

Парциально-волновой анализ системы  $\eta\pi^-\pi^0$ , образовавшейся при взаимодействии пучка  $\pi$ -мезонов с импульсом 29 ГэВ/с с бериллиевой мишенью

Власенко А.П., Готман В.Г., Дорофеев В.А., Зайцев А.М., Ивашин А.В., Карюхин А.Н., Качаев И.А., Лисин В.И., Матвеев В.Д., Плеханов А.Н., Солодков А.А., Старченко Е.А., Сугоняев В.П., Хохлов Ю.А., **Шумаков А.А.**

НИЦ "Курчатовский институт" - Институт физики высоких энергий  
Лаборатория адронной спектроскопии

11.03.2026

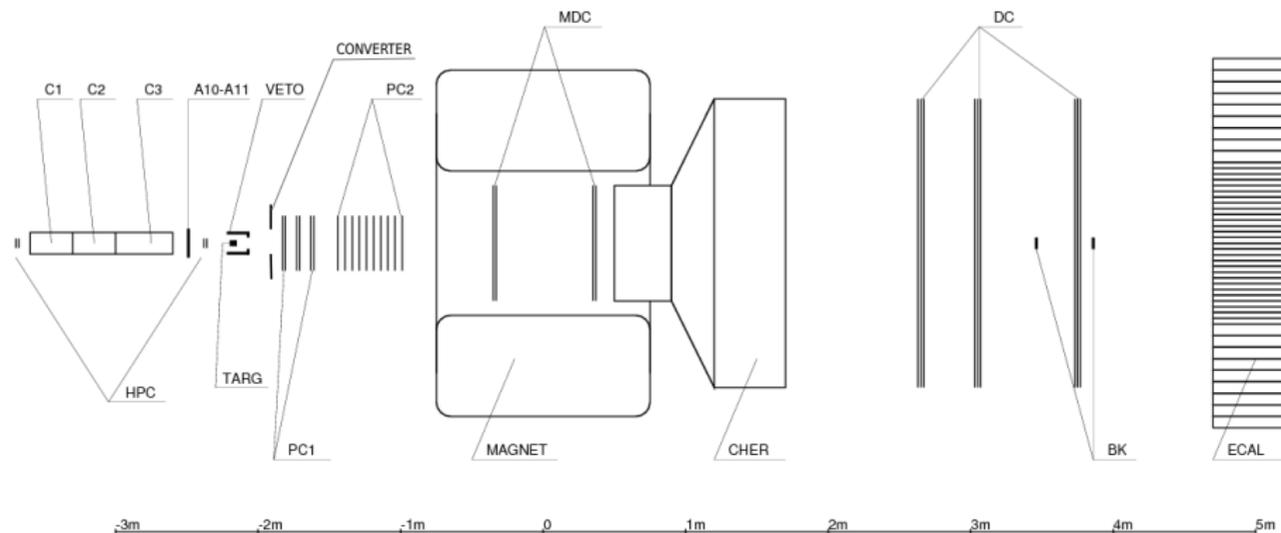
# Система $\eta\pi^-\pi^0$

Рассматривается рождение системы  $\eta\pi^-\pi^0$  в реакции  $\pi^-Be \rightarrow \eta\pi^-\pi^0A$

Мотивация:

- Одновременное рождение в качестве промежуточных резонансов как  $a_0^0(980)$ , так и  $a_0^-(980)$
- Семейство  $b_1$  – известен только  $b_1(1235)$
- Семейства  $\rho$  и  $\rho_3$

# Установка ВЕС



- Трековая система – пропкамеры (HPC, PCRED, PC), дрейфовые трубки (MDC, DC)
- Элементы триггера – пучковые сцинтилляционные счётчики (S1, S2, S3), beamkiller'ы (BK), охранная система (VETO)
- Идентификация – пучковые пороговые черенковские счётчики (C1, C2, C3), черенковский счётчик (CHER)
- Электромагнитный калориметр (ECAL)

