



Измерение сечения процесса
 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ в диапазоне энергий
0.56-1.1 ГэВ с детектором СНД

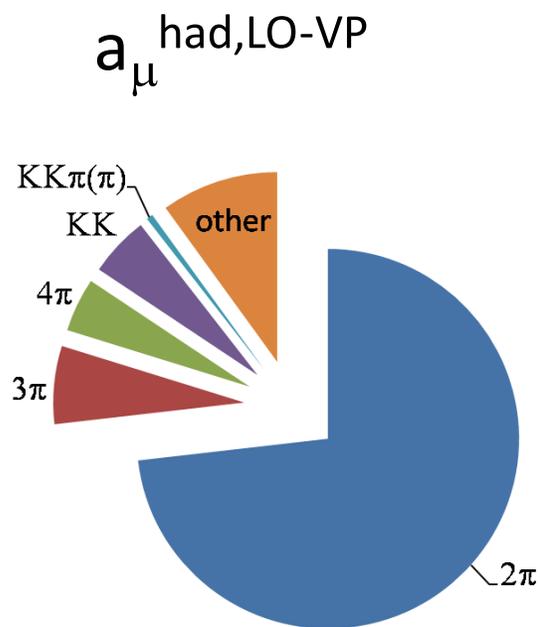
Владимир Дружинин
ИЯФ СО РАН, Новосибирск

Сессия-конференция СЯФ ОФН РАН «Физика фундаментальных взаимодействий»
ИЯФ СО РАН, Новосибирск, с 10 по 13 марта 2026 г.

Введение

Процесс $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ дает второй по величине вклад в $a_\mu^{\text{had,LO-VP}}$.

- До 2021 года наиболее точные измерения сечения ниже 1.4 ГэВ были сделаны на коллайдере ВЭПП-2М на детекторах КМД-2 и СНД.
- В 2021 – измерение на детекторе BABAR методом радиационного возврата. Точность на ω и ϕ – 1.3%
- В 2024 – измерение на детекторе Belle-II методом радиационного возврата. Точность на ω и ϕ – 2.2%.
Противоречие с предыдущими измерениями.

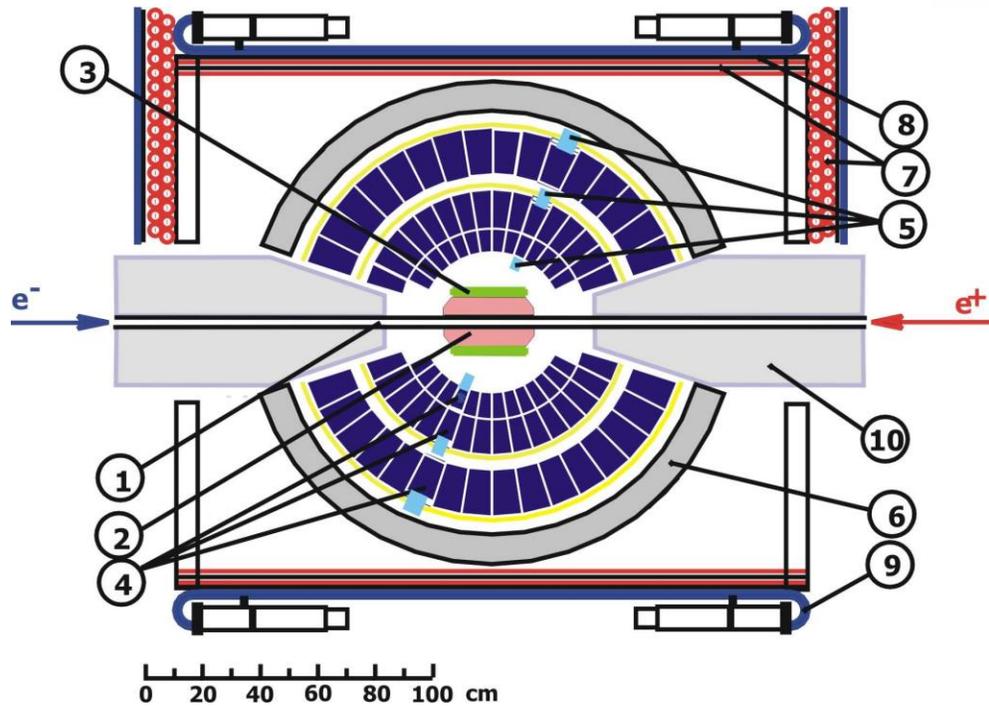
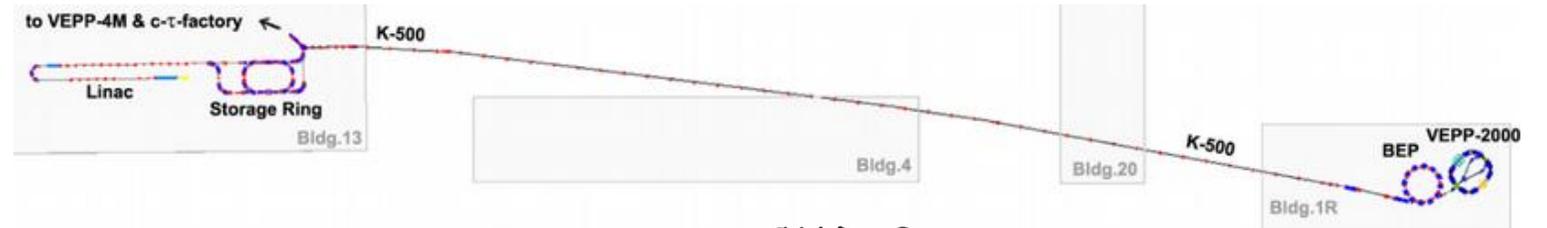


Вклад $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ в a_μ

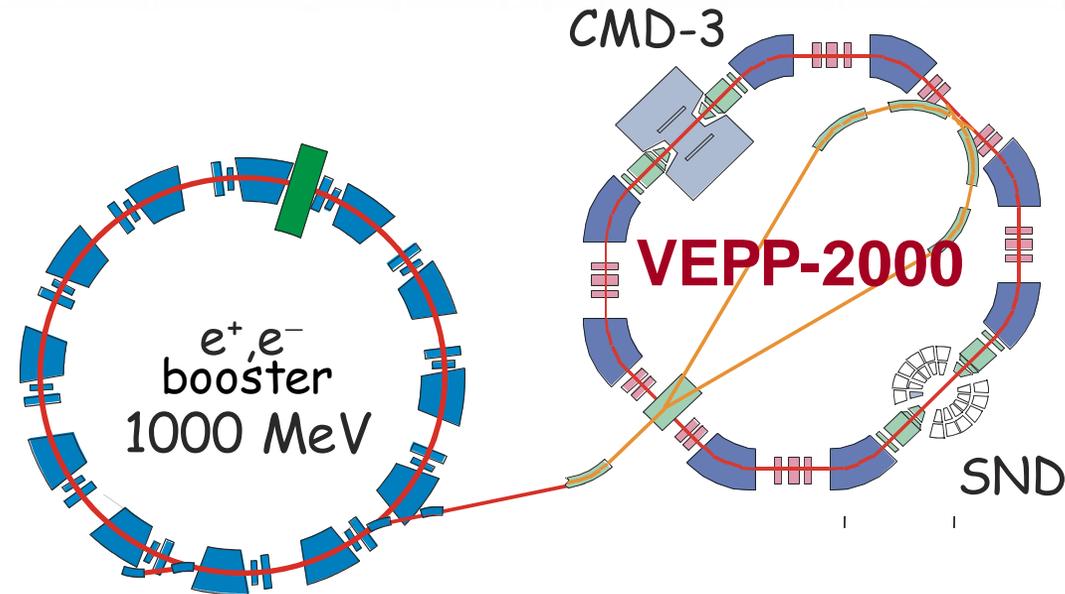
Эксперимент	$a_\mu^{3\pi} \times 10^{10}$	
До 2021	$46.2 \pm 0.6 \pm 0.6$	M. Hoferichter, B. L. Hoid and B. Kubis, JHEP 2019, 137 (2019)
BABAR	$45.86 \pm 0.14 \pm 0.58$	BABAR Collaboration, Phys. Rev. D 104, 112003 (2021)
Belle II	$48.91 \pm 0.23 \pm 1.07$	Belle II Collaboration, Phys. Rev. D 110, 112005 (2024)

