

# ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ РАСПАДА

$$D_{s0}^*(2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0$$

Н. Н. Ачасов и Г. Н. Шестаков

Лаборатория теоретической физики, Институт математики  
им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

Выяснена общая структура амплитуды нарушающего изоспин распада  $D_{s0}^*(2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0$ . Для ширины этого распада получена оценка:  $\Gamma_{res}(M_{res}^2) \approx 95 - 130$  кэВ. Отмечается, что эффект нарушения изотопической инвариантности для  $D_{s0}^*(2317)^+$ -феномена во многом похож на хорошо известное пороговое явление смешивания  $a_0(980)^0$ - и  $f_0(980)$ -резонансов.

Прежде чем представить наш феноменологический анализ механизма распада  $D_{s0}^*(2317)^+$ -резонанса на  $D_s^+\pi^0$ , остановимся кратко на текущем статусе этого уникального объекта. Резонанс  $D_{s0}^*(2317)^+$  был открыт на ускорителе BaBar в 2003 году в реакции  $e^+e^- \rightarrow D_s^+\pi^0 X$  в виде узкого пика в  $D_s^+\pi^0$ -спектре масс. Затем  $D_{s0}^*(2317)^+$  исследовался на установках CLEO, BaBar, Belle, BESIII и Belle II. Состояние  $D_{s0}^*(2317)^+$  замечательно тем, что оно распадается по единственному кинематически разрешённому адронному каналу  $D_s^+\pi^0$ , нарушающему закон сохранения изотопического спина.

В потенциальных моделях масса скалярного  $c\bar{s}$  –  $D_{s0}^{*+}$ -состояния ожидалась в районе  $\approx 2480$  МэВ и поэтому, благодаря распадам на  $D^0K^+$  и  $D^+K^0$ , оно должно было иметь большую ширину ( $>100$  МэВ). Обнаружилось же оно приблизительно на 160 МэВ ниже по массе и с шириной  $< 10$  МэВ. Это привело к предположениям, что  $D_{s0}^*(2317)^+$  может вообще не принадлежать к семейству  $D_s^+$ -мезонов, а являться своего рода экзотической частицей типа молекулярного четырёхкваркового состояния. Сегодня модель динамически генерируемого под  $DK$ -порогом связанного  $(DK + D_s\eta)$ -состояния,  $D_{s0}^*(2317)^+$ , весьма популярна. Но естественный вопрос — где в таком случае легчайшее  $c\bar{s} J^P = 0^+$ -состояние? — также никто не отменял.

Основными источниками нарушения изоспина в распадах  $D_{s0}^*(2317)^\pm \rightarrow D_s^\pm \pi^0$  являются разности масс заряженных и нейтральных  $D$ -мезонов и каонов, а также  $\pi^0 - \eta$ -смешивание. Согласно одной из последних теоретических оценок, ширина распада  $\Gamma(D_{s0}^*(2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0)$  составляет  $(132 \pm 7)$  кэВ, из которых на долю  $\pi^0 - \eta$ -смешивания приходится  $(20 \pm 2)$  кэВ, на вклад от разности  $D^0 K^{+-}$  и  $D^+ K^0$ -петель —  $(50 \pm 3)$  кэВ, а остальное обязано конструктивной интерференции между вкладами этих двух механизмов. Хотя имеющиеся другие оценки отдельных вкладов в  $\Gamma(D_{s0}^*(2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0)$  обнаруживают заметный разброс, они согласуются между собой по порядку величины.

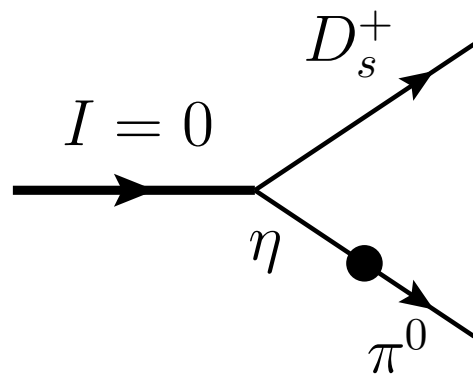
Перейдём теперь к изложению нашей работы. В ней мы строим для связанных каналов  $D^0 K^+$ ,  $D^+ K^0$ ,  $D_s^+ \eta$  и  $D_s^+ \pi^0$   $S$ -волновые амплитуды рассеяния, учитывающие смешивание изоскалярного резонанса  $D_{s0}^*(2317)^+$  с нерезонансными амплитудами с изоспином  $I=1$ . Наш подход позволяет достаточно просто выяснить общую структуру амплитуды нарушающего изоспин распада  $D_{s0}^*(2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0$ . Мы показываем, что фаза этой амплитуды совпадает с фазой нерезонансной амплитуды  $D_s^+ \pi^0$ -рассеяния в согласии с теоремой Ферми-Ватсона о взаимодействии в конечном состоянии, а её квадрат модуля, как и должно быть, определяет ширину резонансного пика в  $D_s^+ \pi^0$ -канале.

Наш анализ дополняет описание распада  $D_{s0}^*(2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0$ , основанное на многоканальной унитаризованной киральной теории возмущений. Полученные нами численные оценки для ширины перехода  $D_{s0}^*(2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0$  не противоречат имеющимся в литературе.

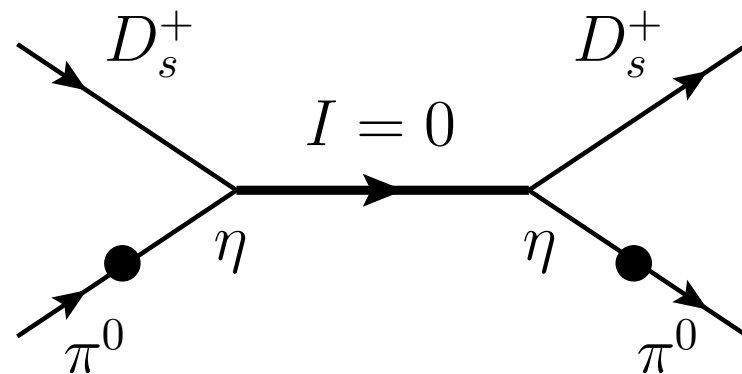
Итак, сначала для четырёх связанных каналов  $D^0 K^+$ ,  $D^+ K^0$ ,  $D_s^+ \eta$  и  $D_s^+ \pi^0$  (которые далее для краткости будем обозначать номерами 1, 2, 3 и 4 соответственно) мы построим  $S$ -волновые амплитуды рассеяния отдельно с изотопическим спином  $I = 0$  и  $I = 1$ , затем учтём их смешивание и опишем одетое смешиванием  $D_{s0}^*(2317)^+$ -резонансное состояние.

