

Измерение массы нейтрального каона

Е.Солодов

КМД-3

Институт Ядерной физики им. Будкера

Памяти Льва Митрофановича Баркова и
Николая Мержакифовича Рыскулова

Мотивация

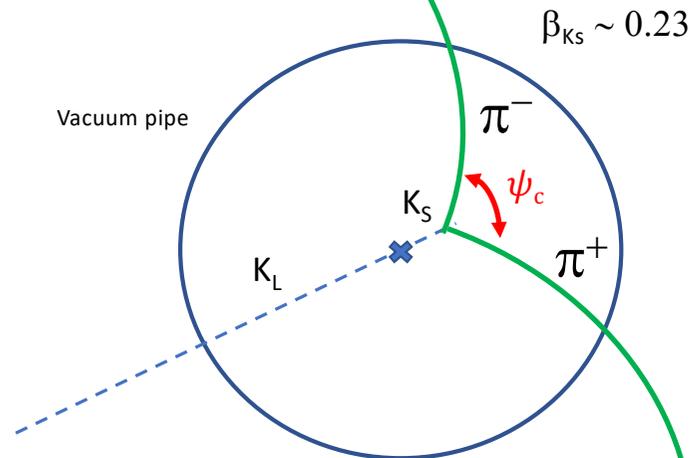
VALUE (MeV)		EVTS	DOCUMENT ID	TECN	COMMENT
497.611 ± 0.013	OUR FIT				Error includes scale factor of 1.2.
497.611 ± 0.013	OUR AVERAGE				Error includes scale factor of 1.2.
497.607 ± 0.007 ± 0.015		261k	¹ TOMARADZE	2014	$\psi(2S) \rightarrow K_S^0 X$
497.583 ± 0.005 ± 0.020		35k	AMBROSINO	2007B	KLOE $e^+ e^- \rightarrow K_L^0 K_S^0$
497.625 ± 0.001 ± 0.031		655k	LAI	2002	NA48 K_L^0 beam
497.661 ± 0.033		3713	BARKOV	1987B	CMD $e^+ e^- \rightarrow K_L^0 K_S^0$
497.742 ± 0.085		780	BARKOV	1985B	CMD $e^+ e^- \rightarrow K_L^0 K_S^0$
• • We do not use the following data for averages, fits, limits, etc. • •					
497.44 ± 0.50			FITCH	1967	OSPK
498.9 ± 0.5		4500	BALTAY	1966	HBC K^0 from $\bar{p}p$
497.44 ± 0.33		2223	KIM	1965B	HBC K^0 from $\bar{p}p$
498.1 ± 0.4			CHRISTENSON	1964	OSPK
¹ Obtained by analyzing CLEO-c data but not authored by the CLEO Collaboration.					

1. Измерений не много
2. Последнее измерение довольно давно
3. Есть небольшое рассогласование в значениях массы $C = 1.2$
4. Масса много куда входит – хорошо бы уточнить...

Метод предельного угла

Прорыв в точности с появлением коллайдеров – с 0.3 МэВ до 0.03 МэВ:

- реакция $e^+e^- \rightarrow \phi(1020) \rightarrow K_S K_L$ с простой кинематикой
- метод резонансной деполяризации дает точное измерение E_{K_S}



$$\beta_{K_S} \sim 0.23, L_{\text{decay}} \sim 0.6 \text{ cm}$$

Угол между пионами минимальный (предельный ψ_c) при распаде перпендикулярно к импульсу K_S

Зная массу пиона по предельному углу вычисляется импульс K_S

$$m_{K_S} = \left[E_{K_S} * \sin\left(\frac{\psi_c}{2}\right) + 4m_\pi^2 * \cos\left(\frac{\psi_c}{2}\right) \right]^{1/2}$$

Использовать метод предельного угла предложен Л.М.Барковым и реализован Н.М.Рыскуловым на ВЭПП-2М с детектором КМД

Импульсы и углы (зеркально) идентичны – множество систематических неточностей в разнице углов сокращается.
Измерения импульсов пионов не требуется!
Мало событий вблизи предельного угла.

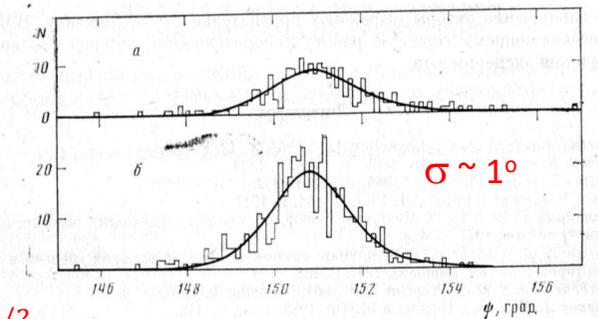
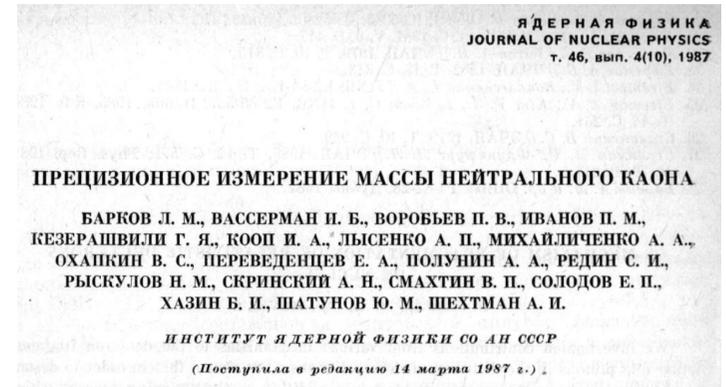


Рис. 4. Распределение событий второй группы по углам разлета пионов. Сплошная кривая – расчет. а – $M=497.719$ МэВ, $H=14.93$ кГс; б – $M=497.657$ МэВ, $H=24.70$ кГс

Метод полной кинематики

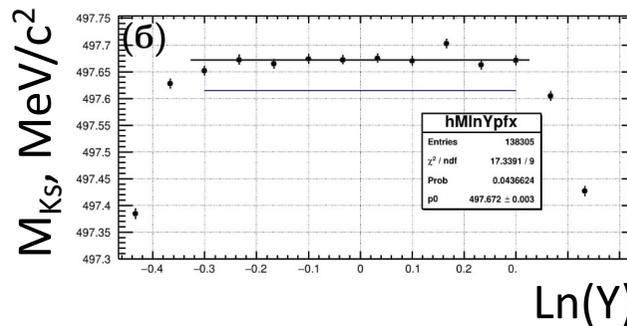
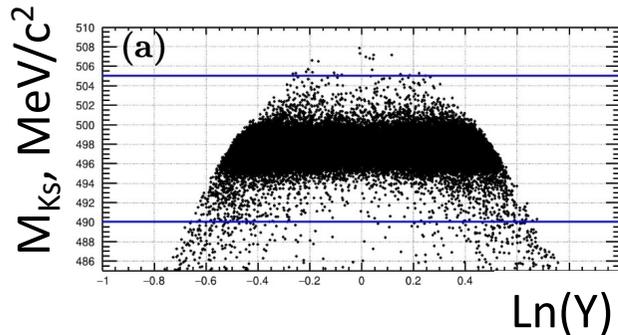
$$\beta_{K_S^0}^2 \equiv 1 - \left(\frac{M_{K_S^0}}{E_{K_S^0}} \right)^2 \quad \beta_{K_S^0}^2 = \frac{1}{\eta^2} \left(1 + \cos \psi \sqrt{1 - \eta^2} \right) \left[1 - \sqrt{1 - \beta_m^2 \eta^2} \right]$$

$$\beta_m^2 \equiv 1 - \left(\frac{2M_{\pi^\pm}}{E_{K_S^0}} \right)^2 \quad \eta \equiv \frac{1 - Y^2}{1 + Y^2}$$

$$Y = p_+/p_-, \quad p_\pm \equiv |\vec{p}_\pm|$$

Формула для предельного угла

$$Y = 1 \quad \beta_{K_S^0}^2 = \beta_m^2 \cos^2 \frac{\psi_c}{2}$$



1. Используются все события распада Ks
2. Сразу строится масса – профайл(?)
3. Зависит только от отношения $Y = P_+/P_-$
4. Хорошо если мало статистики

Предложено и использовано А.Зайцевым на ВЭПП-2М с КМД-2 - (2005)

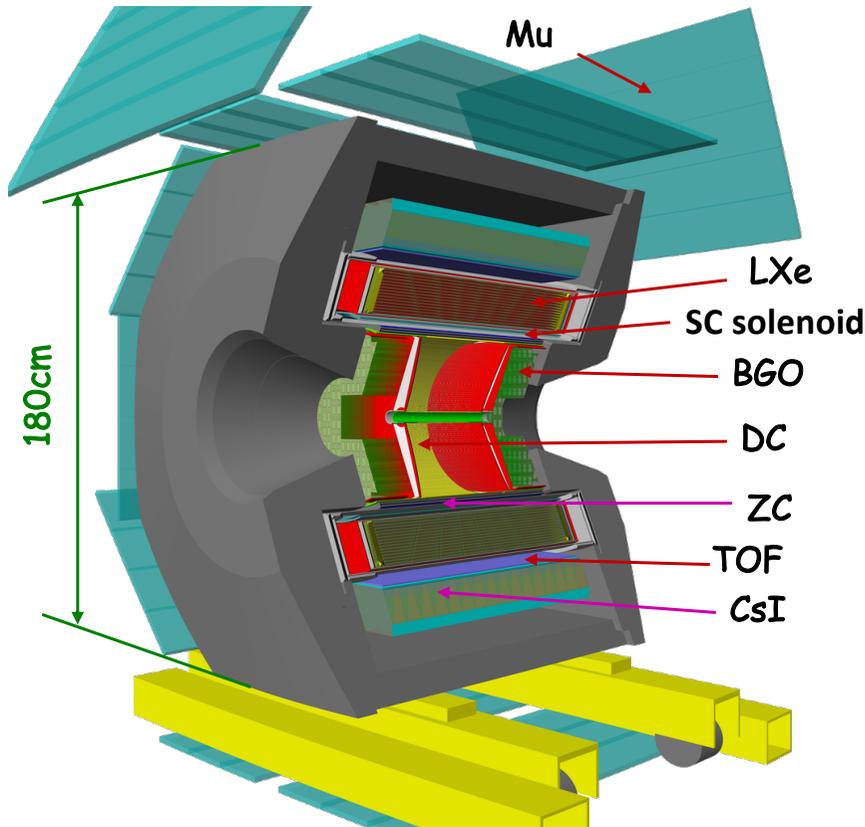
$$m(K^0) = 497.634 \pm 0.024 \quad - 49k$$

(not published in peer review journal)

1. Кинематические искажения
2. Зависимость разрешения от $\log Y$
3. Зависимость от зоны профайла
4. Профайл зависит от хвостов – большая радиоправка
5. В отношении P_+/P_- не все сокращается
6. Масса сдвигается – нужна поправка на разрешение
7. Поправки на углы? Как?
8. ...

A. S. Zaitsev, (CMD-2 Collaboration), Frascati Phys.Ser. 36 (2004) 467-471: Workshop on Physics at Meson Factories, 467-471.