Разница между Belle-II и BABAR – $(6.7 \pm 2.7)\%$

Детектор СНД на VEPP-2000



- 2 – трековая система
- 3 – аэрогелевый черенковский счетчик
- 4 – кристаллы NaI(Tl)
- 7–9 – мюонный детектор



Параметры ВЭПП-2000:

Энергия пучка – $E_b=0.15-1.0$ ГэВ

Периметр – 24.4 м

Число банчей – 1×1

Светимость – 9×10^{31} см⁻² с⁻¹ при $E_b=0.9$ ГэВ

Эксперимент

- Данные 2018 года: **66 пб⁻¹ в 102 точках**
- Энергетический диапазон 0.56-1.1 ГэВ: резонансы ω , ρ и ϕ
- Статистика существенно превышает статистику ВЭПП-2М и BABAR
- Измерение энергии пучка с точностью $\Delta E_b/E_b = 6 \times 10^{-5}$ -> масса и ширина резонанса ω
- Светимость измерялась по процессу $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ с точностью 0.7%

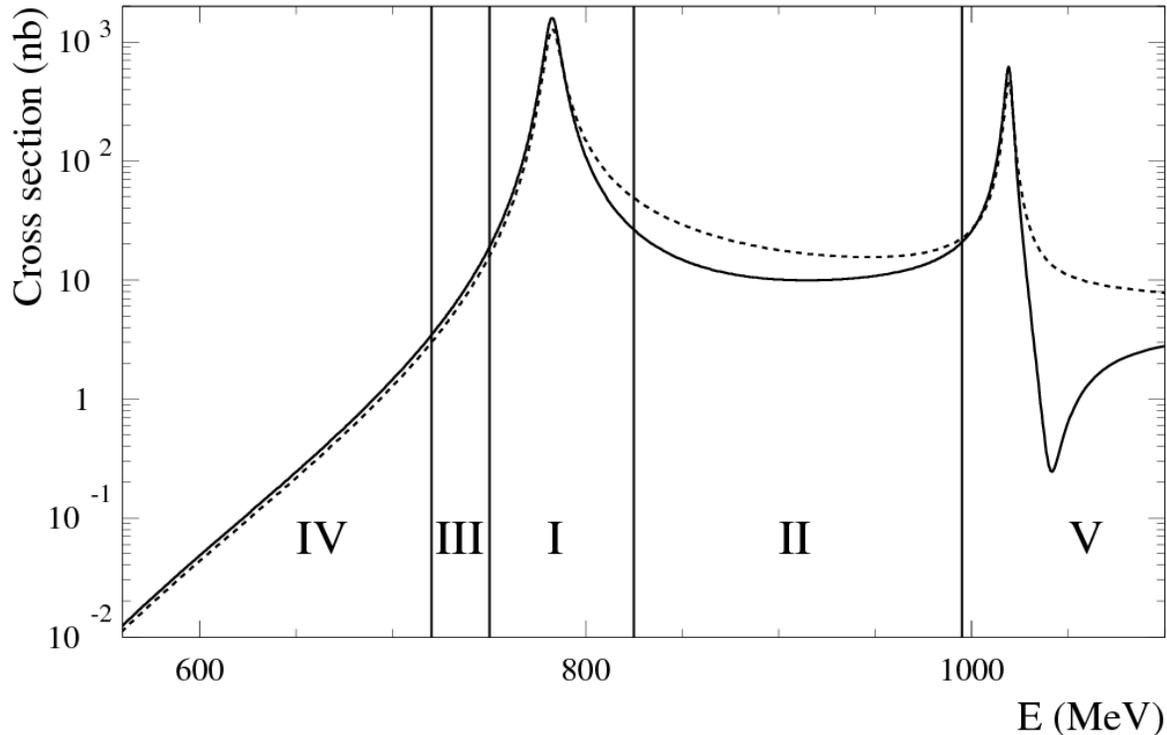
Стратегия анализа процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$

- ❑ Телесный угол СНД: 94% от 4 π для заряженных частиц и 95% от 4 π для фотонов -> высокая эффективность регистрации.
- ❑ Вблизи резонанса ω события $\pi^+\pi^-\pi^0$ могут быть выделены с очень мягкими критериями отбора.
- ❑ Анализируются два класса событий:
 - $N_{cp} \geq 2 + N_\gamma \geq 1$ 82%
 - $N_{cp} = 1 + N_\gamma \geq 2$ 13%
- ❑ Относительно жесткий отбор для измерения формы сечения и мягкий отбор вблизи резонанса ω для нахождения поправок к эффективности регистрации

Отбор событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ для измерения формы сечения

- ✓ Число заряженных частиц $N_{\text{ср}} > 1$
 - $|Z_{1,2}| < 15$ см,
 - $R_{1,2} < 1$ см.
 - $|Z_1 - Z_2| < 5$ см
- ✓ Число фотонов больше или равно 2
- ✓ **Кинематическая реконструкция:**
 - Поиск общей вершины с учетом положения места встречи пучков для двух заряженных частиц. По найденной вершине поправляются углы фотонов
 - Кинематическая реконструкция в гипотезе $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma\gamma$
 - $70 < M_{\gamma\gamma} < 200$ МэВ после кинематической реконструкции
 - Если несколько фотонов, то выбирается пара с наименьшим χ^2 .
 - $\chi^2 < 100$

Разные условия в разных областях



- I. Базовые условия
- II. & $\chi^2 < 30$
- III. & $|\Delta\varphi| > 2.3^\circ$ & $\psi < 140^\circ$
- IV. & $E_{\text{EMC}}/E < 0.75$ & μ -вето & $N_{\text{ch}}=2$
- V. Базовые условия & $\chi^2 < 30$
& $|\Delta\varphi| > 2.3^\circ$ & $\psi < 140^\circ$ & $\chi^2_{4\pi} > 500$

$\Delta\varphi = |\varphi_1 - \varphi_2| - 180^\circ$, $\varphi_{1,2}$ – азимутальные углы заряженных частиц,

ψ – пространственный угол между заряженными частицами,

E_{EMC} – полное энергосодержание в калориметре.