### Сектор с $I = 0$ .

Рассмотрим состояние с открытым чармом  $C = +1$ , странностью  $S = +1$ , изоспином  $I = 0$ , спин-чётностью  $J^P = 0^+$  и массой  $m_r \simeq 2317.8$  МэВ. Обозначим его как  $D_{s0}^*(2317)^+$ . Наличие пары  $c\bar{s}$  в кварковой структуре  $D_{s0}^*(2317)^+$  говорит о его возможно значительных связях с закрытыми  $D^0K^{+-}$ ,  $D^+K^0$ - и  $D_s^+\eta$ -канлами (их пороги равны соответственно 2358.517 МэВ, 2367.111 МэВ и 2516.212 МэВ). В пределах изотопической инвариантности такое состояние стабильно. Однако  $\pi^0 - \eta$ -смешивание приводит, как показано ниже на рис. 1, к возможности его распада с нарушением изоспина по каналу  $D_s^+\pi^0$ , порог которого равен 2103.327 МэВ, а также к возможности резонансного  $D_s^+\pi^0$ -рассеяния через  $D_{s0}^*(2317)^+$  промежуточное состояние.



(a)



(b)

Рис. 1. (a) Распад состояния  $D_{s0}^*(2317)^+$  с  $I = 0$  на  $D_s^+\pi^0$  и (b)  $D_s^+\pi^0$ -рассеяния через  $D_{s0}^*(2317)^+$  промежуточное состояние, происходящие за счёт  $\pi^0 - \eta$ -смешивания. Каждый чёрный кружок на этом рисунке, а также на рис. 2 и 4, обозначает амплитуду  $\pi^0 - \eta$ -смешивания  $\Pi_{\pi^0\eta}$ .

Связь изоскалярного  $D_{s0}^*(2317)^+$ -состояния с  $D_s^+\pi^0$ -каналом за счёт  $\pi^0 - \eta$ -смешивания приводит к вкладу в его поляризионный оператор. Корректно рассчитать этот петлевой вклад, обозначаемый как  $\ddot{G}_{44}(s)$ , во втором порядке по амплитуде  $\pi^0 - \eta$ -смешивания  $\Pi_{\pi^0\eta}$  можно с помощью диаграмм в левой или правой частях равенства на рис. 2.

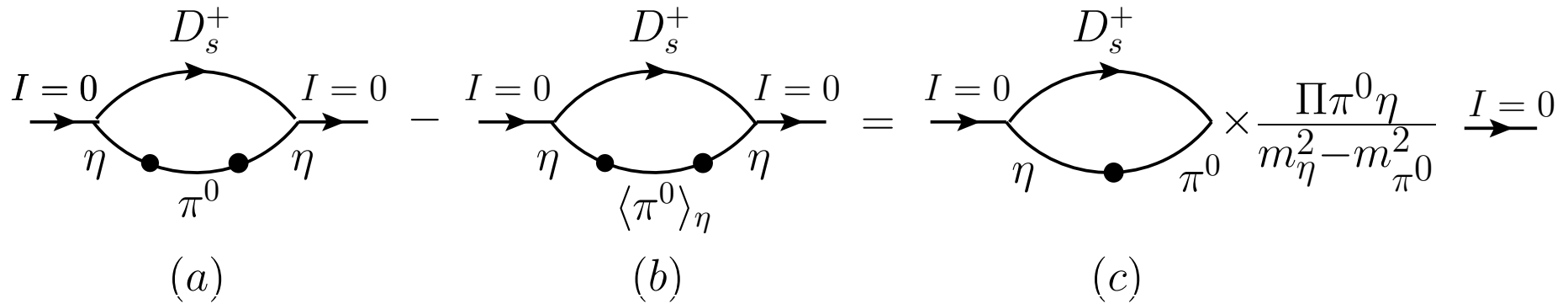


Рис. 2. Два способа расчёта функции  $\ddot{G}_{44}(s)$ . Например, согласно правой части,  $\ddot{G}_{44}(s) = \dot{G}_{34}(s) \times \Pi_{\pi^0\eta} / (m_\eta^2 - m_{\pi^0}^2)$ .

Отметим, что мнимые части диаграмм (а) и (б) обладают корневыми пороговыми сингулярностями, т.е. они  $\sim 1/\sqrt{s - (m_{D_s^+} + m_\eta)^2}$ . В разности диаграмм (а) и (б) эти "плохие" сингулярности сокращаются. Функция  $\dot{G}_{34}(s)$ , определённая диаграммой (с), подобных сингулярностей не имеет.