CMD-3 detector



Tracking:

× Drift Chamber in 1.3 T magnetic field

$$\sigma_{R\phi} \sim 100 \mu\text{m}, \sigma_Z \sim 2.5\text{mm}, \sigma_{\phi} \sim 0.7^{\circ}$$
$$\sigma_p/P \sim \sqrt{0.6^2 + (4.4 \cdot p[\text{GeV}])^2}, \%$$

Magnet:

0.25 X_0 1.3 T SC solenoid in common cryostat with LXe calorimeter

Calorimetry:

× Combined EM calorimeter (LXe, CsI, BGO)

13.4 X_0 in barrel part

$$\sigma_E/E \sim 0.034/\sqrt{E} [\text{GeV}] \oplus 0.020 \text{ - barrel}$$

$$\sigma_E/E \sim 0.024/\sqrt{E} [\text{GeV}] \oplus 0.023 \text{ - endcap}$$

× LXe calorimeter with 7 ionization layers with strip readout

~2mm measurement of conversion point,
tracking capability,
shower profile (from 7 layers + CsI)

PID:

× TOF system ($\sigma_T < 1\text{nsec}$)

particle ID mainly for p, n

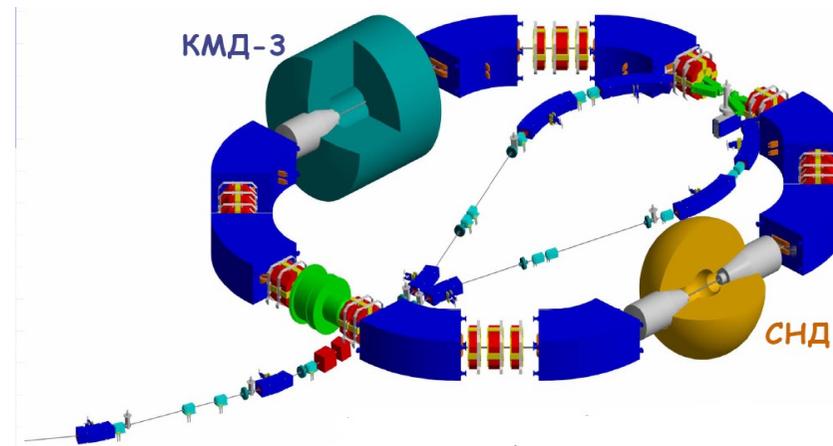
× Muon range system

VEPP-2000 (after upgrade 2013-2016)



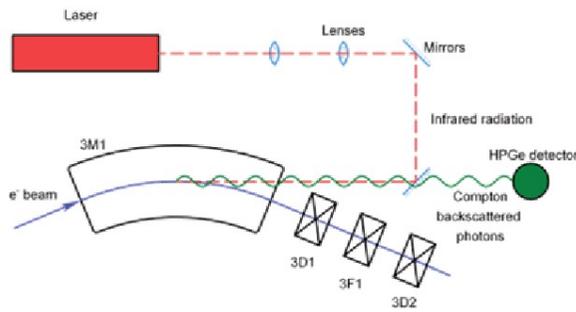
VEPP-2000 parameters:

- c.m. energy 0.3-2.0 GeV
- circumference – 24.4 m
- round beam optics
- Luminosity at 2 GeV:
 - $1.0 \times 10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$ (project)
 - $0.8 \times 10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$ (achieved)

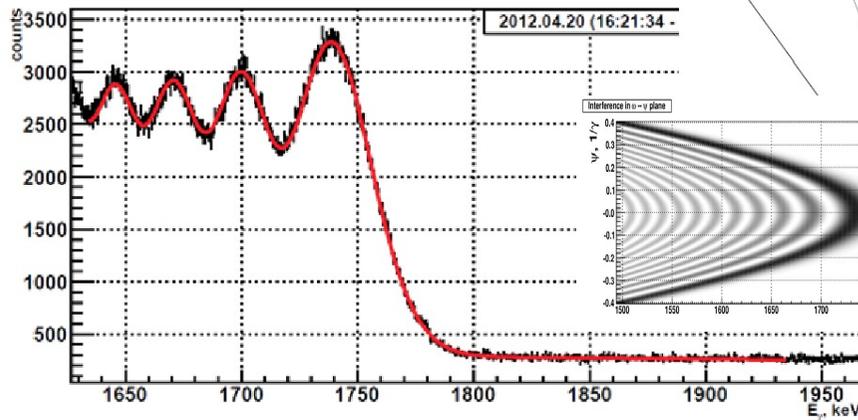
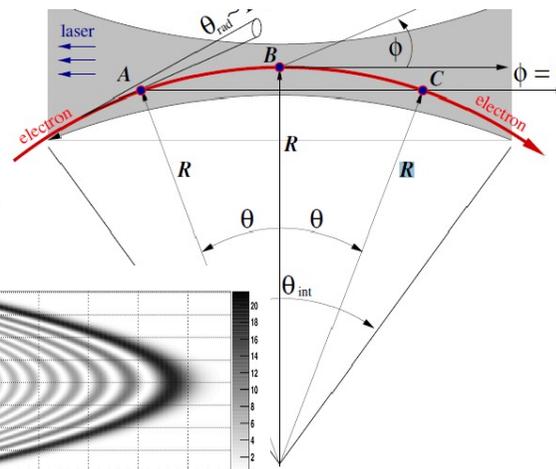


Energy measurement

Starting from 2012, beam energy and energy spread are monitored continuously using Compton backscattering system with about 30 keV uncertainty



Two sources of photons are used: **ytterbium** and **CO lasers**.
CO (5 nm) at the energy above **500 MeV**,
Nd:YAG (1 nm) at the energy below **500 MeV**.



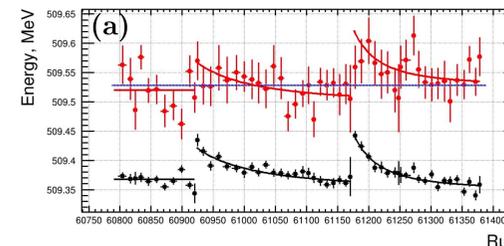
$$E = 993.662 \pm 0.016 \text{ MeV}$$

M.N. Achasov et al. arXiv:1211.0103v1 [physics.acc-ph] 1 Nov 2012

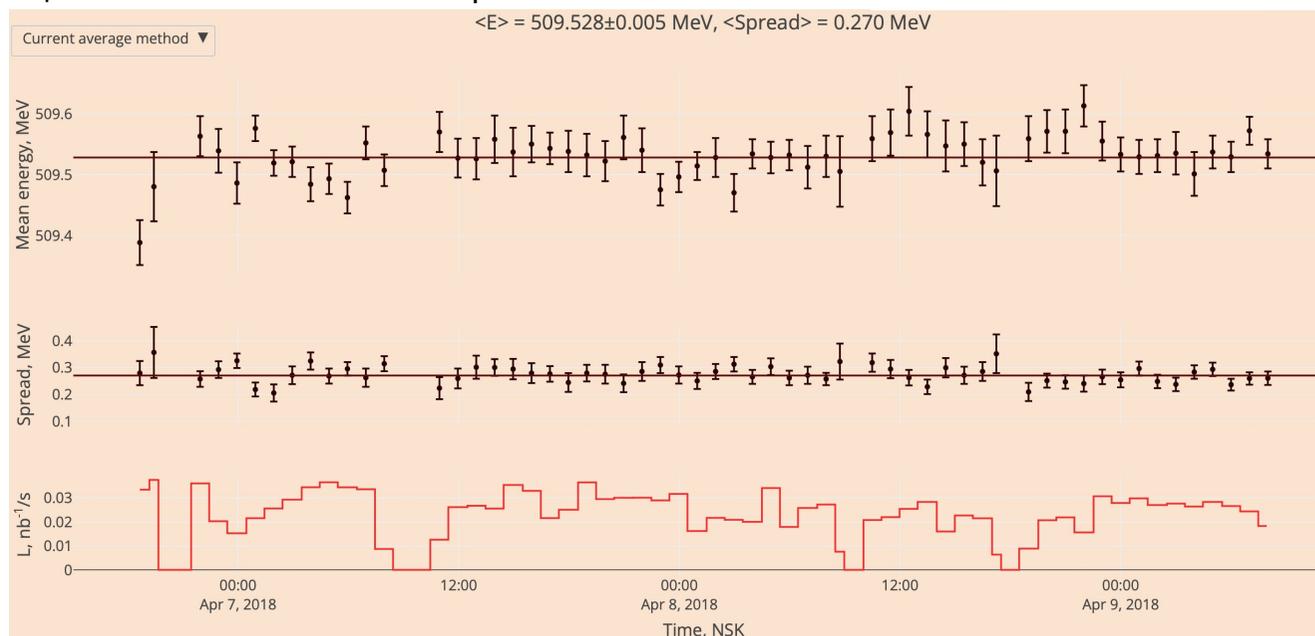
Набор данных. Контроль энергии

15 точек по энергии в сканировании Фи-мезона с интегралом светимости 14.3 пб-1
 Энергия непрерывно измерялась - каждые ~20 минут – точность одного измерения ~ 20-30 keV. Оператор контролировал стабильность энергии в течение набора статистики.

Возможные дрейфы энергии увеличивают суммарные ошибки среднего для каждой точки. Учет дрейфа по импульсам заряженных К показал «уплывание» среднего на единицы (3-4) кэВ – используется для оценки систематической погрешности.



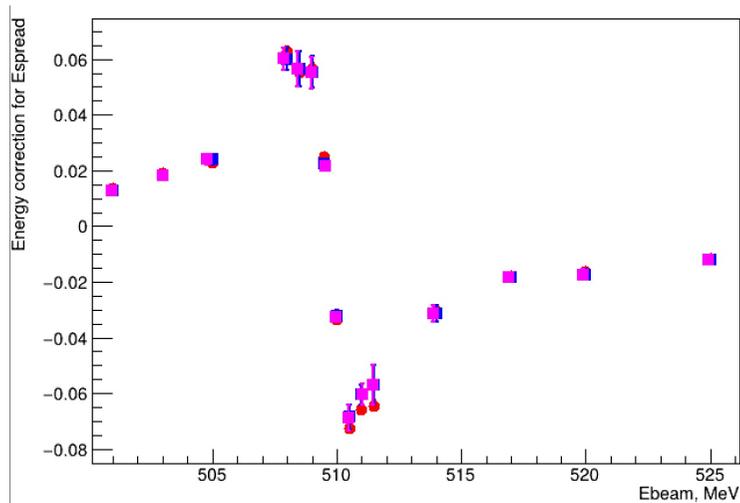
500.954	0.015	0.237	0.006
502.993	0.011	0.252	0.008
504.798	0.008	0.250	0.009
507.868	0.009	0.272	0.009
508.400	0.017	0.248	0.014
508.957	0.016	0.249	0.013
509.539	0.008	0.264	0.006
509.970	0.008	0.281	0.008
510.454	0.007	0.280	0.009
511.046	0.007	0.257	0.008
511.466	0.014	0.261	0.016
513.868	0.012	0.264	0.012
516.908	0.018	0.259	0.011
519.894	0.018	0.299	0.016
524.902	0.023	0.302	0.016



Поправка на разброс энергии в пучке

Разброс энергий в пучках приводит к тому, что на склонах Фи-резонанса часть событий рождается с большей энергией чем средняя энергия пучков, а часть с меньшей. Из-за этого распределение по энергий рождающихся адронов смещено в разные стороны на склонах резонанса, и средняя энергия этих распределений отличается от энергии пучков.

Проведена свертка параметров резонанса с гауссом, соответствующим разбросу энергии для каждой точки и получены отклонения средней энергии каонов от измеренной энергии пучков.



Поправка для Eсм, 1/2 для Ebeam

Проведены расчеты для параметров Фи из PDG, Для параметров Фи и разброса энергий из работы СНД, и для разбросов энергий из расчетов с сайта CMD-3. Разброс поправок не превышает **2 кэВ** – оценка систематики. Ошибки в измерениях разброса должны быть добавлены в вычисления.