В областях I-IV основные источники фона: $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma\gamma)$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-(\gamma)$

В области IV надо учитывать вклад космического и пучкового фона

В области V существенен фон от распадов $\phi \rightarrow K^+K^-$, $K_S K_L$, $\eta\gamma$, и процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$

Дополнительный отбор событий

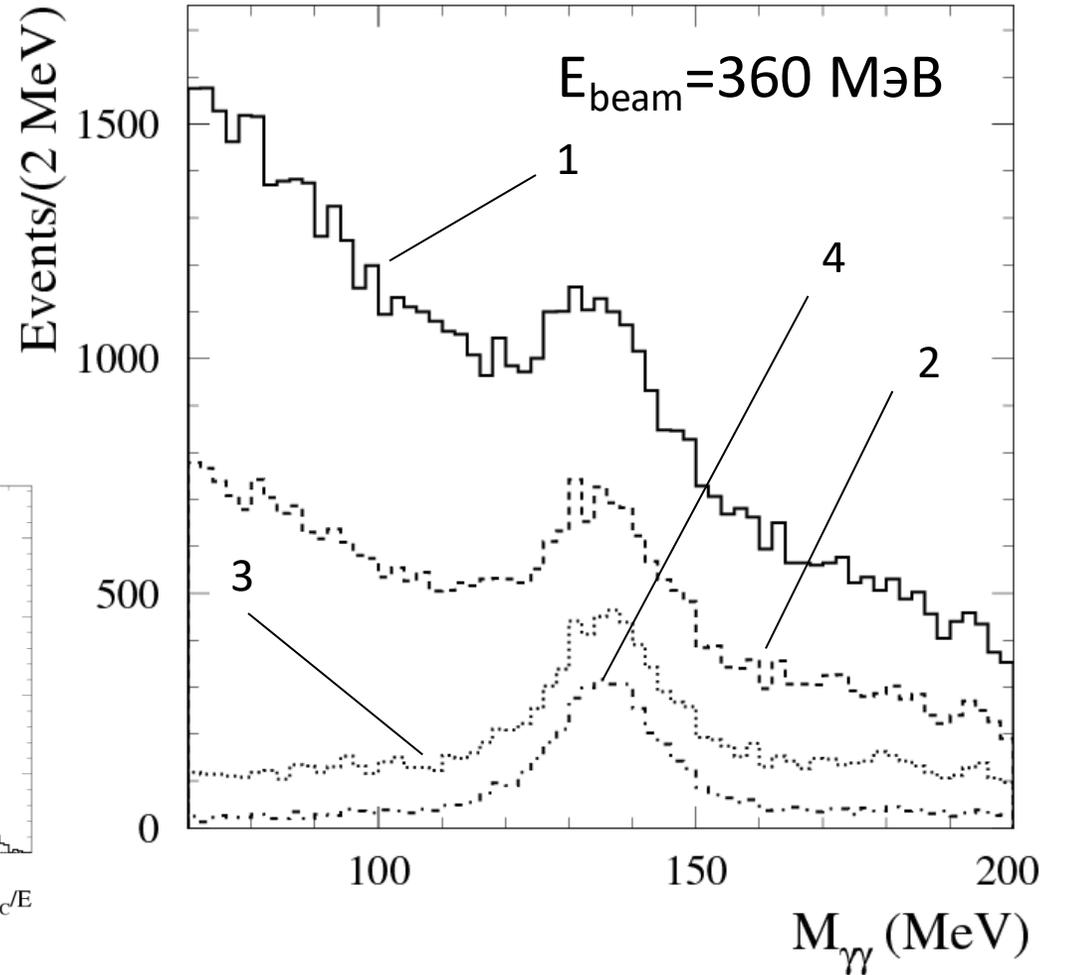
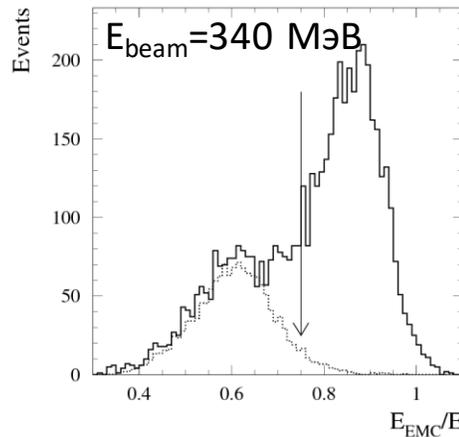
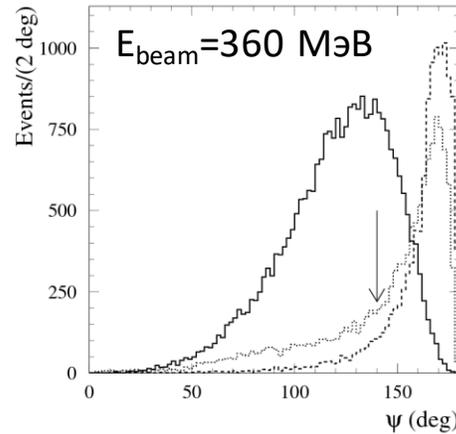
1. Базовые условия ($\chi^2 < 100$)
2. & $\chi^2 < 30$
3. & $|\Delta\phi| > 2.3^\circ$ & $\psi < 140^\circ$
4. & $E_{\text{EMC}}/E < 0.75$ & μ -вето & $N_{\text{ch}}=2$

$$\Delta\phi = |\phi_1 - \phi_2| - 180^\circ,$$

$\phi_{1,2}$ – азимутальные углы
заряженных частиц,

ψ – пространственный угол
между заряженными частицами,

E_{EMC} – полное энергосодержание в
калориметре.