$S$ -волновые амплитуды реакций  $i \rightarrow j$   $T_{ij}^I(s)$  (где  $i$  и  $j$  — номера каналов, а  $s$  — квадрат инвариантной массы в канале  $i$  и  $j$ ), отвечающие вкладу  $D_{s_0}^*(2317)^+$ -резонанса с  $I = 0$ , запишем в стандартном виде

$$T_{ij}^0(s) = \frac{g_i^0 g_j^0}{D_r^0(s)} = \frac{g_i^0 g_j^0}{m_r^2 - s + \text{Re} \Pi_r^0(m_r^2) - \Pi_r^0(s)}, \quad (1)$$

где  $1/D_r^0(s)$  — пропагатор  $D_{s_0}^*(2317)^+$ ,  $g_i^0$  — константа связи  $D_{s_0}^*(2317)^+$  с каналом  $i$ , при этом  $g_4^0 = \epsilon g_3^0$ , где

$\epsilon = \Pi_{\pi^0\eta}/(m_\eta^2 - m_{\pi^0}^2)$  — параметр  $\pi^0 - \eta$ -смешивания. Здесь мы будем ориентироваться на величину  $\epsilon \simeq -0.014$ . Поляризационный оператор  $\Pi_r^0(s)$  в (1) представляет собой сумму собственно-энергетических частей резонанса  $D_{s_0}^*(2317)^+$ , обусловленных  $D^0K^{+-}$ ,  $D^+K^{0-}$ ,  $D_s^+\eta^-$  и  $D_s^+\pi^0$ -промежуточными состояниями, т.е.

$$\Pi_r^0(s) = \sum_{i=1,2,3} \frac{(g_i^0)^2}{16\pi} G_{ii}(s) + \frac{(g_3^0)^2}{16\pi} \ddot{G}_{44}(s), \quad (2)$$

где функции  $G_{ii}(s)$  задаются дисперсионными петлевыми интегралами, вычтенными на порогах соответствующих  $i$ -каналов, а способы расчёта функции  $\ddot{G}_{44}(s)$  были представлены выше на рис. 2.

Удобно записать константы связи  $g_i^0$  в виде  $g_i^0 = g_1^0 \eta_i^0$ , где  $\eta_i^0 = g_i^0/g_1^0$  — константы в масштабе  $g_1^0$ , и определить приведённый (безразмерный) пропагатор  $D_{s_0}^*(2317)^+$ -резонанса  $1/\tilde{D}_r^0(s) = 1/[D_r^0(s)/(g_1^0)^2]$ . В этих обозначениях  $T_{ij}^0(s) = \eta_i^0 \eta_j^0 / \tilde{D}_r^0(s)$ . В силу изотопической инвариантности  $\eta_1^0 = \eta_2^0 = 1$  и по определению  $\eta_4^0 = \epsilon \eta_3^0$ . Значение  $\eta_3^0$  можно найти в рамках конкретной модели взаимодействия изоскалярного  $D_{s_0}^*(2317)^+$ -состояния с каналами  $D^0 K^+$ ,  $D^+ K^0$  и  $D_s^+ \eta$ . Например, в  $c\bar{s}$ -модели относительные величины констант связи  $D_{s_0}^*(2317)^+$  с каналами  $D^0 K^+$ ,  $D^+ K^0$  и  $D_s^+ \eta$  легко определить с помощью диаграммы на рис. 3.

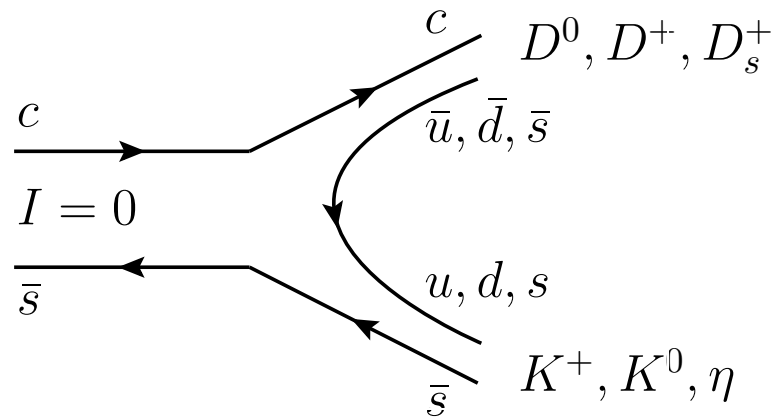


Рис. 3. Связь  $c\bar{s}$ -состояния с каналами  $D^0K^+$ ,  $D^+K^0$  и  $D_s^+\eta$  происходит вследствие рождения  $q\bar{q}$ -пар с вакуумными квантовыми числами. Обычное правило кваркового счёта, вместе с представлением конечной  $s\bar{s}$ -пары в терминах физических состояний  $\eta$  и  $\eta'$  с определёнными массами, приводят к соотношениям  $\eta_1^0 : \eta_2^0 : \eta_3^0 = 1 : 1 : -\cos\vartheta = 1 : 1 : -0.687$ , где угол  $\vartheta$  выражается через угол смешивания в нонете лёгких псевдоскалярных мезонов.

Если все  $\eta_i^0$  известны, то оценку общей константы  $(g_1^0)^2$  можно получим, используя имеющиеся в литературе (пока только теоретические) оценки длины  $DK$ -рассеяния в канале с  $I = 0$ ,  $a_{DK}^{(0)}$ . Мы будем ориентироваться на  $a_{DK}^{(0)} \approx -1$  фм. В нашей нормировке

$$a_{DK}^{(0)} = \frac{2T_{11}^0(s)}{8\pi\sqrt{s}} \Big|_{\sqrt{s}=(m_{D^0}+m_{K^+})} \approx -1 \text{ фм.} \quad (3)$$

Отсюда находим  $(g_1^0)^2/(16\pi) \approx 1.88 \text{ ГэВ}^2$ , а из формулы для ширины распада  $D_{s0}^*(2317) \rightarrow D_s\pi^0$ ,

$$\sqrt{s}\Gamma_r(s) = \frac{(g_3^0)^2}{16\pi} \left( \frac{\Pi_{\pi^0\eta}}{m_\eta^2 - m_{\pi^0}^2} \right)^2 \rho_{D_s^+\pi^0}(s) = \frac{(g_3^0)^2}{16\pi} \text{Im } \ddot{G}_{44}(s), \quad (4)$$

где  $\rho_{D_s^+ \pi^0}(s) = \sqrt{[s - (m_{D_s^+} + m_{\pi^0})^2][s - (m_{D_s^+} - m_{\pi^0})^2]}/s$ ,  
получаем, что за счёт механизма  $\pi^0 - \eta$ -смешивания,  
 $\Gamma_r(m_r^2) \approx 19.3$  кэВ. Итак, мы полностью определили  
резонансные амплитуды  $T_{ij}^0(s)$ .