Калибровка комптона по массе ϕ -мезона

Phys.Part.Nucl. 56 (2025) 2, 405-411

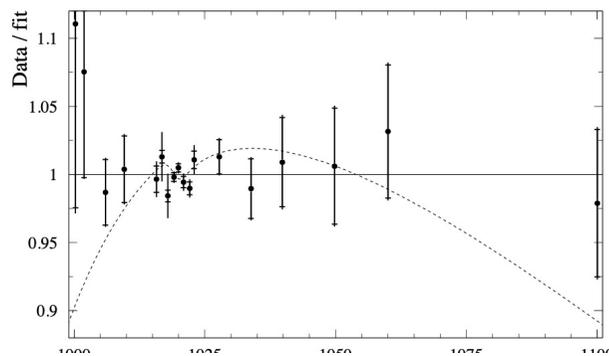
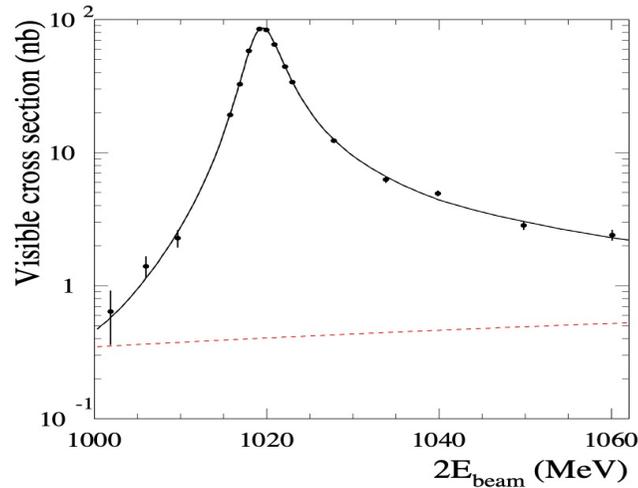
Работа СНД является наиболее точным анализом реакции $\phi \rightarrow K_S K_L$ 0.6% (lumi) + 0.7%(events) и полученными параметрами $\phi(1020)$

The uncertainty of PDG ϕ -meson mass 1019.461 ± 0.016 MeV [19] is significantly smaller than the systematic uncertainty of the collider energy measurement (60 keV). Therefore, the PDG mass can be used for calibration of the c.m. energy scale. To do this we introduce into the fit an additional parameter Δ_E (common shift of all energy points). Its fitted value

$$\Delta_E = 0.017 \pm 0.018 \text{ MeV} \quad (12)$$

can be used to correct the energies in the first column of Table IV.

Данные СНД набирались одновременно с КМД-3 с одинаковой интегральной светимостью. Используем для вычислений энергии и калибровку опубликованные СНД, а другие наборы используем для оценки систематических эффектов

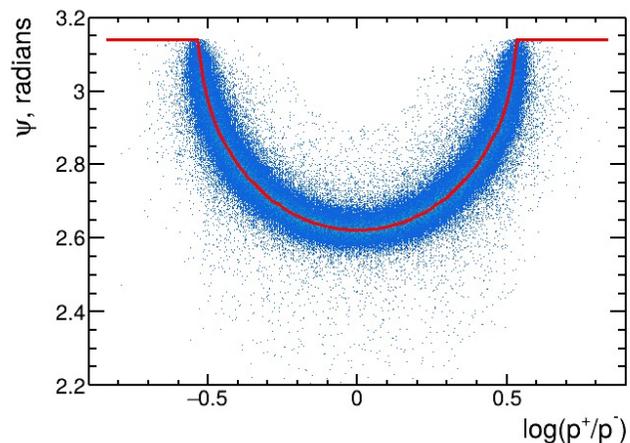


Отличие фита VMD и с добавлением порогового эффекта

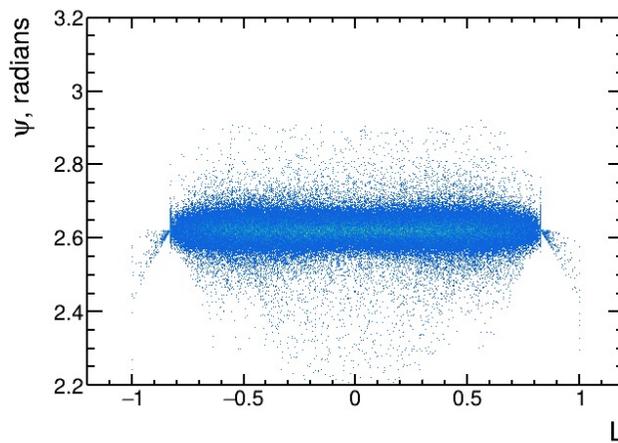
Предельный угол – наш подход (1)

В формуле Зайцева подставлена энергия E_{K_S} и масса K_S – построена зависимость угла между пионами от $\text{Log}Y$

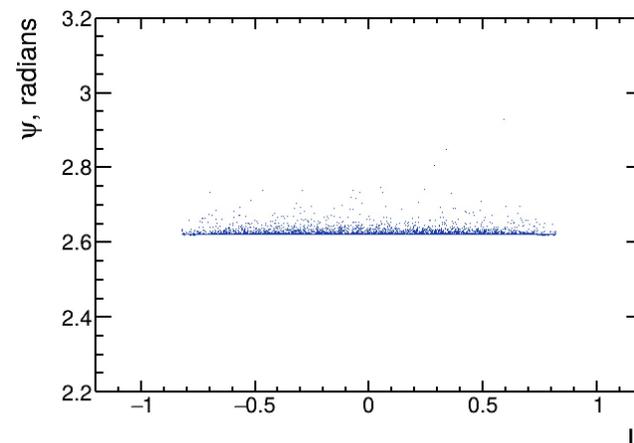
Измеренные углы и импульсы



Коррекция к предельному углу



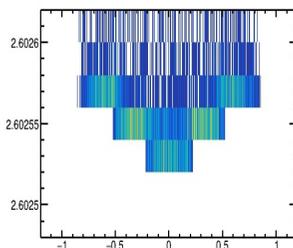
Генераторные углы



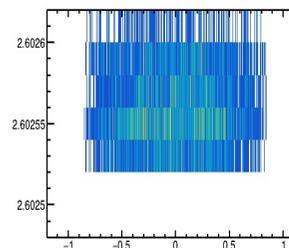
Написана процедура, которая строит минимальное расстояние от реконструированного угла до расчетного по формуле Зайцева в зависимости от длины $L_{\text{Log}Y}$ в единицах $\text{Log}Y$

- Нет кинематических искажений
- Разрешение слабо зависит от длины
- В расчете массы нет поправок на разрешение
- Слабо зависит от массы K в формуле

$m_{K_0} = 497.587$



$m_{K_0} = 497.611$

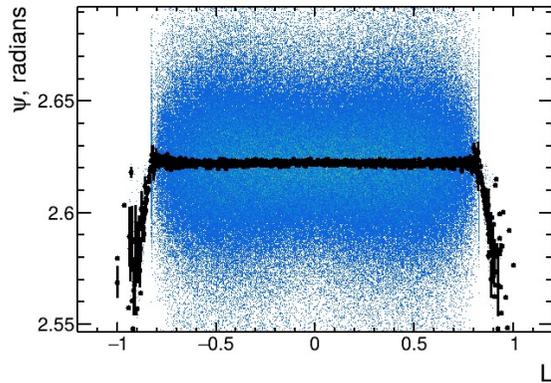


1 bin ~ 1 keV

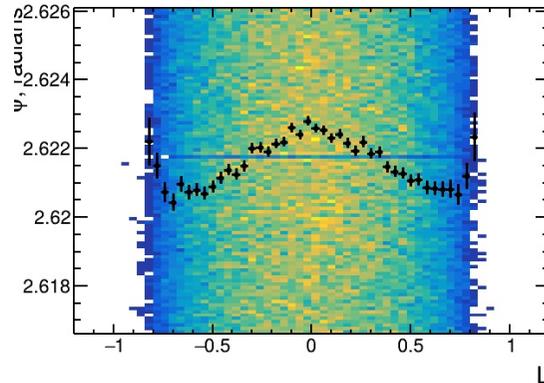
Видны радпоправки – после реконструкции одна сторона это чистое разрешение, вторая искажена радиационными хвостами

Предельный угол – поправка к импульсам (МС)

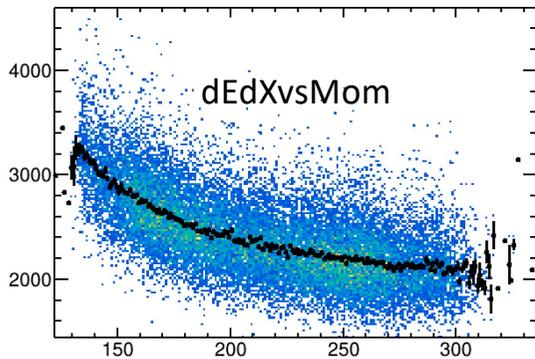
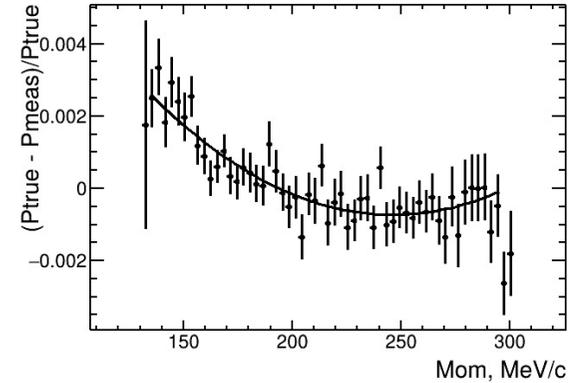
Что дает профайл и МС?



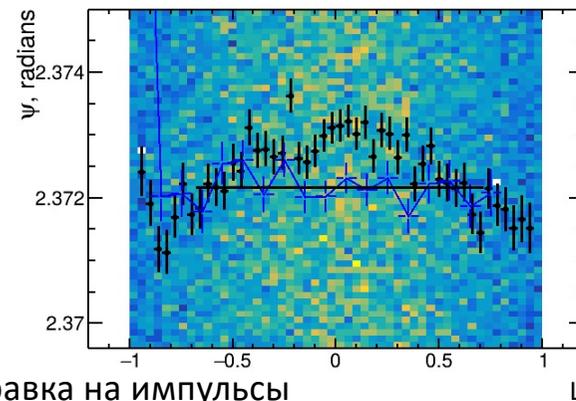
1mrad ~ 50 keV в массе



Поправка к импульсам (МС)



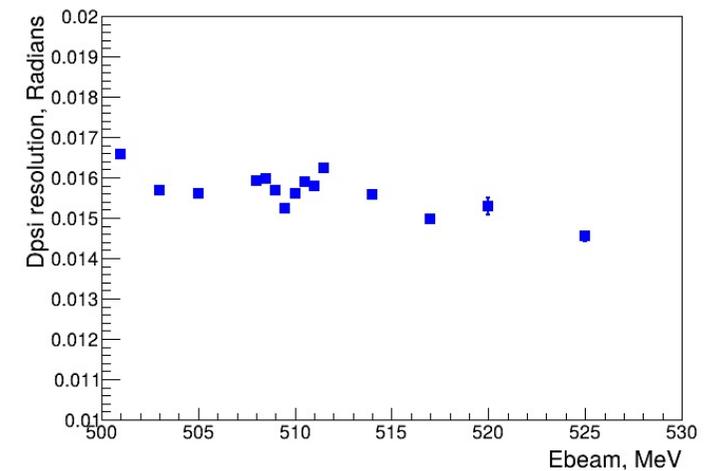
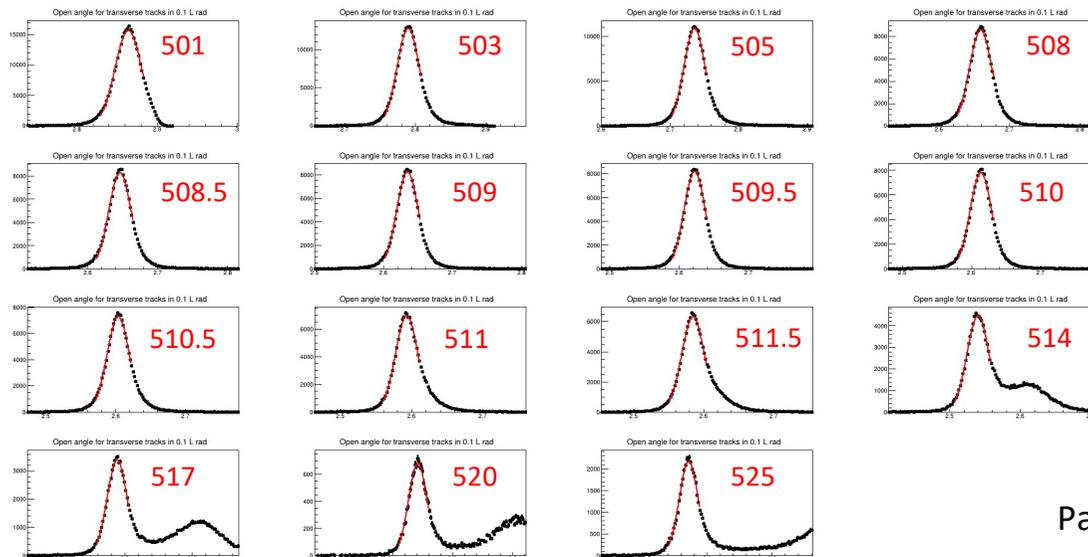
Резкое изменение потерь пионов и области импульсов распада Ks приводит к заметному искажению параметра $\log Y = \log(P+/P-)$ и к искажению направления импульса Ks!