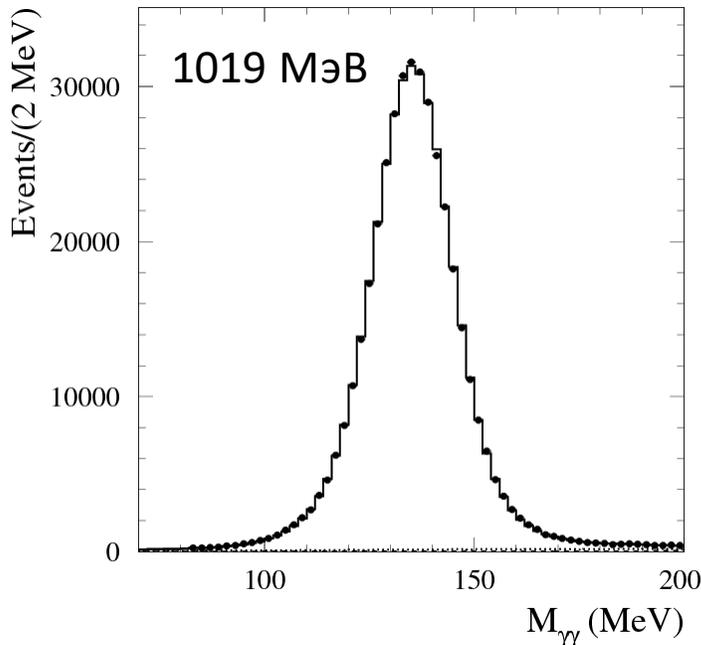
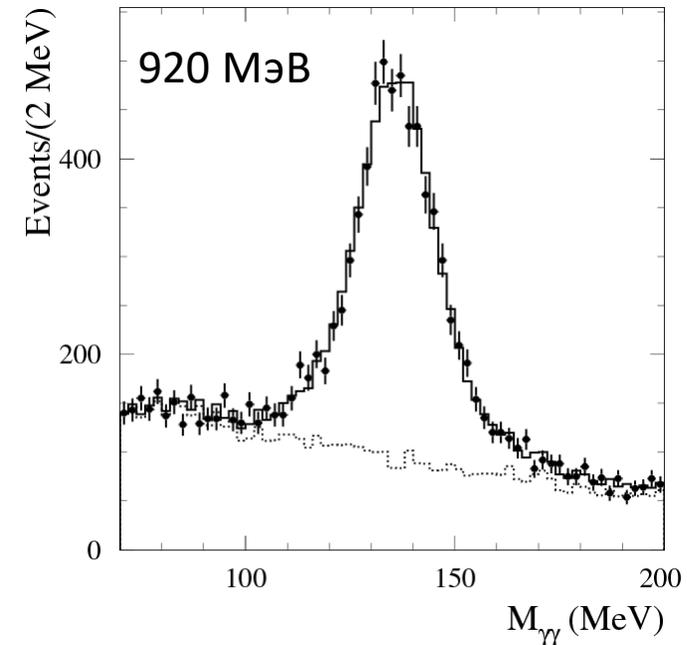
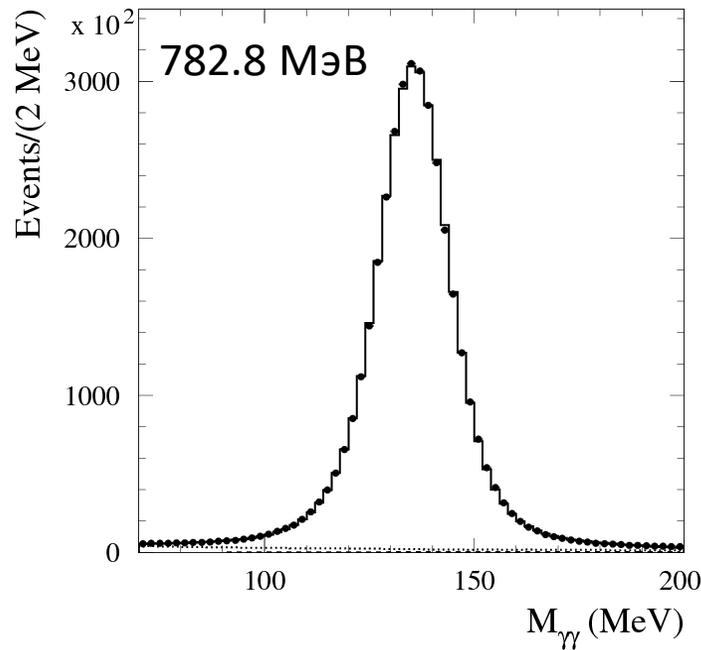
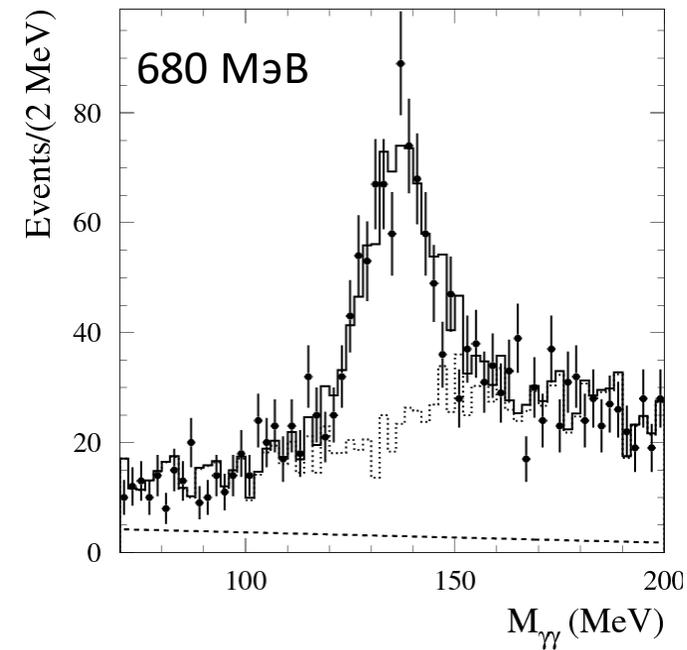


Аппроксимация спектра $M_{\gamma\gamma}$

Сигнал – сумма 3-х функций Гаусса.
Фон – сумма вкладов процессов $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-(\gamma), e^+e^-(\gamma\gamma), \mu^+\mu^-(\gamma\gamma), \eta\gamma, \pi^0\gamma, \pi^0e^+e^-, \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0, K^+K^-, K_S K_L$ + линейный фон.

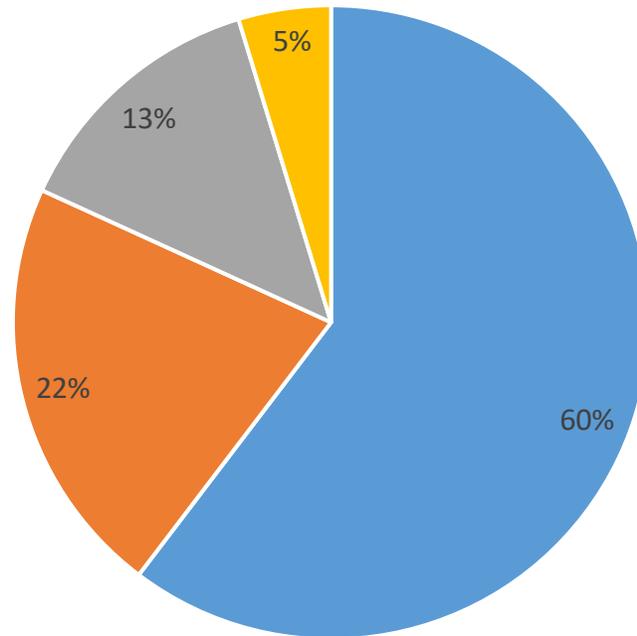
Вблизи ω -мезона использовался способ измерения $N_{3\pi}$, основанный на вычитании расчетного фона.

Систематическая ошибка, связанная с некорректной формой сигнала – 0.2-0.6%.
Систематическая ошибка, связанная с некорректной формой фона существенно ниже 720 МэВ.



Поправки к эффективности вблизи ω

- $n_{cp}=2$ & $n_{np}> 1$
& $\chi^2 < 100$
- $n_{cp}=2$ & $n_{np}> 0$
& $\chi^2 > 100$
- $n_{cp}=1$ & $n_{np}> 1$
- not studied
($n_{cp}=0$ or $n_{cp}=2$)



В области резонанса ω изучается
разница между моделированием и
данными в отношениях

- $N(n_{cp}=2 \text{ \& } \chi^2 > 100) / N(n_{cp}=2 \text{ \& } \chi^2 < 100)$
– поправка на потерю фотона и
условие $\chi^2 < 100$
- $N(n_{cp}=1) / N(n_{cp}=2)$ – поправка на
потерю заряженной частицы

Эффективность регистрации.