**Сектор с  $I = 1$ .** Перейдём к построению  $S$ -волновых  
нерезонансных амплитуд реакций  $i \rightarrow j$  с изоспином  
 $I = 1$  в  $s$ -канале  $T_{ij}^1(s)$ . Здесь в качестве путеводителя  
нам послужит теоретико-полевая модель Захариазена  
для одноканальной  $S$ -волновой амплитуды рассеяния.  
Амплитда  $T(s)$  в этой модели точно совпадает с  
результатом суммирования всех цепочек  $s$ -канальных  
петлевых диаграмм в теории с лагранжианом  $\mathcal{L} =$   
 $-\lambda_0 \varphi_a^4$ , где  $\lambda_0$  — затравочная константа связи и  $\varphi_a$   
— скалярное поле с массой  $m_a$ . Мы воспользуемся  
простейшим обобщением такой модели на случай

связанных каналов  $D^0K^+$ ,  $D^+K^0$ ,  $D_s^+\eta$  и  $D_s^+\pi^0$  с  $I = 1$ , которое приводит к амплитудам вида

$$T_{ij}^1(s) = \frac{-\lambda\eta_i^1\eta_j^1}{D_n^1(s)} = \frac{-\lambda\eta_i^1\eta_j^1}{1 + \Pi_n^1(s)}. \quad (5)$$

Здесь индекс  $n$  указывает, что соответствующие величины относятся к нерезонансному случаю; поляризационный оператор  $\Pi_n^1(s)$  определяется выражением:

$$\Pi_n^1(s) = \frac{\lambda}{16\pi} \left[ \sum_{i=1,2,4} (\eta_i^1)^2 G_{ii}(s) + (\eta_4^1)^2 \ddot{G}_{33}(s) \right], \quad (6)$$

где  $G_{11}(s)$ ,  $G_{22}(s)$  и  $G_{44}(s)$  — дисперсионные петлевые интегралы, вычтенные на порогах соответствующих каналов; функция  $\ddot{G}_{33}(s) = -\ddot{G}_{44}(s)$ ;  $\lambda$  — константа связи;  $\eta_1^1 = -\eta_2^1 = 1/\sqrt{2}$ ,  $\eta_4^1 = 1$ ; в (5)  $\eta_3^1 = -\epsilon\eta_4^1$ .

Введём также приведённый пропагатор  $1/\tilde{D}_n^1(s) = 1/[D_n^1(s)/(-\lambda)]$ . В этих терминах  $T_{ij}^1(s) = \eta_i^1 \eta_j^1 / \tilde{D}_n^1(s)$ . При отрицательных значениях  $\lambda$  модель даёт хороший пример нерезонансной амплитуды и фазы  $D_s^+ \pi^0$ -рассеяния (или амплитуды и фазы фона):

$$\begin{aligned}
 T_{44}^1(s) = \eta_4^1 \eta_4^1 / \tilde{D}_n^1(s) &= 1/\tilde{D}_n^1(s) = \frac{16\pi}{\rho_{D_s^+ \pi^0}(s)} [-\text{Im } \tilde{D}_n^1(s) / \tilde{D}_n^1(s)] \\
 &= \frac{16\pi}{\rho_{D_s^+ \pi^0}(s)} e^{i\delta_0^1(s)} \sin \delta_0^1(s). \quad (7)
 \end{aligned}$$

Обратим внимание, что в секторе с  $C = S = +1$  и  $I = 1$  все промежуточные состояния рассеяния должны быть, как минимум, четырёхкварковыми. Дополнительно предполагается, что затравочное взаимодействие между состояниями непрерывного спектра  $D^0 K^+$ ,  $D^+ K^0$  и  $D_s^+ \pi^0$  осуществляется за счёт

перегруппировки валентных кварков между сталкивающимися частицами.

Итак, мы построили резонансные амплитуды  $T_{ij}^0(s)$  в секторе с изоспином  $I = 0$  и нерезонансные амплитуды  $T_{ij}^1(s)$  в секторе с изоспином  $I = 1$ , которые пока ничего не знают друг о друге. Теперь мы готовы перейти к рассмотрению смешивания этих амплитуд, главным следствием которого будет подключение к работе, вероятно, основного механизма распада  $D_{s0}^*(2317) \rightarrow D_s \pi^0$ , возникающего за счёт неполной компенсации вкладов  $D^0 K^{+-}$  и  $D^+ K^0$ -петель в амплитуде  $D_{s0}^*(2317) \rightarrow D_s \pi^0$ -перехода. Неполная компенсация является, конечно, следствием неравенства масс нейтральных и заряженных  $D$ -мезонов и заряженных и нейтральных каонов.

## Смешенное $D_{s0}^*(2317)^+$ -состояние

Построить амплитуды  $T_{ij}$ , которые учитывали бы смешивание изоскалярного резонанса  $D_{s0}^*(2317)^+$  с нерезонансными амплитудами с изоспином  $I = 1$ , можно подобно тому, как это было сделано нами при рассмотрении явления  $a_0(980) - f_0(980)$ -смешивания (1979), т.е. путём решения соответствующих уравнений Дайсона. Результат для амплитуд  $T_{ij}$  будет такой, как при раскрытии выражения

$$T_{ij} = \eta_i^I \left( \begin{array}{cc} \tilde{D}_r^0(s) & -\tilde{\Pi}_{01}(s) \\ -\tilde{\Pi}_{10}(s) & \tilde{D}_n^1(s) \end{array} \right)_{I,I'}^{-1} \eta_j^{I'}, \quad (8)$$

Здесь функции  $\tilde{\Pi}_{01}(s)$  и  $\tilde{\Pi}_{10}(s)$  представляют собой недиагональные по изотопическому спину поляризационные операторы, ответственные за смешивание каналов с  $I = 0$  и  $1$ ;  $\tilde{\Pi}_{01}(s) = \tilde{\Pi}_{10}(s)$ .