- Пучок, направляемый в установку, состоит из  $\pi^-$ ,  $K^-$ ,  $\bar{p}$ ,  $e^-$ .
- Импульс пучка 29 ГэВ/с, разброс  $\sigma \approx 0.2$  ГэВ/с.
- Интенсивность пучка  $\sim 1.5 \cdot 10^6$  частиц/с.
- Мишень представляет собой бериллиевый цилиндр толщиной 4 см (0.11 рад. длин) и диаметром 4.5 см.
- Триггер реализует несколько триггерных решений, в том числе:
  - ▶ MAIN:  $S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \cdot \overline{A_{10}} \cdot \overline{A_{11}} \cdot \overline{K_1} \cdot \overline{K_2} \cdot \overline{\text{Veto}}$ .
  - ▶ MWG:  $S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \cdot \overline{A_{10}} \cdot \overline{A_{11}} \cdot \overline{K_1} \cdot \overline{K_2}$ .
  - ▶ BEAM:  $S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \cdot \overline{A_{10}} \cdot \overline{A_{11}}$ .
- Обработываются данные, полученные в сеансах run44 (2012 г.), run45 (2013 г.), run47 (2015 г.), run48 (2015 г.), run59 (2022 г.)

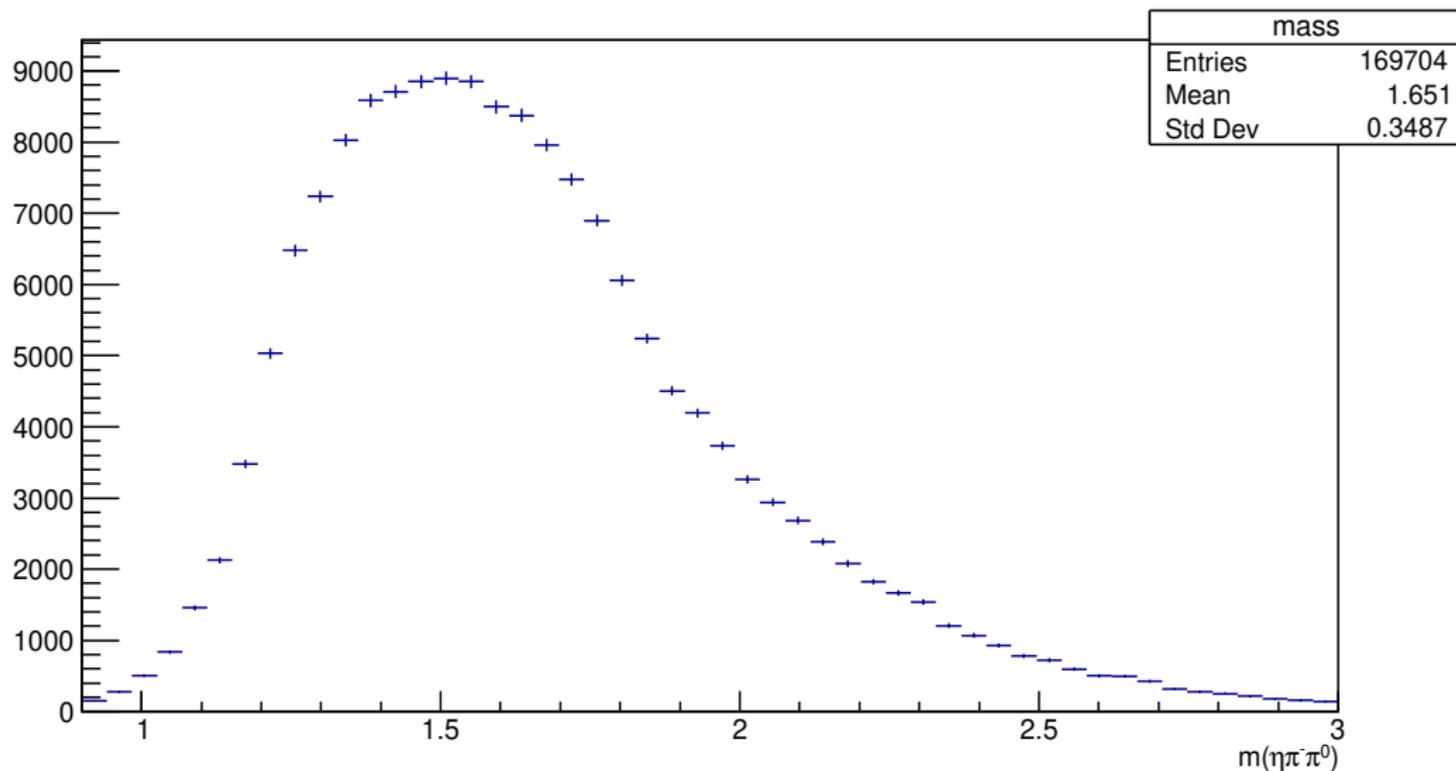
## Отбор событий

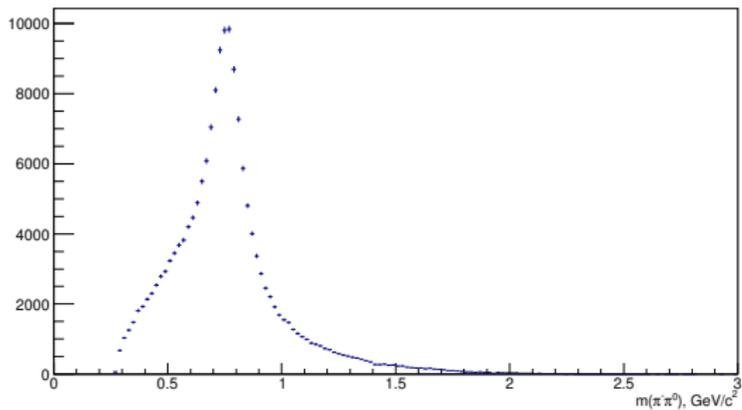
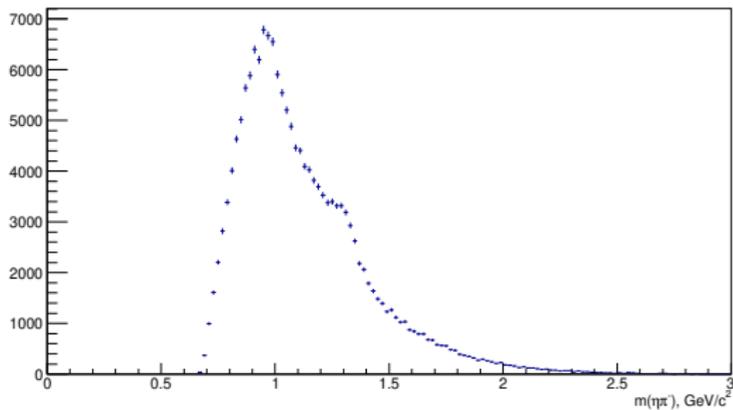
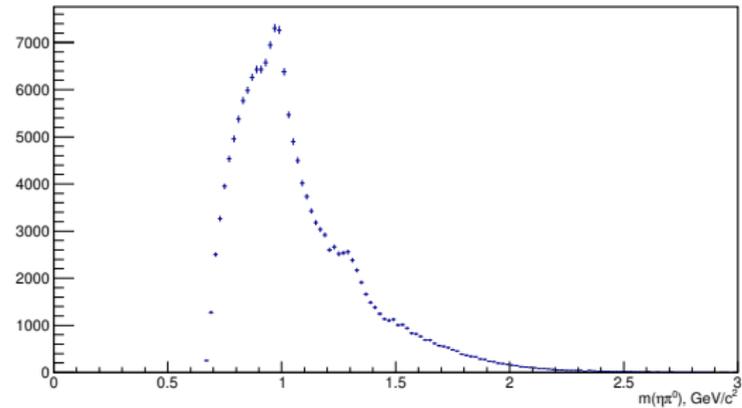
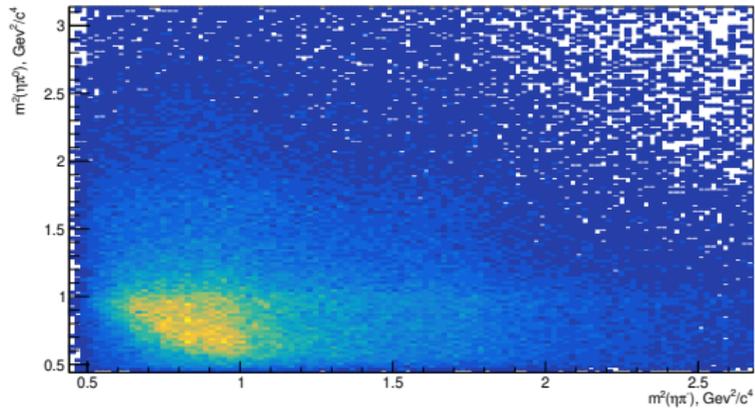
- Система успешно реконструирована
- Один отрицательно заряженный трек, четыре фотона в калориметре
- Трек пучка пересекает передний по пучку торец мишени в точке, расположенной не ближе, чем 5 мм к краю мишени.
- $z$ -координата вершины отстоит от торцов мишени не более чем на 4 см
- Отсутствие пересечения треков частиц с beam-killer'ами
- Суммарный импульс системы  $24 \text{ ГэВ}/c < p_{tot} < 32 \text{ ГэВ}/c$
- $t' \geq 0.03 \text{ ГэВ}^2/c^2$
- идентификация пучковой частицы как  $\pi$

