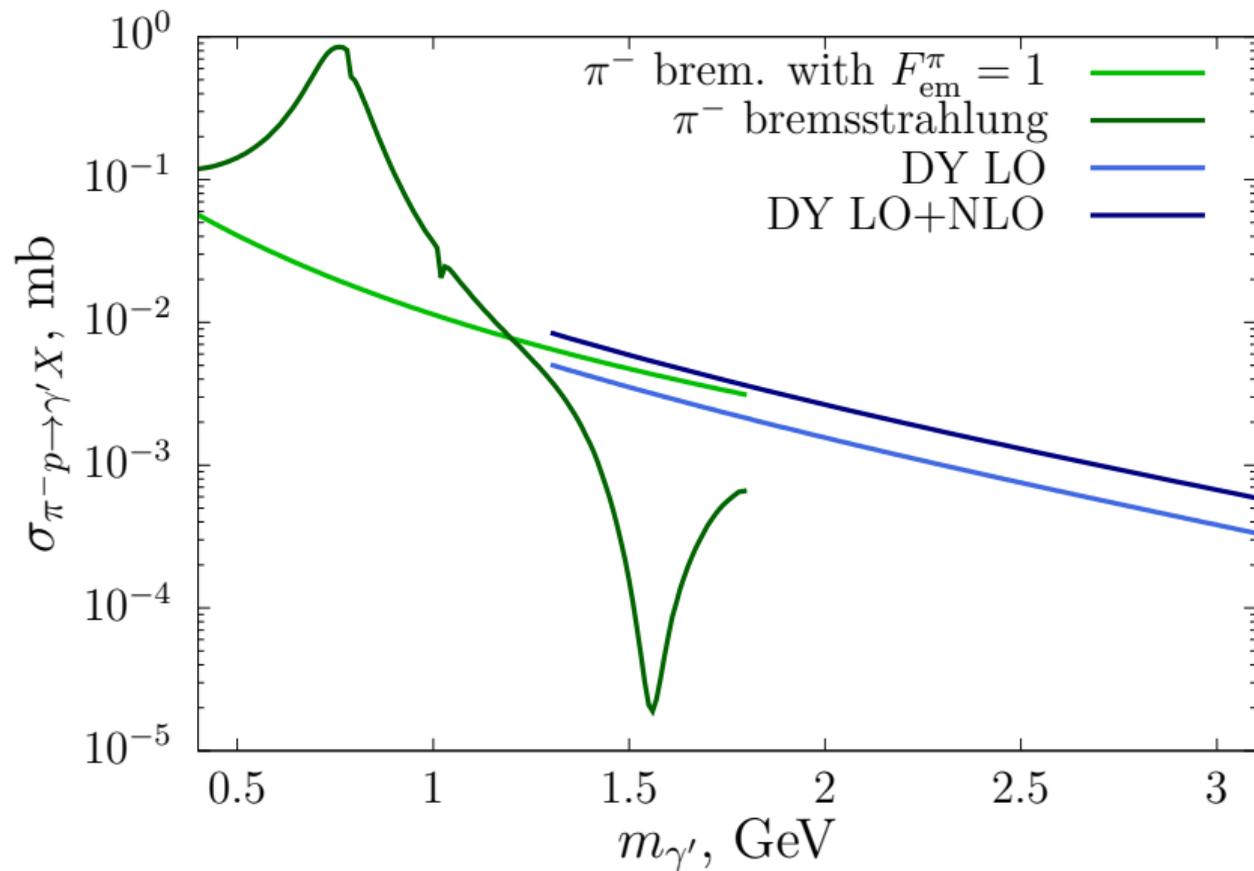
где  $M$  — inv масса  $\mu^+ \mu^-$ -пары,  $x_F = x_1 - x_2$  — фейнмановская переменная,  $q_f(x, Q^2)$ ,  $\bar{q}_f(x, Q^2)$  — наборы функций распределения библиотеки LHAPDF



# Спектры и средняя энергия тёмных фотонов от аналога процесса Дрелла–Яна (LO+NLO)



# Полное сечение рождения тёмного фотона



# Результаты

- ▶ В квазиреальном приближении с помощью поправки Доусона найдена **новая функция расщепления** для рождения тёмных фотонов в процессе неупругого тормозного излучения пиона
- ▶ Получено предсказание для **полного сечения, спектров и средней энергии** тёмных фотонов с массами 0.4–3.5 ГэВ, рождаемых в экспериментах NA64h, T2K, DUNE, SHiP
- ▶ Для  $m_{\gamma'} = 0.4–1.2$  ГэВ тормозное излучение пиона **усилено** электромагнитным формфактором и даёт основной вклад