Оператор  $\tilde{\Pi}_{01}(s)$  выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}\tilde{\Pi}_{01}(s) &= \frac{1}{16\pi} \left[ \eta_3^0 \dot{G}_{34}(s) \eta_4^1 + \eta_1^0 \hat{G}_{11}(s) \eta_1^1 + \eta_1^0 \hat{G}_{22}(s) \eta_2^1 \right] \\ &= \frac{1}{16\pi} \left[ -\dot{G}_{34}(s) \cos \vartheta + \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{G}_{11}(s) - \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{G}_{22}(s) \right]. \quad (9)\end{aligned}$$

Он сформирован двумя источниками нарушения изотопической инвариантности:  $\pi^0$  –  $\eta$ -смешиванием (вклад  $\sim \dot{G}_{34}(s)$ ) и разностями масс заряженных и нейтральных  $D$ -мезонов и каонов. Благодаря последнему, петлевые вклады от  $D^0 K^{+-}$  и  $D^+ K^0$ -промежуточных состояний  $\hat{G}_{11}(s)$  и  $\hat{G}_{22}(s)$ , входящие в  $\tilde{\Pi}_{01}(s)$  с противоположными знаками, не полностью компенсируют друг друга. Промежуточные состояния в  $\tilde{\Pi}_{01}(s)$  не обладают определённым изотопическим спином и поэтому дают вклад в смешивание. Отметим,

что вклады в  $\tilde{\Pi}_{01}(s)$  описываются сходящимися выражениями. Таким образом из (8) мы получаем

$$T_{ij} = \frac{\eta_i^0 \tilde{D}_n^1(s) \eta_j^0 + \eta_i^0 \tilde{\Pi}_{01}(s) \eta_j^1 + \eta_i^1 \tilde{\Pi}_{10}(s) \eta_j^0 + \eta_i^1 \tilde{D}_r^0(s) \eta_j^1}{\tilde{D}_r^0(s) \tilde{D}_n^1(s) - \tilde{\Pi}_{01}^2(s)}. \quad (10)$$

Рассмотрим подробно амплитуду  $T_{D_s^+ \pi^0 \rightarrow D_s^+ \pi^0}(s)$ , т.е.  $T_{44}(s)$ , отвечающую единственному открытому в районе  $D_{s0}^*(2317)^+$ -резонанса адронному каналу  $D_s^+ \pi^0$ , и представим её в виде суммы “фон + резонанс” (резонанс, одетый фоном):

$$\begin{aligned}
T_{44} &= \frac{\eta_4^0 \tilde{D}_n^1(s) \eta_4^0 + \eta_4^0 \tilde{\Pi}_{01}(s) \eta_4^1 + \eta_4^1 \tilde{\Pi}_{10}(s) \eta_4^0 + \eta_4^1 \tilde{D}_r^0(s) \eta_4^1}{\tilde{D}_r^0(s) \tilde{D}_n^1(s) - \tilde{\Pi}_{01}^2(s)} \\
&= \frac{\eta_4^1 \eta_4^1}{\tilde{D}_n^1(s)} + \frac{\left( \eta_4^0 + \frac{\tilde{\Pi}_{01}(s) \eta_4^1}{\tilde{D}_n^1(s)} \right)^2}{\tilde{D}_r^0(s) - \frac{\tilde{\Pi}_{01}^2(s)}{\tilde{D}_n^1(s)}} \\
&= \frac{16\pi}{\rho_{D_s^+ \pi^0}(s)} \left\{ \frac{e^{2i\delta_0^1(s)} - 1}{2i} + e^{2i\delta_0^1(s)} T_{res}(s) \right\}. \quad (11)
\end{aligned}$$

Здесь во втором равенстве первое слагаемое есть амплитуда фона, а выражение в скобках в числителе второго слагаемого представляет собой амплитуду распада одетого фоном изоскалярного резонанса  $D_{s0}^*(2317)^+$  на  $D_s^+ \pi^0$  за счёт нарушения изоспина.

Обозначим эту амплитуду как  $V_{res}(s)$  и запишем её в следующем виде:

$$V_{res}(s) = e^{i\delta_0^1(s)} \left\{ -\epsilon \cos \vartheta \cos \delta_0^1(s) + \left[ -\cos \vartheta \operatorname{Re} \dot{G}_{34}(s) + \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{G}_{11}(s) - \hat{G}_{22}(s)) \right] \frac{\sin \delta_0^1(s)}{\rho_{D_s^+ \pi^0}(s)} \right\} = e^{i\delta_0^1(s)} v_{res}(s). \quad (12)$$

Эффект смешивания резонанса с  $I = 0$  и фона с  $I = 1$  здесь очевиден. В частности, фаза амплитуды распада  $V_{res}(s)$  определяется фазой нерезонансной амплитуды  $D_s^+ \pi^0$ -рассеяния в согласии с теоремой Ферми-Ватсона о взаимодействии в конечном состоянии (или с требованием унитарности). Амплитуда  $V_{res}(s)$  на языке диаграмм наглядно представлена на рис. 4.