## Отбор событий

- Существует комбинация фотонов в две пары, такая что точка  $(m_{\gamma\gamma}^{(1)}; m_{\gamma\gamma}^{(2)})$  лежит в эллипсе с центром  $(m_{\eta}; m_{\pi_0})$  и полуосями 40 и 10 МэВ/ $c^2$  соответственно.
- Отбрасываются события, попадающие в другой комбинации фотонов в окружность с центром  $(m_{\pi_0}; m_{\pi_0})$  и радиусом 40 МэВ/ $c^2$
- Отбрасываются события, попадающие в другой комбинации фотонов в окружность с центром  $(m_{\eta}; m_{\eta})$  и радиусом 160 МэВ/ $c^2$
- $\pi^0$  и  $\eta$  подвергаются независимым 1С-фитам

# Отобранные события





## Парциально-волновой анализ (ПВА)

Трёхчастичный ПВА предполагает разложение по волнам, задаваемых комбинацией квантовых чисел  $J^{PC} M \eta I$  и промежуточным резонансом (изобарой). Оптимизации подвергается функция

$$\ln \mathcal{L}_{main} = \sum_k \ln \left| \sum_a T_a F_a(\tau_k) \right|^2 - N \sum_{ab} T_a T_b^* I_{ab}$$

Здесь  $T_a$  – параметры матрицы плотности ранга 1,  $I_{ab}$  – матрица интегралов акцептанса,  $F_a(\tau_k)$  – функции амплитуд

$$F_a = \sqrt{\frac{2L+1}{4\pi}} \sqrt{\frac{2j+1}{4\pi}} \sum_{\lambda} \langle L0j\lambda | J\lambda \rangle c_M d_{\lambda 0}^j(\chi) \cdot BW^{jn}(m, m_n) \cdot \\ \cdot (D_{M\lambda}^{J*}(\Phi, \Theta, \psi) + \eta P(-1)^{J+1+M} D_{-M\lambda}^{J*}(\Phi, \Theta, \psi))$$

# Волны ПВА

В анализе изначально будет использован полный набор волн, допустимых для квантовых чисел  $J \leq 5$ ,  $L \leq 3$ ,  $M \leq 1$ .

Введённые изобары :

Изобара	Масса, ГэВ	Ширина, ГэВ	Порог включения, ГэВ
$\rho(770)$	0.7685	0.1507	–
$\rho_3(1690)$	1.69	0.19	1.6
$a_0(980)$	1.001	Параметризуем по Флатте $g_{\eta\pi} = 0.243 \text{ ГэВ}^2$ $g_{K\bar{K}} = 0.22113 \text{ ГэВ}^2$	1.1
$a_2(1320)$	1.3183	0.107	1.3
$a_0(1450)$	1.439	0.258	1.3
$\pi_1(1400)$ <sup>1</sup>	1.354	0.33	1.3

В итоге получаем 160 волн (включая flat)