1. Для каждой точки по энергии делается поправка на импульсы
2. Вместо стандартного профайла используется гауссовый профайл
3. С шагом 0.1 от длины делается фит Гауссом в пределах 0.1—0.5

Предельный угол а моделировании

1. Отбираются события в диапазоне $-0.2—0.2$ от длины
2. Делается фит Гауссом в пределах $0.1—0.5$ от максимума
3. Строится разность среднего с генераторным предельным углом – радиправка к предельному углу
4. По формуле вычисляется масса – правильно пересчитывается ошибка
5. Строится разность с массой из генератора – 497.611 МэВ – для наглядности величины поправки
6. Строится разрешение в угле для каждой энергии

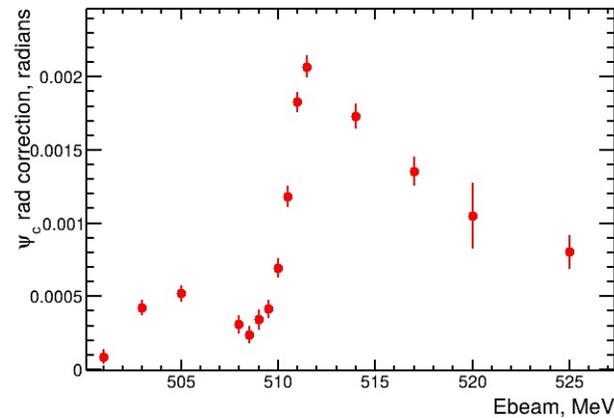
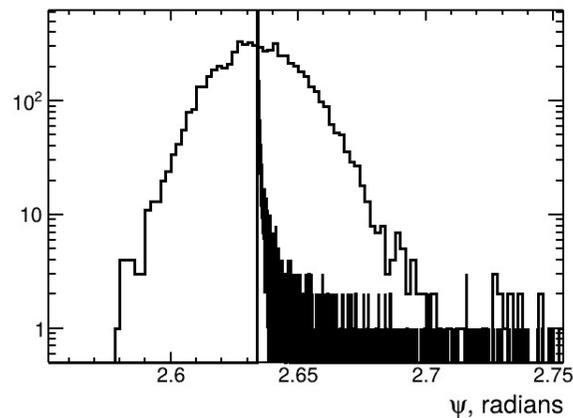


Разрешение при таком подходе около 16 mrad!

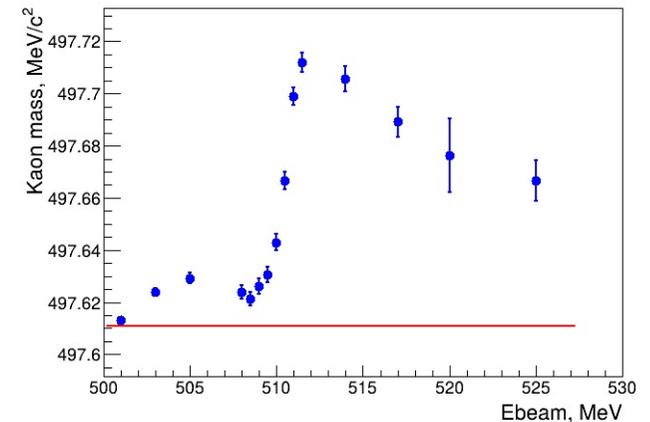
Предельный угол α моделирования - радпоправка

Фит Гауссом в пределах 0.1—0.5 от максимума уменьшает влияние радиационных эффектов.

Но среднее сдвигается – радиационная поправка к предельному углу.



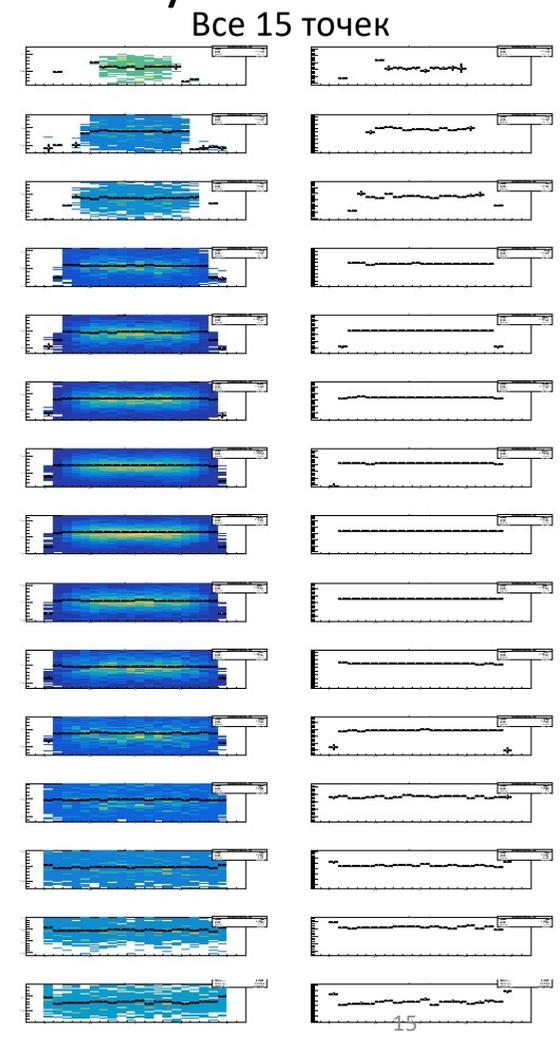
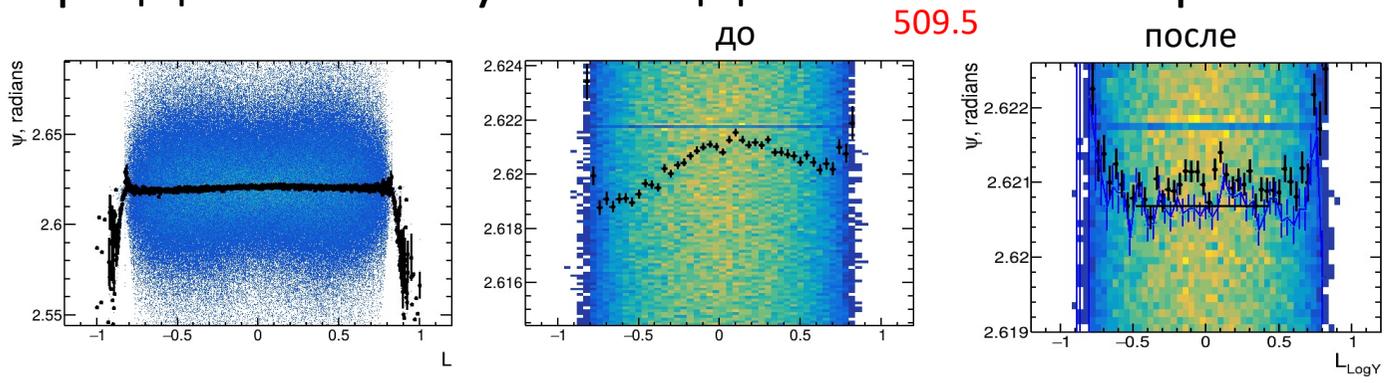
Эквивалент к массе каона



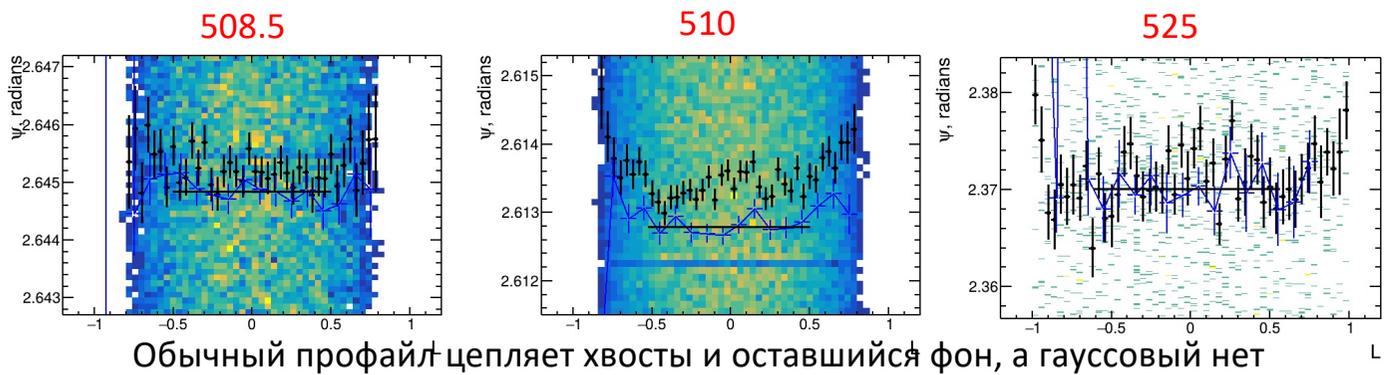
Рад поправка в минимуме около 10 кэВ к массе каона и не более 100 кэВ!

Из-за сдвига средней энергии каонов на склонах резонанса слегка меняется величина радпоправки, рассчитанной в МС с фиксированной энергией – это изменений не превышает 2 кэВ на максимуме изменения ($30/2000 \cdot 100 \sim 1.5$ кэВ) – учтена как поправка без нового моделирования.

Предельный угол в данных – поправка к импульсам



1. Без поправок – похожее поведение
2. Наблюдаемый сдвиг из-за разницы P+ и P- - предельный угол не при P+/P- = 1.
3. Поправка на импульсы взята из моделирования (+- 10% подстройка)
4. Вводятся сдвиги $Y=1 \rightarrow Y=1.005$ -- подстройка от 1.001 – 1.005
5. Проверяется, что гауссовый профайл (0.1—0.5) вблизи 0 столик



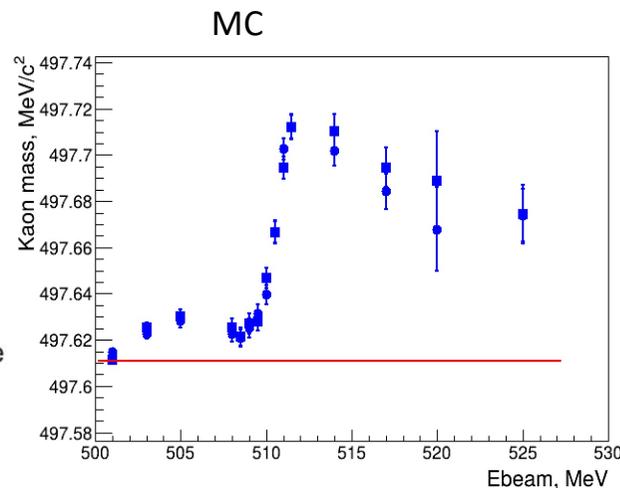
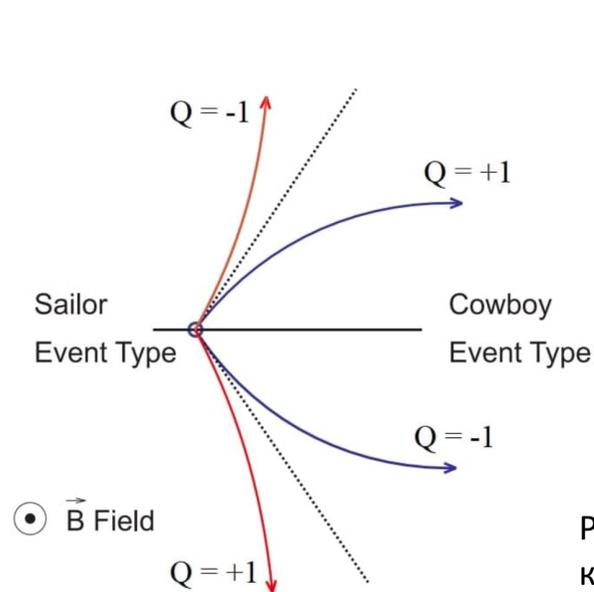
Обычный профайл цепляет хвосты и оставшийся фон, а гауссовый нет

10.03.2026

Solodov CMD-3 K0 mass

Предельный угол в данных – поправка к углам (1)

Знаменитые «птички» и «рыбки». Магнитное поле загибает импульсы или во внутрь угла между распадными пионами, или наружу. Импульсы + и – реконструируются с погрешностями (1-2% разница), поэтому и предельный угол для пионов из распада каона может отличаться для двух типов событий. . Это эффект скрещенных электрического поля в ячейках ДК и магнитного поля соленоида, и несовершенства процедуры калибровки для внутренних слоев ДК.