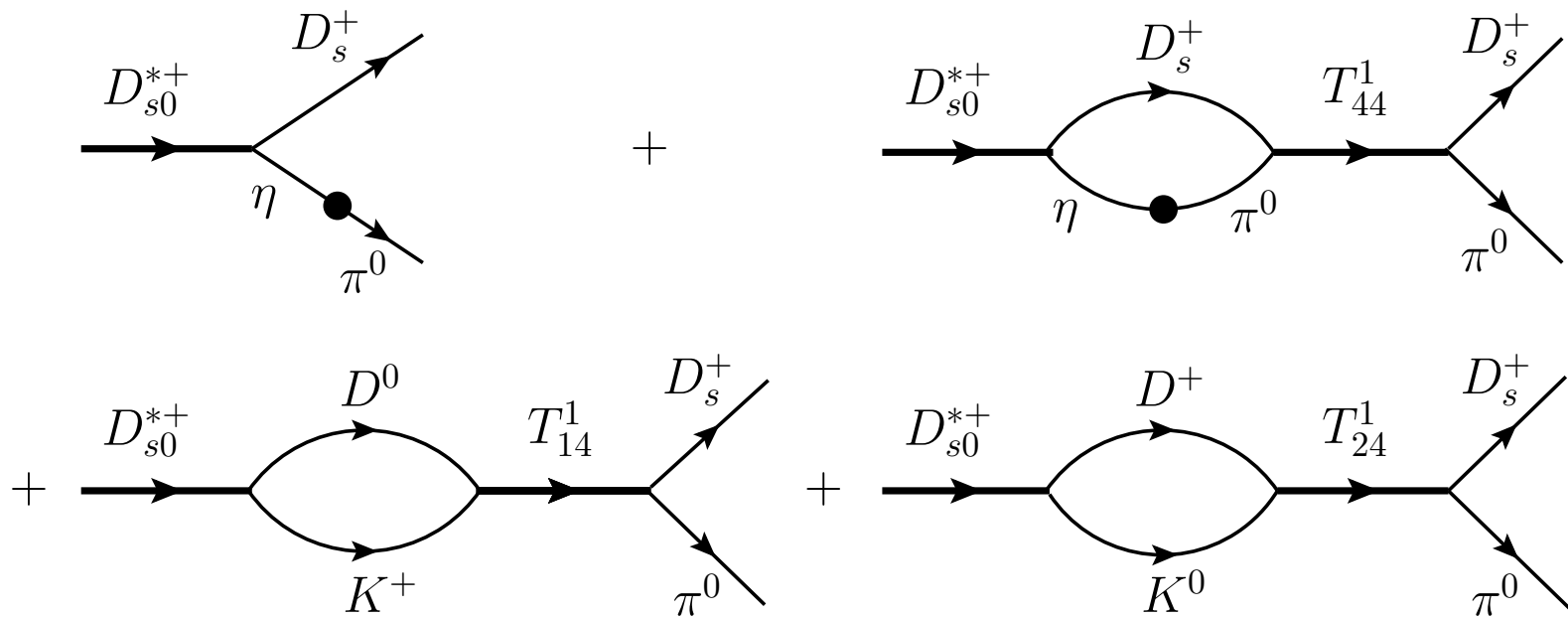


Рис. 4. Древесная и петлевые диаграммы, определяющие амплитуду распада  $D_{s0}^{*+}(2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0$ .

В используемой нами нормировке ширина распада  $D_{s0}^*(2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0$  выражается через амплитуду  $V_{res}(s)$  следующим образом:

$$\sqrt{s}\Gamma_{res}(s) = \frac{|g_1^0 V_{res}(s)|^2}{16\pi} \rho_{D_s^+ \pi^0}(s). \quad (13)$$

Резонансная амплитуды  $T_{res}(s)$  в (11) имеет вид

$$T_{res}(s) = \frac{\sqrt{s}\Gamma_{res}(s)}{M_{res}^2 - s + \text{Re}\Pi_{res}(M_{res}^2) - \Pi_{res}(s)}, \quad (14)$$

где  $M_{res}^2$  — масса изоскалярного резонанса, одетого изовекторным фоном, и поляризационный оператор

$$\Pi_{res}(s) = \Pi_r^0(s) + g_1^0 \frac{\tilde{\Pi}_{01}(s)\tilde{\Pi}_{10}(s)}{\tilde{D}_n^1(s)} g_1^0. \quad (15)$$

Второе слагаемое в  $\Pi_{res}(s)$  обусловлено изовекторным взаимодействием между частицами в петлях.

Вернёмся к формуле (12) для амплитуды  $V_{res}(s)$  и приведём численные значения формирующих её слагаемых при  $\sqrt{s} = M_{res} \simeq 2317.8$  МэВ [значения  $V_{res}(s)$  и фазы фона  $\delta_0^1(s)$  в этой точке обозначим как  $\bar{V}_{res}$  и  $\bar{\delta}_0^1$  соответственно]:

$$\bar{V}_{res} = e^{i\bar{\delta}_0^1} \{0.0096 \cos \bar{\delta}_0^1 + [0.0074 + 0.0395] \sin \bar{\delta}_0^1\}. \quad (16)$$

Значение  $\bar{\delta}_0^1$  неизвестно. Но мы можем проследить, как меняется ширина распада  $D_{s0}^*(2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0$  в зависимости от  $\bar{\delta}_0^1$ . Соответствующая картина представлена на рис. 5.

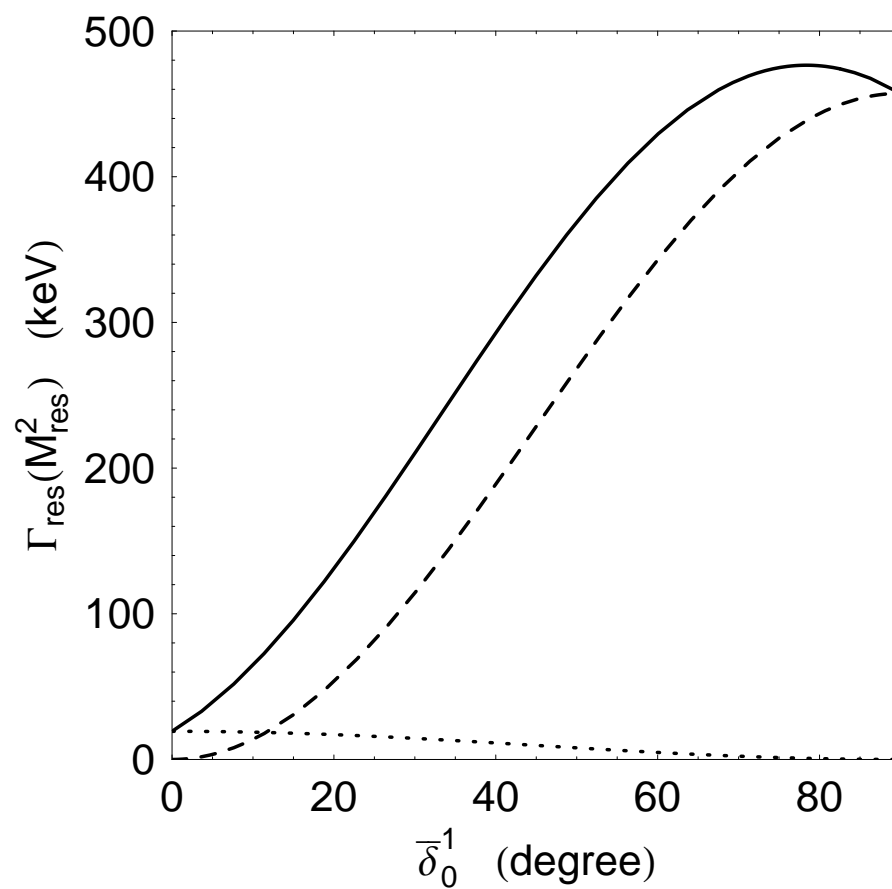


Рис. 5. Сплошная кривая — ширина распада  $D_{s0}^*(2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0$