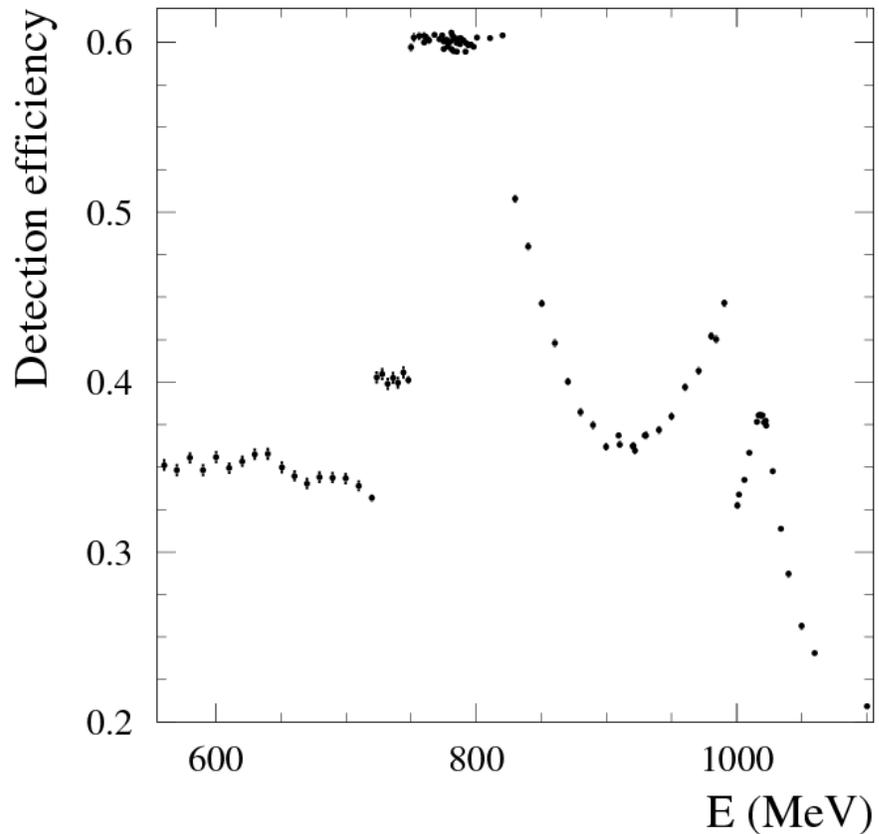


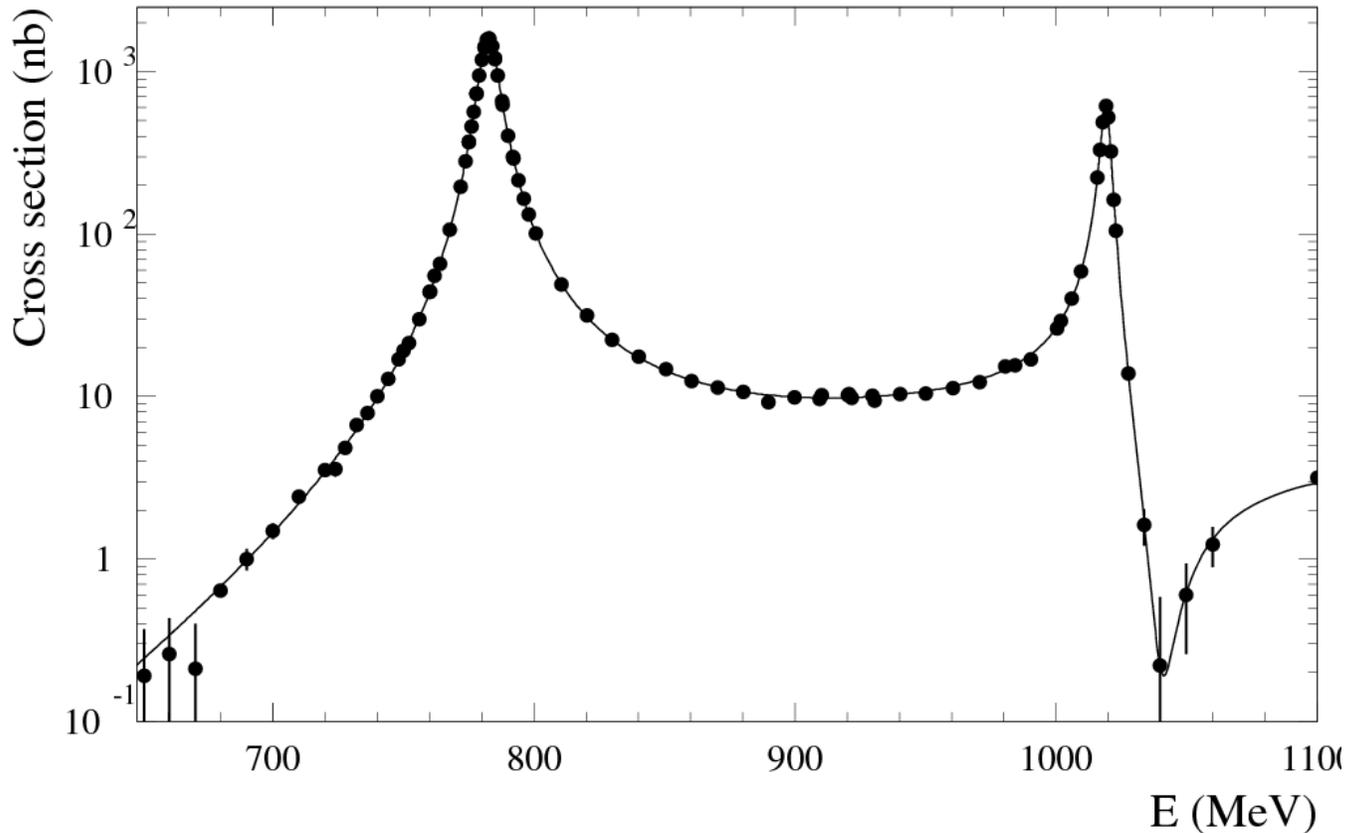
Таблица II: The selection criteria and efficiency corrections applied in energy intervals I–V.

Interval, MeV	Selection conditions	Efficiency correction
I 749 – 825	$\chi_{3\pi}^2 < 100$	1.047 ± 0.005
II 825 – 995	$\chi_{3\pi}^2 < 30$	1.056 ± 0.010
III 724 – 749	(II) and ($ \Delta\varphi > 2.3^\circ$) and ($\psi < 140^\circ$)	1.055 ± 0.010
IV 560 – 722	(III) and ($E_{\text{EMC}}/E < 0.75$) and ($\mu_{\text{veto}} = 0$) and ($n_{\text{ch}} = 2$)	1.020 ± 0.010
V 995 – 1100	(III) and ($\chi_{4\pi}^2 > 500$)	1.054 ± 0.008

Аппроксимация сечения

- ❑ Измеренное сечение аппроксимировалось в модели векторной доминантности суммой вкладов резонансов $\omega(782)+\rho(770)+\phi(1020)+\omega(1420)$
- ❑ Фаза $\omega(1420)$ относительно $\omega(782)$ была фиксирована на 180° .
- ❑ Свободные параметры аппроксимации: масса и ширина $\omega(782)$ и $\phi(1020)$, $B(V \rightarrow e^+e^-)B(V \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)$ для $\omega(782)$, $\rho(770)$, $\phi(1020)$, $\omega(1420)$ и фазы амплитуд $\rho(770)$ и $\phi(1020)$.
- ❑ К статистической ошибке в числе событий $\pi^+\pi^-\pi^0$ добавлялся дополнительный разброс $\sim 0.6\%$.

Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$



Систематическая погрешность, %

Источник	на ω	на ϕ	между ω и ϕ
Светимость	0.7	0.7	0.7
Число событий	0.2	0.6	0.8
Поправка к эффективности	0.5	0.8	1.0
Итого	0.9	1.2	1.5

При энергиях выше 1033 МэВ значимый вклад в систематическую ошибку сечения вносит модельная ошибка радиационной поправки.

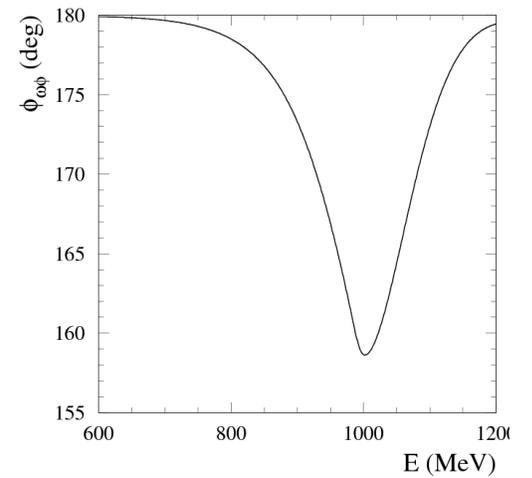
Систематические ошибки параметров

- В систематическую погрешность сечения в максимуме резонансов ω и ϕ входят систематические ошибки светимости, эффективности и числа событий (0.9% на ω и 1.2% на ϕ).
- Разброс энергии увеличивался/ уменьшался на 5%. Сдвиг в Γ_ω на 3 кэВ, в Γ_ϕ на 11 кэВ.
- Точность измерения масс резонансов ω и ϕ определяется систематической ошибкой измерения энергии (47 кэВ на ω и 61 кэВ на ϕ).
- Для определения модельной ошибки использовались альтернативные модели для аппроксимации сечения

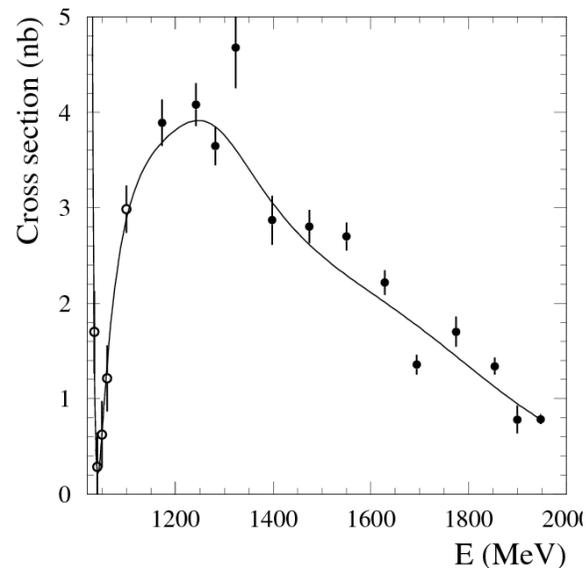
Модельные ошибки параметров

Были рассмотрены три дополнительные модели:

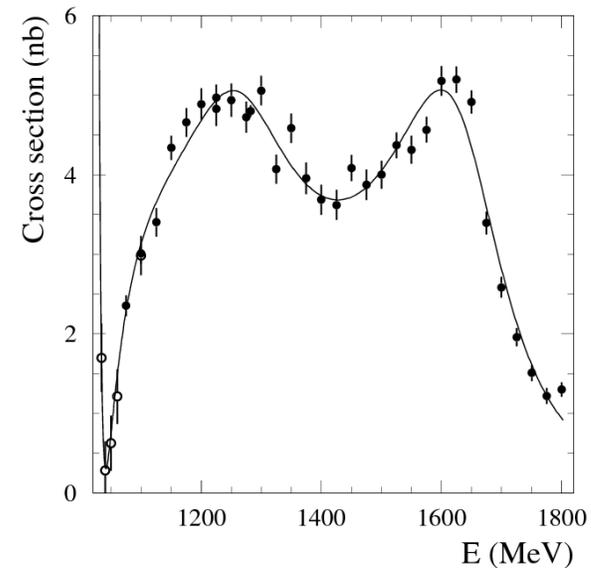
1. $a\varphi_\omega(E)$, $a = 0.96 \pm 0.03$.
2. Добавлены данные по сечению $e^+e^- \rightarrow \rho\pi$ выше 1.1 ГэВ [M.N.Achasov *et al.*, Phys. Atom. Nucl. **87**, 747 (2024)].
3. Добавлены данные по сечению $e^+e^- \rightarrow 3\pi$ выше 1.1 ГэВ в предположении механизма $\rho\pi$.



N. N. Achasov and A. A. Kozhevnikov, Phys. Rev. D 61, 054005 (2000); Phys. Atom. Nucl. 63, 1936 (2000).



$m_1 = 1400 \pm 25$ MeV
 $\Gamma_1 = 710 \pm 90$ MeV
 $m_2 = 2550 \pm 130$ MeV
 $\Gamma_2 = 8030 \pm 2670$ MeV
 Фазы 180° и 0°