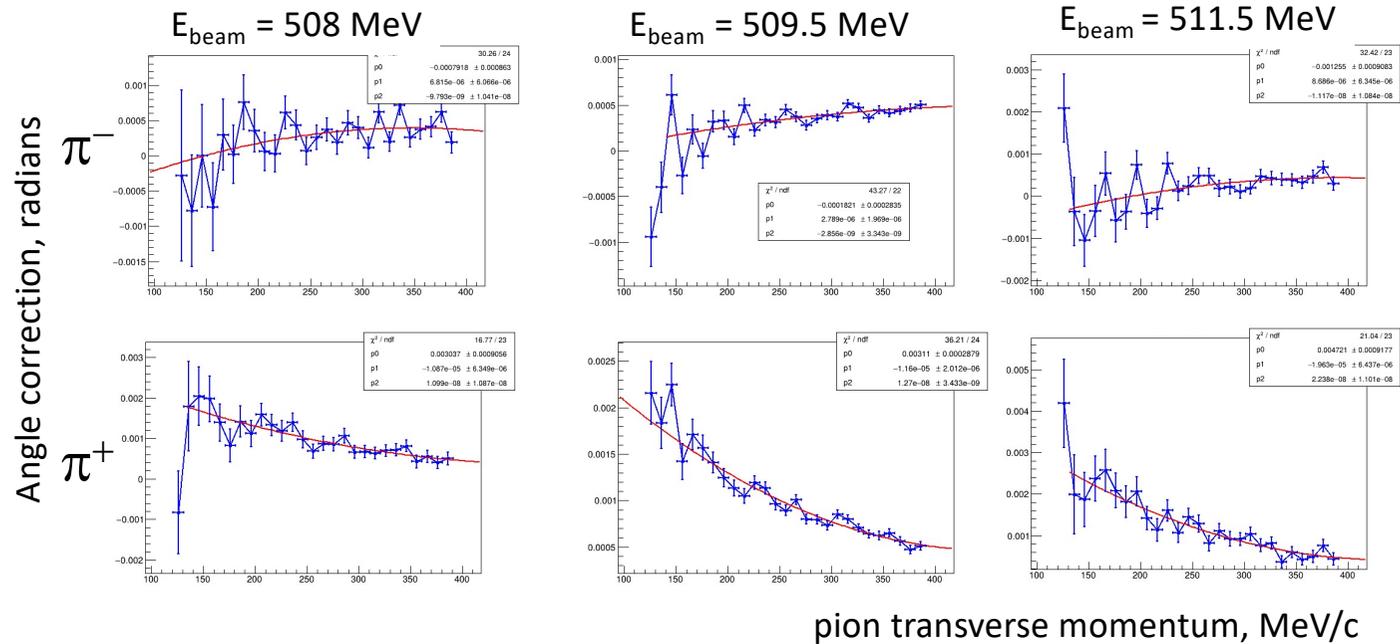
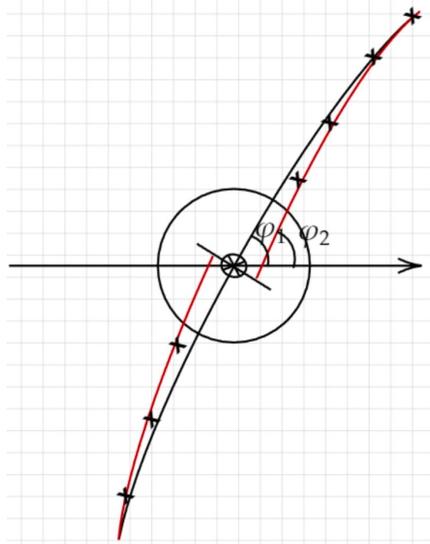


Нет разницы в моделировании!
Углы реконструируются хорошо.

Разделение на эти два класса в моделировании не приводит к отличию в массе каона в пределах статистики, а в эксперименте отличие около 1 mrad ~ +-25 кэВ. Этот эффект в сумме высредняется, но если какого-то типа событий больше, или разрешения отличаются, среднее будет сдвинуто.

Предельный угол в данных – поправка к углам (2)

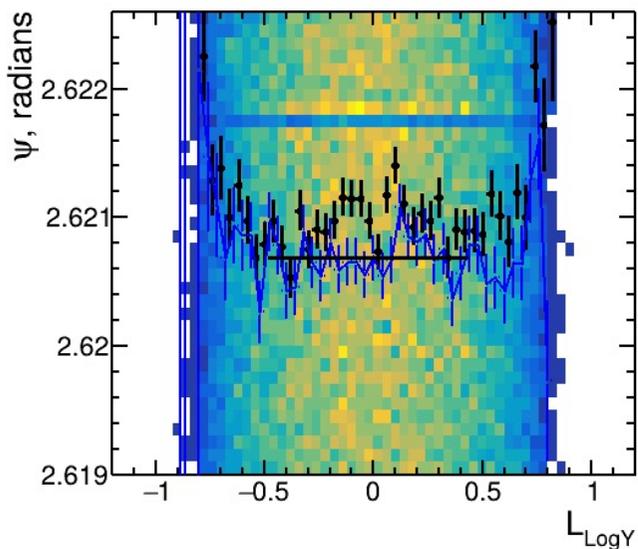
Для получения поправок использовались события $\Phi \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^0$ из этого же сканирования и конкретно для нужной точки по энергии. Отбор «стандартный» - два трека и два фотона с массой близкой к π^0 . Для + и - строится двумерный плот разницы углов Φ в зависимости от поперечного импульса пиона. Делается Гауссовый профиль в интервале $0.1-0.1$ от максимума. Делается фит параболой и используется для поправки угла пиона в каждом событии.



В 4-х импульсах для каждой точки азимутальные углы пионов поправляются в зависимости от поперечного импульса

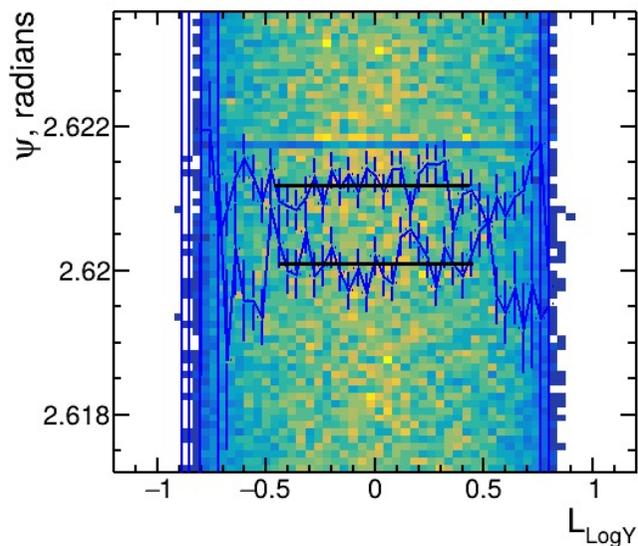
Предельный угол в данных – поправка к углам (3)

Поправки только на импульсы



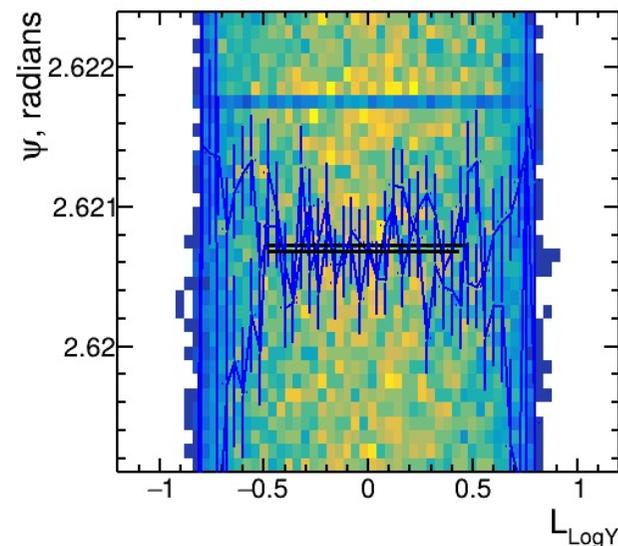
$\psi_c = 2.62069 \pm 0.00004$ radians

“fish” – “bird” выделены



2.62119 ± 0.00006 “fish”
 2.62008 ± 0.00005 “bird” ~ 1 mrad

После поправок



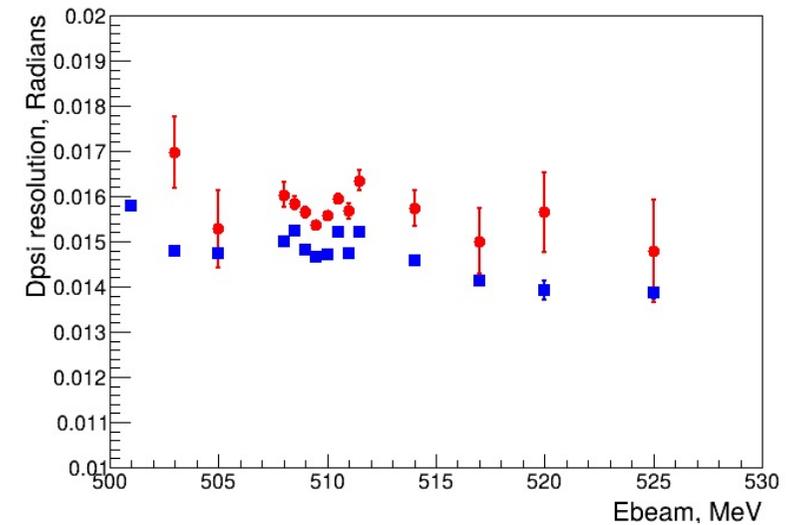
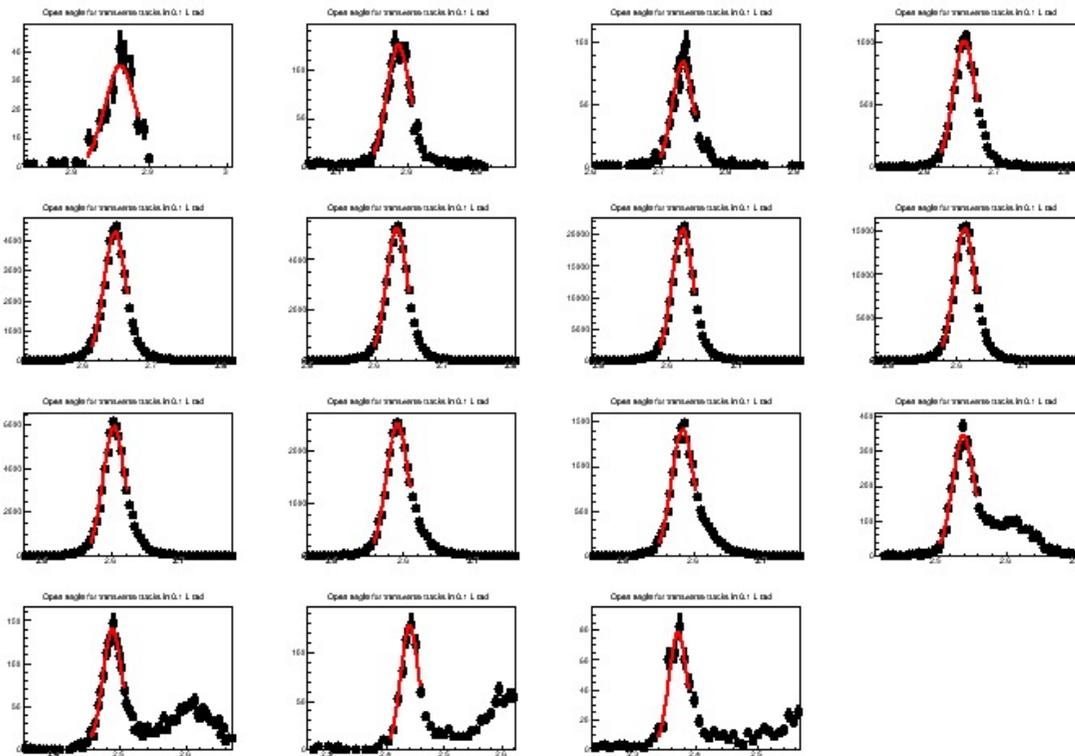
2.62069 ± 0.00006 “fish”
 2.62073 ± 0.00005 “bird”