при  $\sqrt{s} = M_{res} \simeq 2317.8$  МэВ как функция  $\bar{\delta}_0^1$ . Пунктирной и штриховой кривыми показаны вклады, обусловленные  $\pi^0 - \eta$ -смешиванием (пропорциональные  $\cos \bar{\delta}_0^1$ ) и мезонными петлями (пропорциональные  $\sin \bar{\delta}_0^1$ ) соответственно [см. (12)].

Хотя большие значения  $\bar{\delta}_0^1$  практически невероятны, формула (16) формально позволяет установить верхний предел для  $\Gamma_{res}(M_{res}^2)$ . Он составляет 475 кэВ при  $\bar{\delta}_0^1 = 78^\circ$ . Значения фазы фона  $\bar{\delta}_0^1 \approx 15^\circ - 20^\circ$  можно считать вполне разумными. Они приводят к  $\Gamma_{res}(M_{res}^2) \approx 95 - 130$  кэВ (см. рис. 5). Эти значения очень хорошо согласуются с расчётами  $\Gamma_{res}(M_{res}^2)$ , основанными на многоканальной унитаризованной киральной теории возмущений и КХД решётке. Отметим, что изотопический сдвиг массы  $D_{s0}^*(2317)^{+-}$ -резонанса при  $\bar{\delta}_0^1 = 15^\circ$  и  $20^\circ$  составляет  $-56$  кэВ и  $-67$  кэВ соответственно.

## Заключение

Из представленного анализа мы делаем следующие выводы.

1) Эффект нарушения изотопической инвариантности для  $D_{s0}^*(2317)^+$ -феномена во многом похож на хорошо известное пороговое явление смешивания  $a_0(980)^0$ - и  $f_0(980)$ -резонансов. В обоих случаях важную роль играют мезонные петли с участием  $K^+$  и  $K^0$ - мезонов.

2) Используемый нами феноменологический подход позволил достаточно просто выяснить общую структуру амплитуды нарушающего изоспин распада  $D_{s0}^*(2317)^+ \rightarrow D_s^+\pi^0$  и амплитуды  $S$ -волнового процесса рассеяния  $D_s^+\pi^0 \rightarrow D_s^+\pi^0$  в районе  $D_{s0}^*(2317)^+$ -резонанса. Полученные нами численные оценки для ширины распада  $D_{s0}^*(2317)^+ \rightarrow D_s^+\pi^0$  не противоречат имеющимся в литературе.

3) При этом важно, что построенные модельные выражения для комплекса смешанных амплитуд с  $I = 0$  и  $1$  удовлетворяют требованиями унитарности.

4) Наш подход полностью применим к описанию смешивания  $D_{s_0}^*(2317)^+$  с предполагаемым резонансным изовекторным состоянием  $T_{c\bar{s}}(2327)^+$ . Но здесь необходимо отметить, что двугорбый спектр  $\pi^+\pi^-$  в распаде  $D_{s_1}(2460)^+ \rightarrow D_s^+\pi^+\pi^-$ , давший намёк на существование состояний  $T_{c\bar{s}}(2327)$  с изоспином  $I = 1$ , может быть объяснён и без их введения.

5) Интересно распространить подобный феноменологический анализ на нарушающий изоспин распад  $D_{s_1}(2460)^+ \rightarrow D_s^{*+}\pi^0$ . Наличие спина у частиц в этом распаде привносит некоторые осложнения в расчёты при чисто релятивистском подходе.

# СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ

Доклад подготовлен в рамках государственного задания Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН, проект No. FWNF-2026-0034. Он основан на работе: N. N. Achasov and G. N. Shestakov, *Physical Review D* 112, 096004 (2025); arXiv:2508.15224.

## Приложение

Функция  $G_{ii}(s)$  однозначно определяется массами частиц  $a$  и  $b$  в  $i$ -ом канале . Пусть  $m_a > m_b$ . Тогда для  $i = 1$   $m_a = m_{D^0}$  и  $m_b = m_{K^+}$  и т.д. Положим  $G_{ii}(s) = I_{ab}(s)$ . Дисперионные петлевые интегралы  $I_{ab}(s)$  имеют вид: для  $s > m_{ab}^{(+)^2}$

$$\begin{aligned}
 I_{ab}(s) &= \frac{s - m_{ab}^{(+)^2}}{\pi} \int_{m_{ab}^{(+)^2}}^{\infty} \frac{\rho_{ab}(s') ds'}{(s' - m_{ab}^{(+)^2})(s' - s - i\varepsilon)} \\
 &= L_{ab}(s) + \rho_{ab}(s) \left( i - \frac{1}{\pi} \ln \frac{\sqrt{s - m_{ab}^{(-)^2}} + \sqrt{s - m_{ab}^{(+)^2}}}{\sqrt{s - m_{ab}^{(-)^2}} - \sqrt{s - m_{ab}^{(+)^2}}} \right), \quad (A1)
 \end{aligned}$$

где  $m_{ab}^{(\pm)} = m_a \pm m_b$ ,  $\rho_{ab}(s) = \sqrt{s - m_{ab}^{(+)^2}} \sqrt{s - m_{ab}^{(-)^2}} / s$ , и

$$L_{ab}(s) = \frac{1}{\pi} \left( \frac{s - m_{ab}^{(+)^2}}{s} \right) \frac{m_{ab}^{(-)}}{m_{ab}^{(+)}} \ln \frac{m_a}{m_b};$$