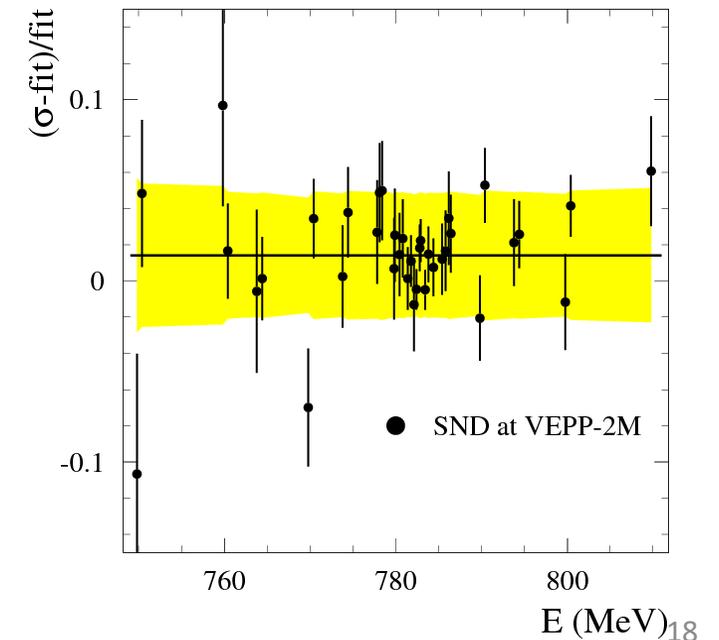
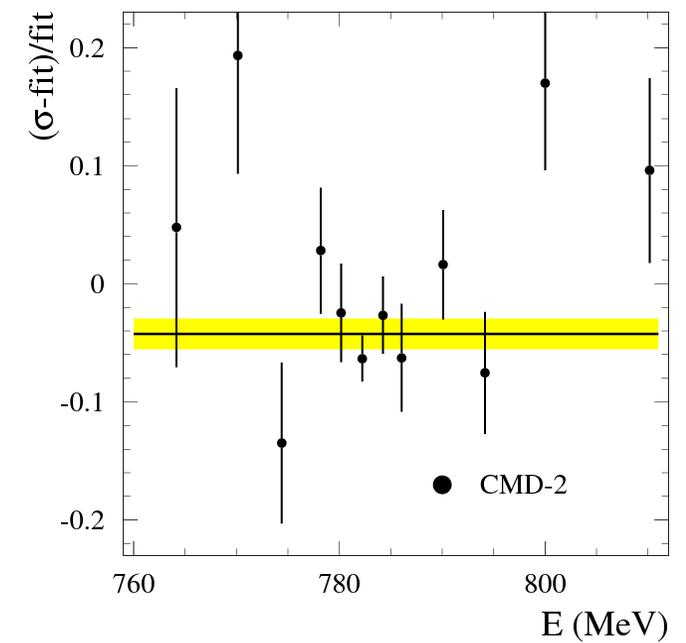
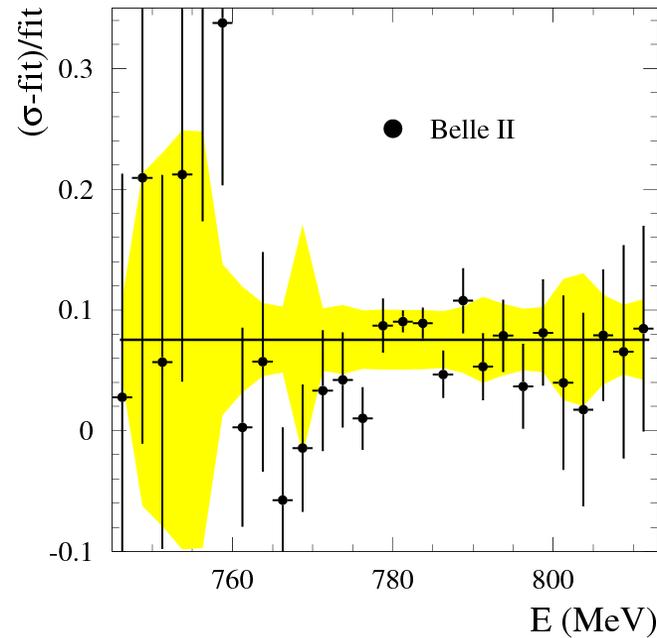
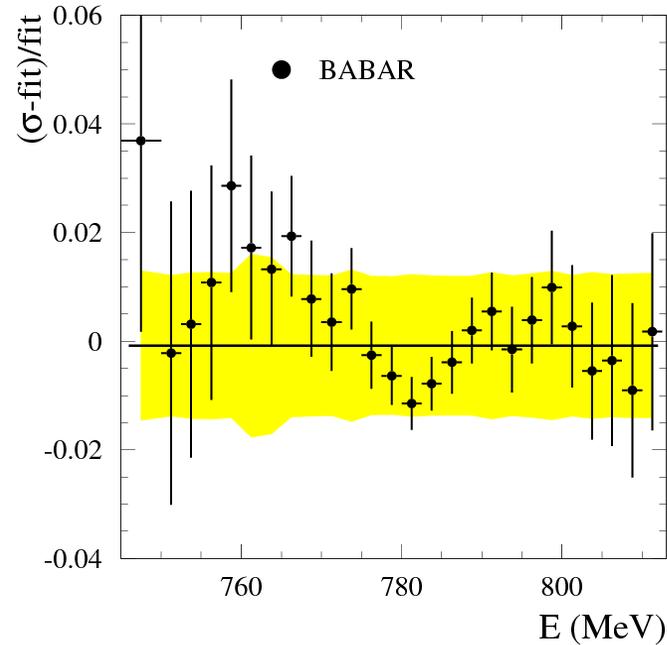


$m_1 = 1350 \pm 15$ MeV
 $\Gamma_1 = 431 \pm 40$ MeV
 $m_2 = 1680 \pm 4$ MeV
 $\Gamma_2 = 290 \pm 15$ MeV
 Фазы 180° и 0°