После поправок разница уменьшилась в 10 раз: 0.04 ± 0.08 mrad $\rightarrow \pm 2$ keV/c² в массе K_0

Средние значения углов практически не сдвинулось. ~2 keV/c² оценка систематики

Предельные углы в данных

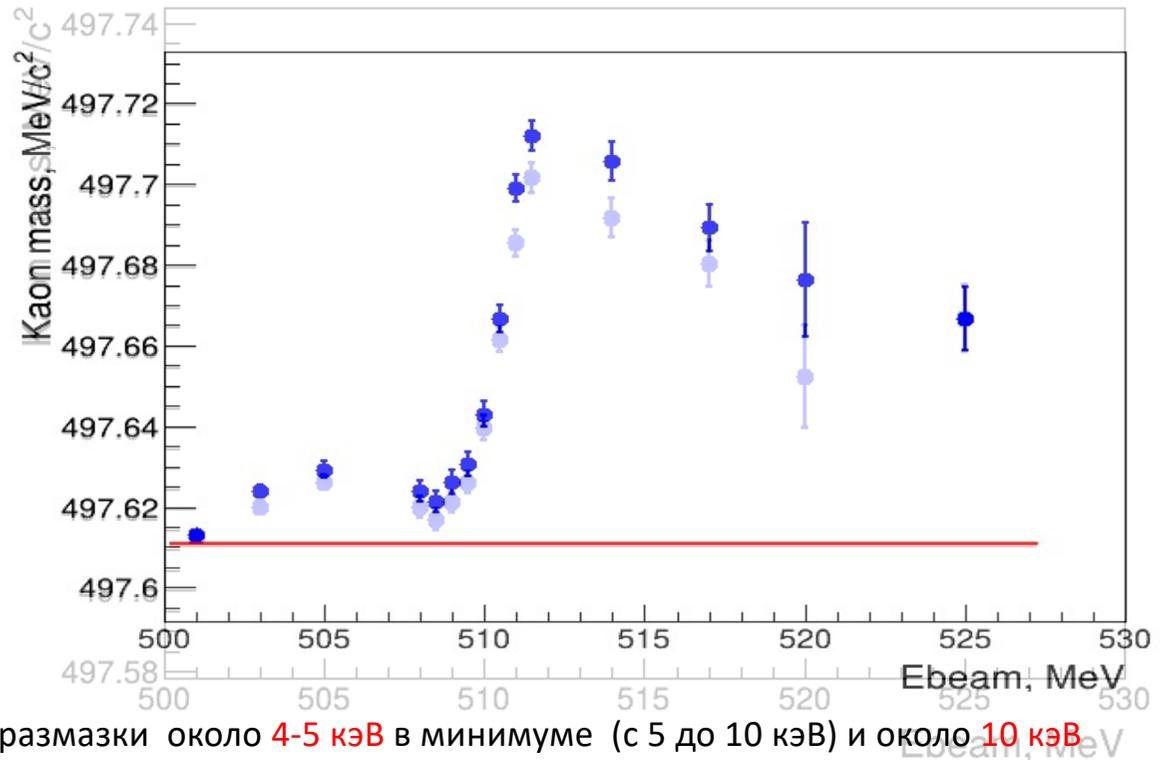
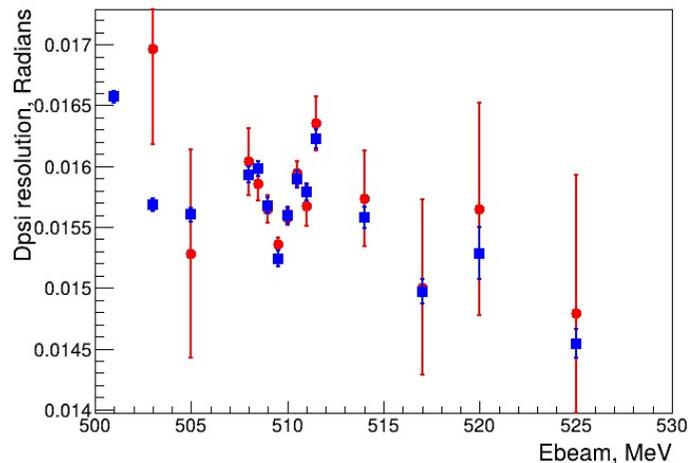
Отбор $-0.2—0.2$ по длине. Фит гауссом от 0.1 до 0.5 от максимума



После поправок на «fish-bird» разрешение улучшилось на $\sim 0.3--0.5$ mrad, приблизилось к MC: разрешение в данных все равно чуть хуже, чем в моделировании. Но все равно очень хорошее

Поправка на разницу разрешений дата-МС

Добавление 4 кэВ к разрешению в моделировании удивительным образом приводит к согласию в разрешении для данных и моделирования во всех точках до уровня стат. ошибок (0.1—0.2 mrad) при начальной разнице до 1 mrad! Учет состояния детектора в МС работает!



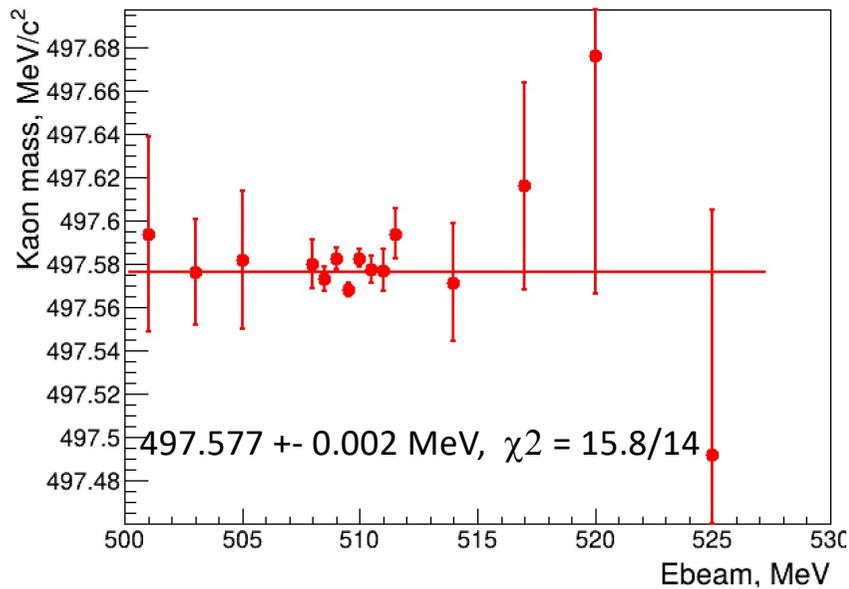
Сдвиг радпоправки от дополнительной размазки около **4-5 кэВ** в минимуме (с 5 до 10 кэВ) и около **10 кэВ** при полной поправке около 100 кэВ - систематика не более **2 кэВ** – из оценки от оставшегося несоответствия на уровне стат.ошибки

Масса нейтрального каона

$$m(K^0) = \left[(E + \Delta E) * \sin\left(\frac{\psi - \Delta\psi}{2}\right) + 4m_\pi^2 * \cos\left(\frac{\psi - \Delta\psi}{2}\right) \right]^{1/2}$$

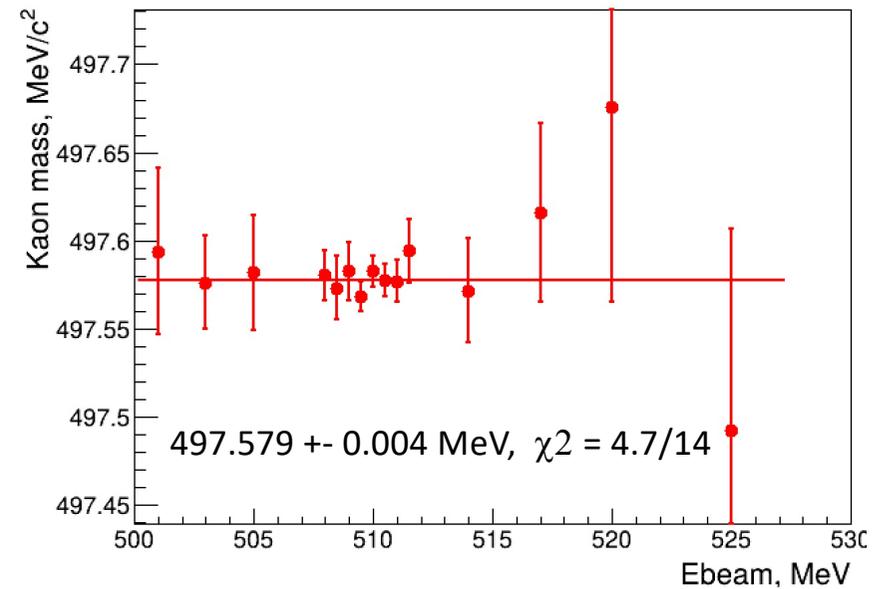
где ΔE_{cor} поправка на сдвиг средней энергии от разброса,
 $\Delta\psi$ – радпоправка к углу

Ошибки только от числа событий в ψ



Есть запас по статистике

Учет ошибок в измерении энергии



Систематические погрешности. Энергия

С учетом калибровки энергии по Фи-мезону от СНД $\Delta E_{cal} = (17 \pm 18)/2 \text{ keV}$

$$m(K^0) = 497.587 \pm 0.004 \text{ (stat.)} \pm 0.009 \text{ (syst.cal)} \pm 0.002 \text{ (syst.res)} \pm \dots \text{ MeV}$$