для  $m_{ab}^{(-)2} < s < m_{ab}^{(+ )2}$   $\rho_{ab}(s) = \sqrt{m_{ab}^{(+ )2} - s} \sqrt{s - m_{ab}^{(-)2}} / s$  и

$$I_{ab}(s) = L_{ab}(s) - \rho_{ab}(s) \left( 1 - \frac{2}{\pi} \arctan \frac{\sqrt{m_{ab}^{(+ )2} - s}}{\sqrt{s - m_{ab}^{(-)2}}} \right); \quad (\text{A2})$$

для  $s < m_{ab}^{(-)2}$   $\rho_{ab}(s) = \sqrt{m_{ab}^{(+ )2} - s} \sqrt{m_{ab}^{(-)2} - s} / s$  и

$$I_{ab}(s) = L_{ab}(s) + \frac{\rho_{ab}(s)}{\pi} \ln \frac{\sqrt{m_{ab}^{(+ )2} - s} + \sqrt{m_{ab}^{(-)2} - s}}{\sqrt{m_{ab}^{(+ )2} - s} - \sqrt{m_{ab}^{(-)2} - s}}. \quad (\text{A3})$$

$$\dot{G}_{34}(s) = \frac{\Pi_{\pi^0\eta}}{m_\eta^2 - m_\pi^2} \left[ G_{44}(s) - G_{33}(s) + \frac{1}{\pi} \left( \ln \frac{m_\eta}{m_{\pi^0}} + \frac{m_{D_s^+} - m_\eta}{m_{D_s^+} + m_\eta} \ln \frac{m_{D_s^+}}{m_\eta} - \frac{m_{D_s^+} - m_{\pi^0}}{m_{D_s^+} + m_{\pi^0}} \ln \frac{m_{D_s^+}}{m_{\pi^0}} \right) \right]. \quad (\text{A4})$$

$$\hat{G}_{11}(s) - \hat{G}_{22}(s) = G_{11}(s) - G_{22}(s) + \frac{1}{\pi} \left( \ln \frac{m_{D^+} m_{K^0}}{m_{D^0} m_{K^+}} + \frac{m_{D^+} - m_{K^0}}{m_{D^+} + m_{K^0}} \ln \frac{m_{D^+}}{m_{K^0}} - \frac{m_{D^0} - m_{K^+}}{m_{D^0} + m_{K^+}} \ln \frac{m_{D^0}}{m_{K^+}} \right). \quad (\text{A5})$$

Поясним возникновение знака в соотношении  $\ddot{G}_{33}(s) = -\ddot{G}_{44}(s) = -\dot{G}_{34}(s) \frac{\Pi_{\pi^0 \eta}}{m_\eta^2 - m_{\pi^0}^2}$ . Функцию  $\ddot{G}_{33}(s)$  можно рассчитать двумя способами, используя либо правую, либо левую части равенства, приведённого на рис. 3, предварительно заменив в них  $\eta$  на  $\pi^0$ ,  $\pi^0$  на  $\eta$  и  $I = 0$  на  $I = 1$ . Функция  $\dot{G}_{34}(s)$  симметрична по отношению к такой замене [см. (A4)]. Поэтому правая часть этого равенства в целом меняет знак. В изменение знака левой его части после указанной замены можно убедиться прямым вычислением.

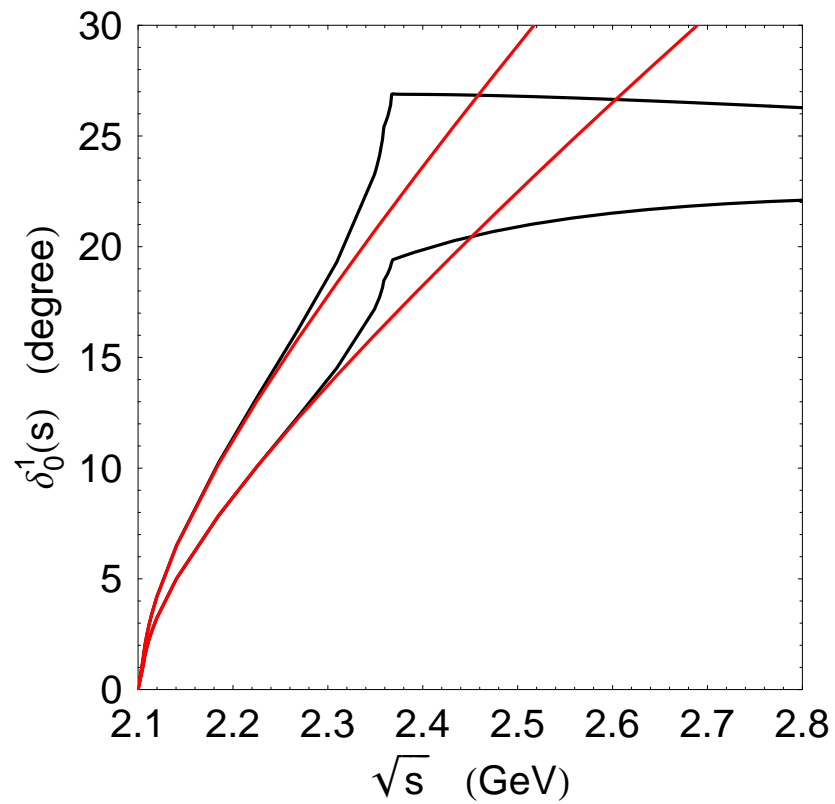


Рис. 6. Фаза фона  $\delta_0^1(s)$ . Верхняя кривая отвечает  $\lambda/(16\pi) = -1.80$  и  $\delta_0^1(M_{res}^2) = 20^\circ$ , для нижней кривой  $\lambda/(16\pi) = -1.24$  и  $\delta_0^1(M_{res}^2) = 15^\circ$ .