Параметры аппроксимации

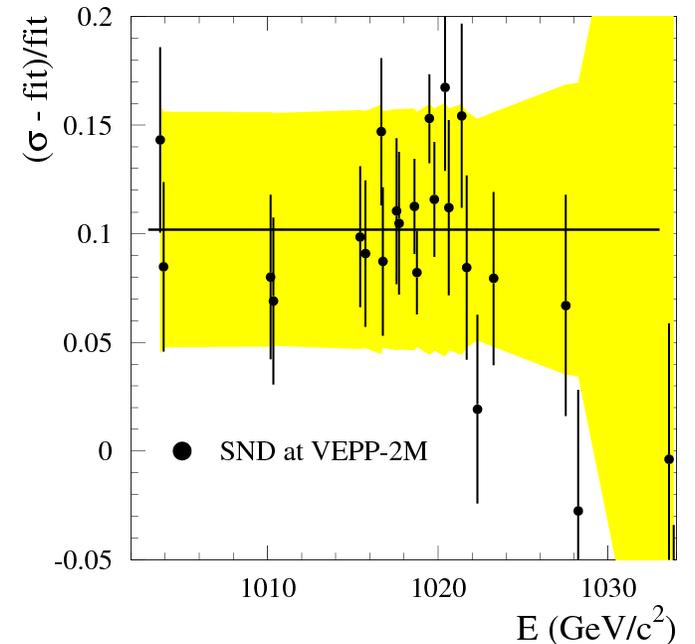
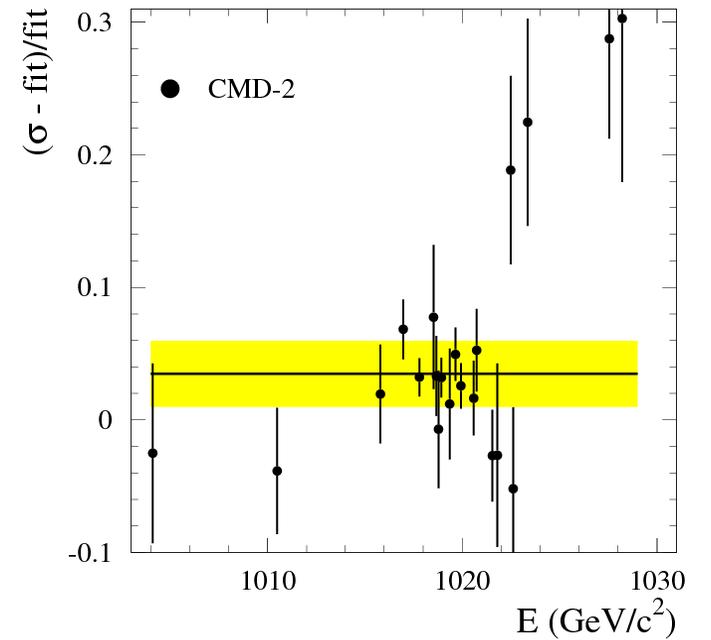
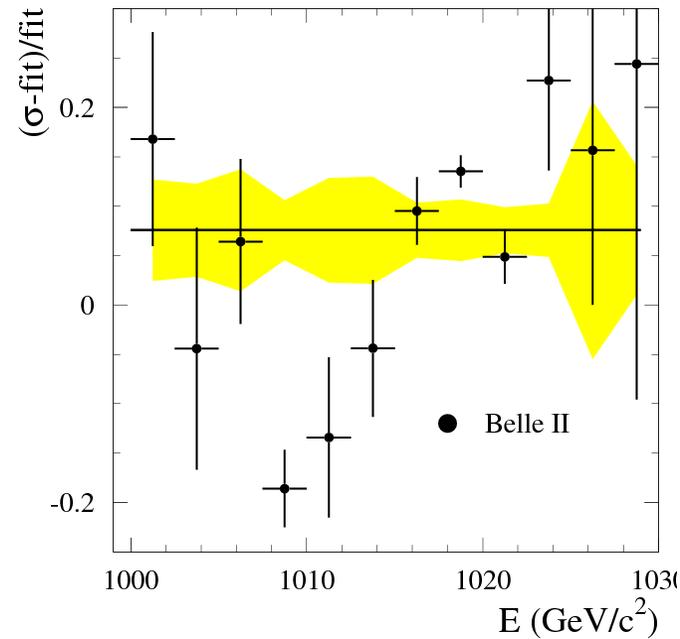
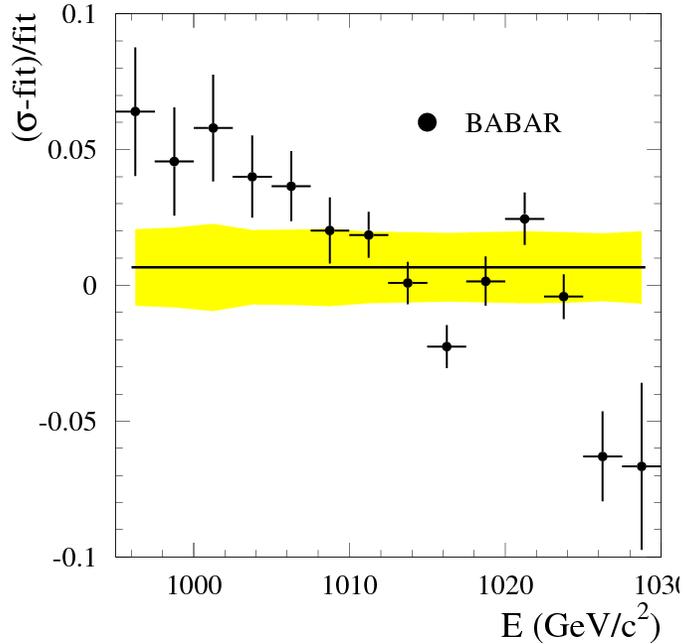
Parameter	Fitted value	PDG value
$\mathcal{B}(\omega \rightarrow e^+e^-)\mathcal{B}(\omega \rightarrow 3\pi) \times 10^5$	$6.648 \pm 0.022 \pm 0.058$	6.61 ± 0.16
m_ω , MeV	$782.703 \pm 0.011 \pm 0.047$	782.66 ± 0.13
Γ_ω , MeV	$8.598 \pm 0.023 \pm 0.004$	8.68 ± 0.13
$\mathcal{B}(\phi \rightarrow e^+e^-)\mathcal{B}(\phi \rightarrow 3\pi) \times 10^5$	$4.154_{-0.066}^{+0.102} \pm 0.066$	4.42 ± 0.11
m_ϕ , MeV	$1019.488 \pm 0.017 \pm 0.061$	1019.460 ± 0.016
Γ_ϕ , MeV	$4.265 \pm 0.033 \pm 0.014$	4.249 ± 0.013
φ_ϕ , deg	$156.8_{-4.6}^{+6.5} \pm 1.9$	163 ± 7
$\mathcal{B}(\rho \rightarrow 3\pi) \times 10^5$	$4.7 \pm 1.2 \pm 1.3$	9 ± 4
φ_ρ , deg	$-95.3 \pm 8.3 \pm 4.0$	-99 ± 17

Сравнение с предыдущими измерениями на ω



Наше измерение согласуется с данными BABAR и СНД на ВЭПП-2М, на 4% (2σ) выше результата КМД-2 и на 8% (2σ) ниже результата Belle II.

Сравнение с предыдущими измерениями на ϕ



Наше измерение согласуется с данными BABAR и CMD-2, на 10% (2σ) ниже результата СНД на ВЭПП-2М и 7% (2σ) ниже результата Belle II.

Вклад в аномальный магнитный момент мюона

$$a_{\mu}^{3\pi} = \frac{\alpha^2}{3\pi^2} \int_{m_{\pi}^2}^{\infty} \frac{K(s) \sigma(s) |1 - \Pi(s)|^2}{s \cdot 4\pi\alpha^2/s} ds$$

Для расчета $a_{\mu}^{3\pi}$ ниже 1.1 ГэВ использовалась аппроксимирующая функция. Стат. ошибка определялась с помощью toy MC. Систематическая погрешность $a_{\mu}^{3\pi}$ определялась при сдвиге измеренного сечения вверх/вниз на сист. ошибку.

Вклад СНД в $a_{\mu}^{3\pi}$ выше 1.1 ГэВ вычислялся по данным из работы М.Н.Ачасов *et al.*, Phys. Atom. Nucl. **87**, 747 (2024)

$E, \text{ GeV}$	$a_{\mu}^{3\pi} \times 10^{10}$
0.61–1.10 (SND)	$42.96 \pm 0.06 \pm 0.45$
1.10–1.975 (SND)	$2.99 \pm 0.02 \pm 0.08$
0.61–1.975 (SND)	$45.95 \pm 0.06 \pm 0.46$
0.62–1.10 (BABAR)	$42.91 \pm 0.14 \pm 0.55 \pm 0.09$
1.10–2.00 (BABAR)	$2.95 \pm 0.03 \pm 0.16$
< 2.00 (BABAR)	$45.86 \pm 0.14 \pm 0.58$
0.62–1.80 (Belle II)	$48.91 \pm 0.23 \pm 1.07$
< 1.8 (до 2021 года)*	$46.2 \pm 0.6 \pm 0.6$

* М. Hoferichter, B. L. Hoid and B. Kubis, JHEP 2019, 137 (2019)

Результат СНД находится в согласии с результатом BABAR и $a_{\mu}^{3\pi}$, вычисленному по данным до 2021 г., но на 2.5σ ниже результата Belle II.

Заключение

<https://arxiv.org/abs/2603.01635>

- ✓ Выполнено самое точное измерение сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ при энергии ниже 1.1 ГэВ. Систематическая ошибка измерения сечения вблизи максимумов резонансов ω и ϕ составляет 0.9% и 1.2% соответственно.
- ✓ Данные СНД согласуются с измерениями BABAR и приблизительно на 7-8% (2σ) ниже данных Belle II.
- ✓ При аппроксимации сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ в модели векторной доминантности получены параметры резонансов ρ , ω и ϕ .
 - Улучшена точность измерения параметров распада $\rho \rightarrow 3\pi$.
 - Сделаны самые точные измерения параметров $B(\omega \rightarrow e^+e^-)B(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)$, m_ω , Γ_ω .
 - Точность $B(\phi \rightarrow e^+e^-)B(\phi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)$ определяется корреляцией между амплитудой и фазой ϕ - ω интерференции. При существующей статистике она не может быть лучше 2%.