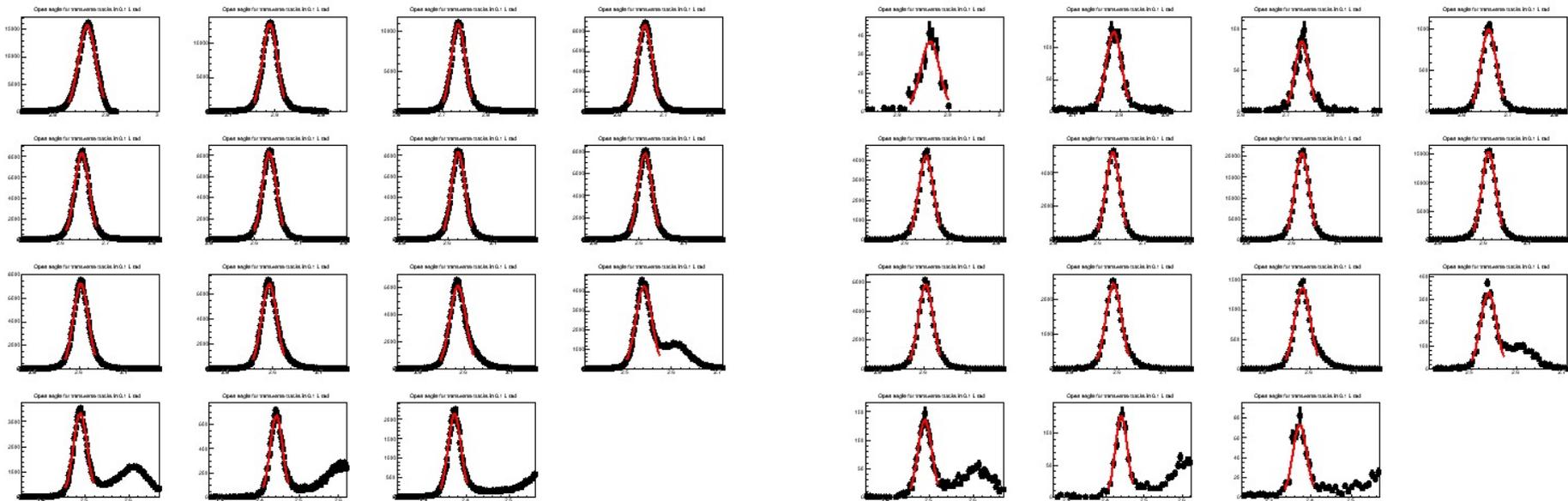
Для оценки подставлены энергии из расчетов и усреднения текущих данных (с сайта КМД-3) или учет дрейфа по заряженным каонам.

Масса сдвигается на **4 кэВ** из-за заметного дрейфа энергий для 509.5 и 510 МэВ, и небольшого различия в разбросе энергий.

$$m(K^0) = 497.587 \pm 0.004 \text{ (stat.)} \pm 0.009 \text{ (syst.cal.)} \pm 0.002 \text{ (syst.res)} \pm 0.004 \text{ (syst.fit)} \dots \text{ MeV}$$

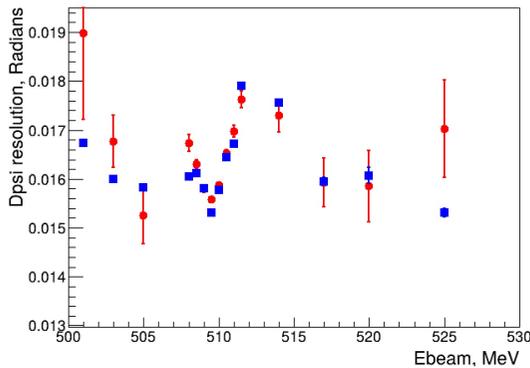
Систематические погрешности. Радпоправка (1)

Радпоправка зависит от разрешения по углу. При стандартном моделировании отличие в разрешении около 1 мили радиана. После дополнительной свертки с 4 мили радиана отличие не превышает 0.1 мили радиан. Радпоправка после свертки меняется не более, чем на 10 кэВ - может остаться систематика на уровне 1 кэВ. Более кардинальная проверка получается если фитировать углы в области 0.1-0.1 от максимума - использовать весь пик распределения.



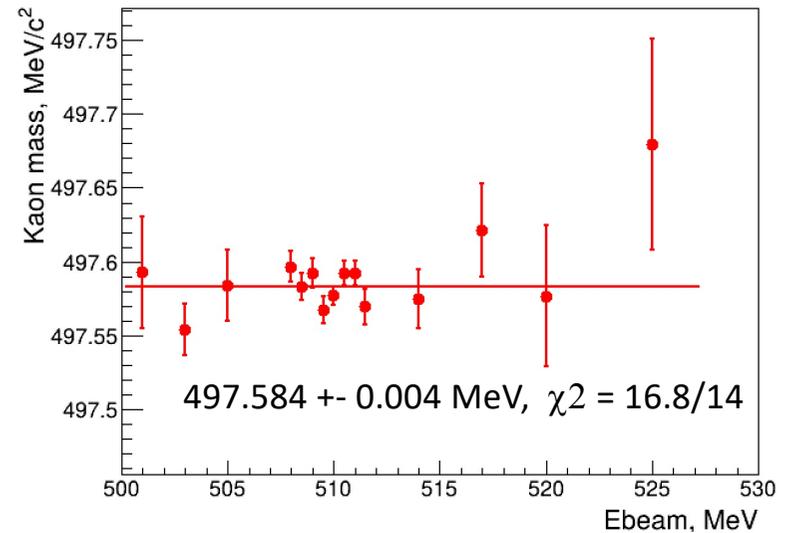
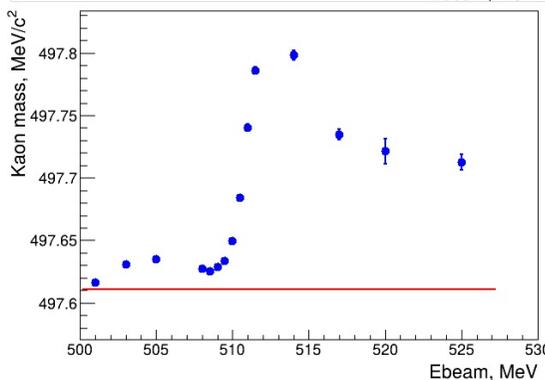
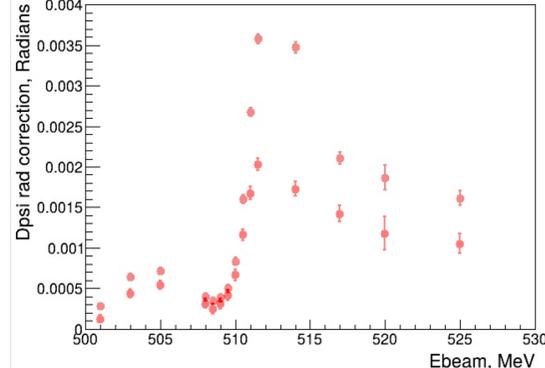
Систематические погрешности. Радпоправка (2)

Более кардинальная проверка получается если фитировать углы в области 0.1-0.1 от максимума - использовать весь пик распределения.



Разрешение больше не монотонно с энергией – фит цепляет рад.хвост

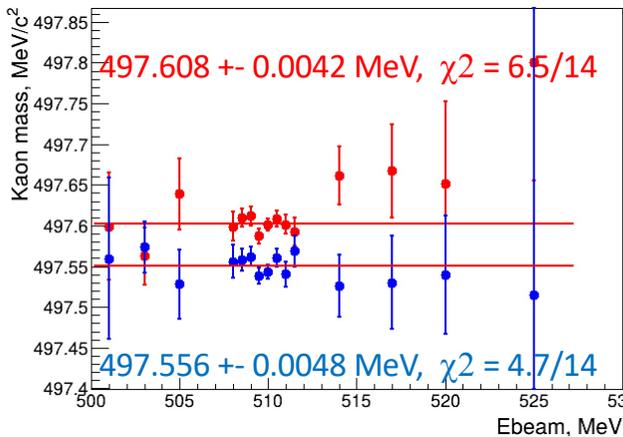
Поправка вырастает в 2 раза
масса каона сдвигается на **3 кэВ**



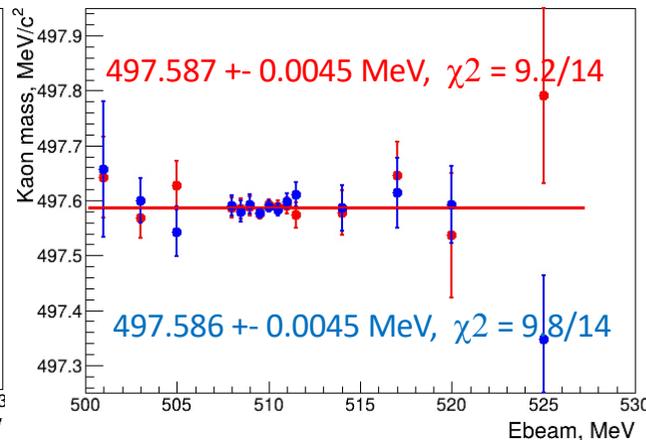
$$m(K^0) = 497.587 \pm 0.004(\text{stat}) \pm 0.009(\text{syst.cal}) \pm 0.002(\text{syst.res}) \pm 0.004(\text{syst.fit}) \pm 0.003(\text{syst.rad}) \dots (?)$$

Систематические погрешности. Углы

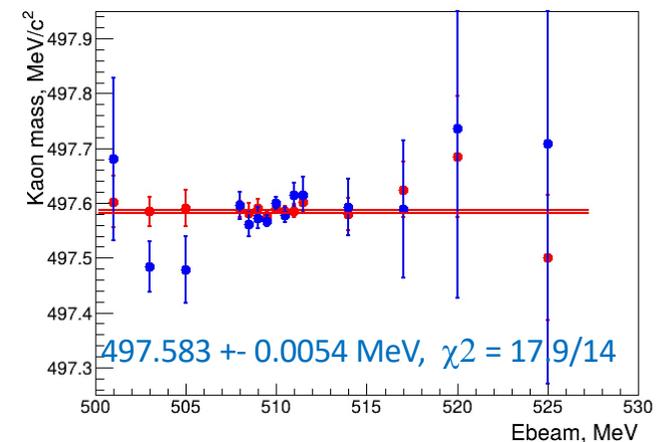
Делаются поправки к углам Фи для каждого трека используя функции от импульса с небольшим – 10-15% масштабированием, и требуется, чтобы для каждой точки масса каона для «птичек» и «рыбок» согласовывалась в пределах стат.ошибок. Для крайних точек, где пионов мало, брались поправки из ближайших по энергии.



До поправок на углы пионов



После поправок на углы «птички-рыбки» отличаются на **1 кэВ** и среднее не изменилось.

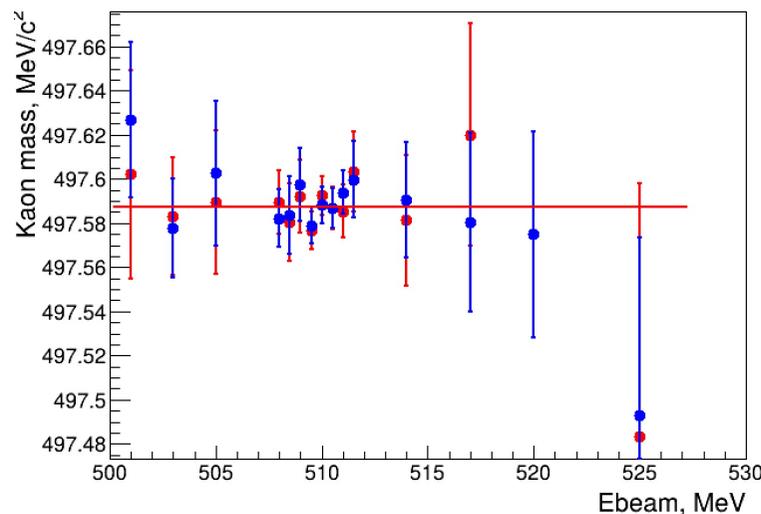
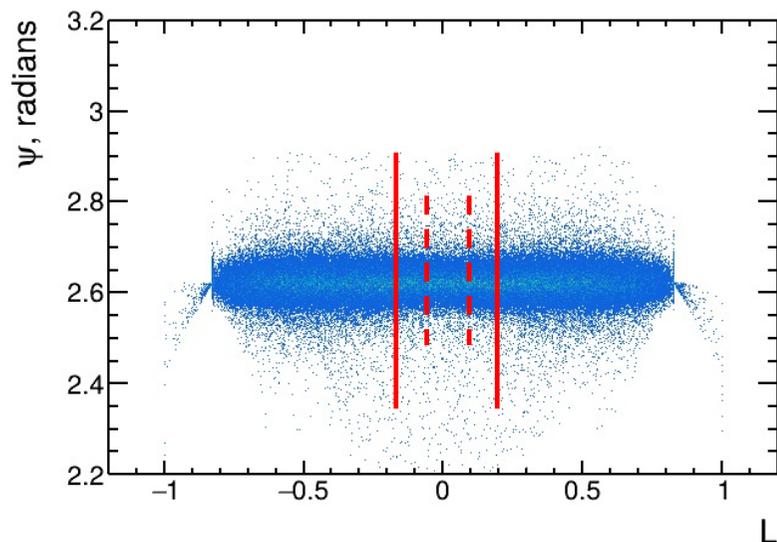


Более жесткий тест – все треки летят поперек в пределах ± 0.2 радиана. Число событий уменьшилось в 2 раза. Изменение на **4 кэВ**.

$$m(K^0) = 497.587 \pm 0.004(\text{stat}) \pm 0.009(\text{syst.cal}) \pm 0.002(\text{syst.res}) \pm 0.004(\text{syst.fit}) \pm 0.003(\text{syst.rad}) \pm 0.004(\text{syst.ang}) \dots (?)$$

Систематические погрешности. Еще тесты

1. Параметр LogY в формуле для получения распределения поправлялся или используя поправки к импульсам из моделирования, или просто модифицировался линейно или сдвигался так, чтобы распределение по длине выстраивалось в линейку по гауссовому профилю. Перепроверка дала сдвиг на **1 кэВ** - **497.586 ± 0.004(stat)**
2. «Стандартный» тест – изменение диапазона с ± 0.2 на ± 0.1 или на ± 0.3 – сдвиг не более **1 кэВ** - **497.587 ± 0.0045(stat)** для ± 0.1 и **497.588 ± 0.0039(stat)** для ± 0.3



$$m(K^0) = 497.587 \pm 0.004(\text{stat}) \pm 0.009(\text{syst.cal}) \pm 0.002(\text{syst.res}) \pm 0.004(\text{syst.fitE}) \pm 0.003(\text{syst.rad}) \pm 0.004(\text{syst.ang}) \pm 0.001(\text{syst.mom}) \pm (?)$$

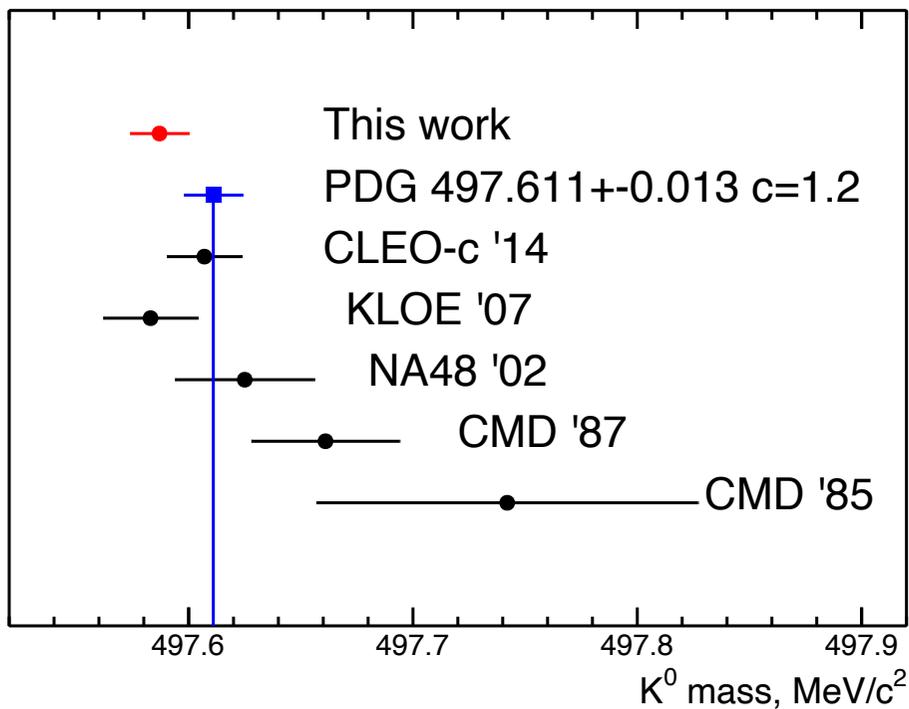
Систематические погрешности.

Uncertainty source	Mass correction, MeV/c ²	Mass uncertainty MeV/c ²
Energy calibration	0.0085	0.009
Energy fit variation	-	0.004
Energy spread at ϕ	-	0.002
log(Y) corrections	-	0.001
$ \log(Y) < 0.2$ cut	-	0.001
Angle corrections	-	0.002
Strong angle cut ± 0.2	-	0.004
ψ_c resolution correction	0.005÷0.010	0.002
Radcorr (E_{beam} spread shift)	0.002	0.002
Radcorr (ψ fit)	0.015÷0.100	0.003
Sum in quadrature		0.012

Результат (preliminary)

$$m(K^0) = 497.587 \pm 0.004(\text{stat}) \pm 0.009(\text{syst.calbr}) \pm 0.008(\text{syst.cmd}), \text{ MeV}/c^2$$

$$m(K^0) = 497.587 \pm 0.004(\text{stat.}) \pm 0.012(\text{syst.}), \text{ MeV}/c^2 \quad (+- 12.7 \text{ keV}/c^2)$$

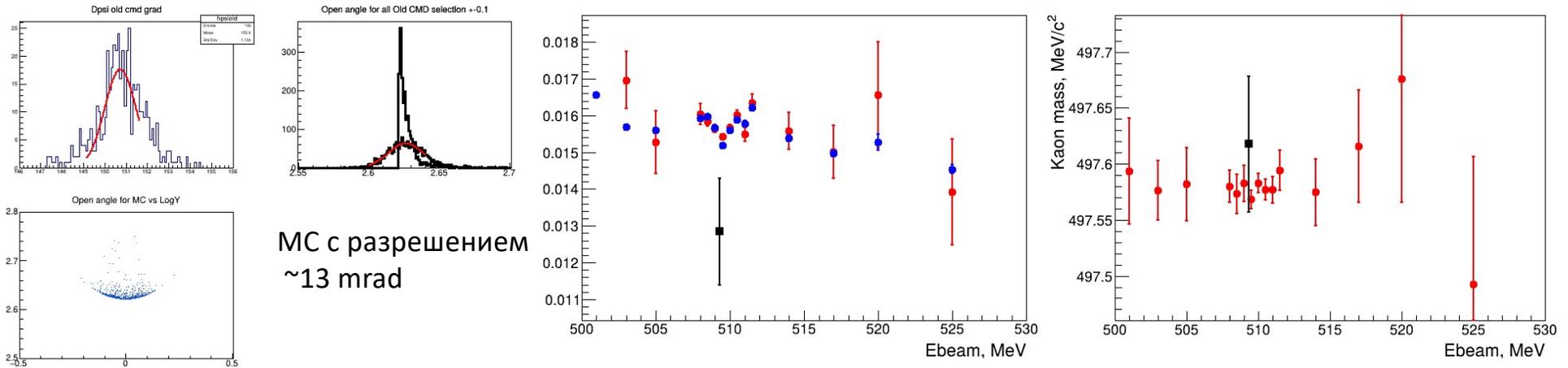


- Самое точное измерение с 600к событий (как NA48) – основная ошибка идет от калибровок энергии!
- На 1.27 ошибки отличается от PDG – тянут старые измерения КМД c=1.2
- Практически совпадает с KLOE – тоже калибровка по Фи-мезону

Back to the future

Экскурс в историю:

Фит распределения из статьи 1987 года и поправка из нашего моделирования



Отбор $dP/P < 0.1$ собирает довольно широкую область вокруг предельного угла - поправка 0.0045 радиана (~ 200 keV)

$$M_{ksOld} = 497.618 \pm 0.061$$

В статье для этой точки приводится значение

$$M_{ks} = 497.657 \pm 0.048 \text{ (высреднено по 2-м наборам)}$$

BACK UP

Есть углы. Есть радпоправка. Какие взять энергии?

Есть два набора значений энергии для использования в данном анализе.

- Один взят с нашего сайта и получен путем высреднения многих измерений лазером в течении набора статистики. Для энергии и разброса в пучке.

- Второй набор сделан и опубликован СНД в работе по измерению сечения Фи -> [KSKL](#): получен методом фитирования суммарных распределений энергетических спектров обратного комптона. Это позволило более надежно определять энергетический разброс, и кроме того как-то высреднять небольшие уходы энергии.

Table IV			СНД (Ebeam)				СНД (Ecm)				Сайт КМД-3			
E , GeV	σ_E , keV	IL , pb ⁻¹												
1000.280 ± 0.086	249 ± 58	601.2 ± 2.3 ± 11.0	500.954	0.015	0.237	0.006	501.0	500.928	0.008	0.247				
1001.908 ± 0.030	335 ± 8	634.2 ± 2.5 ± 2.7	502.993	0.011	0.252	0.008	503.0	502.980	0.005	0.257				
1005.986 ± 0.022	356 ± 11	1680.2 ± 4.1 ± 7.3	504.798	0.008	0.250	0.009	505.0	504.797	0.010	0.244				
1009.596 ± 0.016	352 ± 13	725.7 ± 2.7 ± 4.3	507.868	0.009	0.272	0.009	508.0	507.862	0.007	0.278				
1015.736 ± 0.018	385 ± 13	627.9 ± 2.5 ± 4.2	508.400	0.017	0.248	0.014	508.5	508.404	0.008	0.245				
1016.800 ± 0.034	351 ± 20	1650.1 ± 4.4 ± 8.4	508.957	0.016	0.249	0.013	509.0	508.956	0.009	0.251				
1017.914 ± 0.032	352 ± 18	1257.5 ± 3.7 ± 7.4	509.539	0.008	0.264	0.006	509.5	509.528	0.005	0.270				
1019.078 ± 0.016	373 ± 8	2454.7 ± 5.7 ± 14.5	509.970	0.008	0.281	0.008	510.0	509.956	0.006	0.294				
1019.940 ± 0.016	397 ± 11	2637.2 ± 6.0 ± 13.4	510.454	0.007	0.280	0.009	510.5	510.458	0.007	0.288				
1020.908 ± 0.014	396 ± 13	1426.6 ± 4.1 ± 6.2	511.046	0.007	0.257	0.008	511.0	511.033	0.006	0.268				
1022.092 ± 0.014	363 ± 11	1232.5 ± 3.7 ± 7.3	511.466	0.014	0.261	0.016	511.5	511.448	0.008	0.277				
1022.932 ± 0.028	369 ± 23	820.0 ± 2.9 ± 4.2	513.868	0.012	0.264	0.012	514.0	513.864	0.009	0.269				
1027.736 ± 0.024	373 ± 17	659.2 ± 2.6 ± 5.0	516.908	0.018	0.259	0.011	517.0	516.900	0.011	0.255				
1033.816 ± 0.036	366 ± 16	537.4 ± 2.3 ± 4.1	519.894	0.018	0.299	0.016	520.0	519.897	0.013	0.290				
1039.788 ± 0.036	423 ± 23	585.8 ± 2.5 ± 9.0	524.902	0.023	0.302	0.016	525.0	524.902	0.016	0.295				
1049.804 ± 0.046	427 ± 23	634.2 ± 2.6 ± 5.4												
1060.016 ± 0.032	393 ± 35	607.1 ± 2.5 ± 3.6												
1100.020 ± 0.046	447 ± 13	1426.1 ± 4.4 ± 6.2												