<sup>1</sup>Мотивировано Phys.Lett.B 423 (1998) 175-184

## Штраф к правдоподобию

Введём дополнительный член<sup>2</sup> в оптимизируемую функцию

$$-\ln \mathcal{L}_{main} = -\sum_k \ln \left| \sum_a T_a F_a(\tau_k) \right|^2 + N \sum_{ab} T_a T_b^* I_{ab}$$

$$-\ln \mathcal{L}_{penalty} = \sum_a \ln \left( 1 + \frac{|T_a|^2 I_{aa}}{\Gamma^2} \right)$$

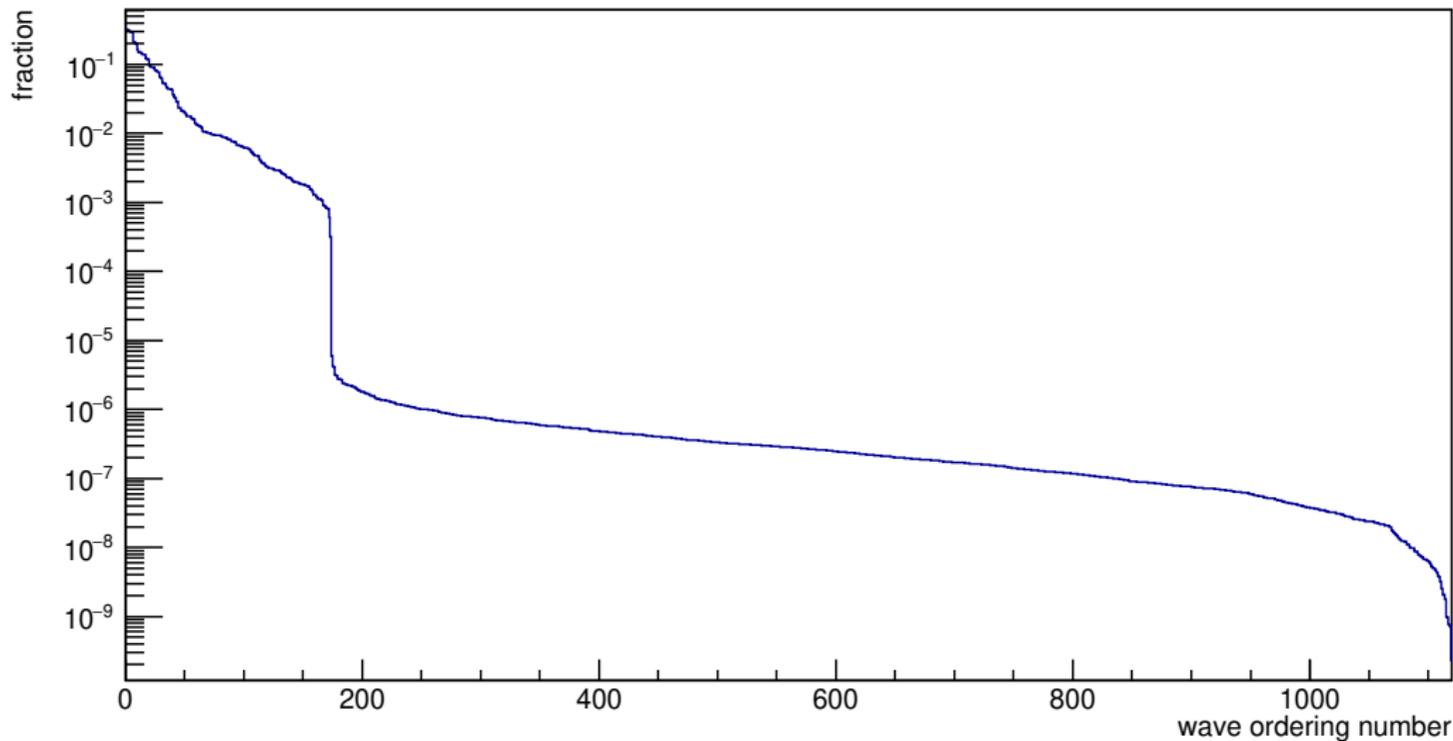
Здесь  $\Gamma$  – параметр, определяющий силу штрафа

---

<sup>2</sup>Почему именно такой член, можно посмотреть тут

Построим доли волн в полном восстановленном числе событий (corrected events) и отсортируем по убыванию. Виден резкий порог, по которому мы будем считать, значима ли волна.

sorted fractions



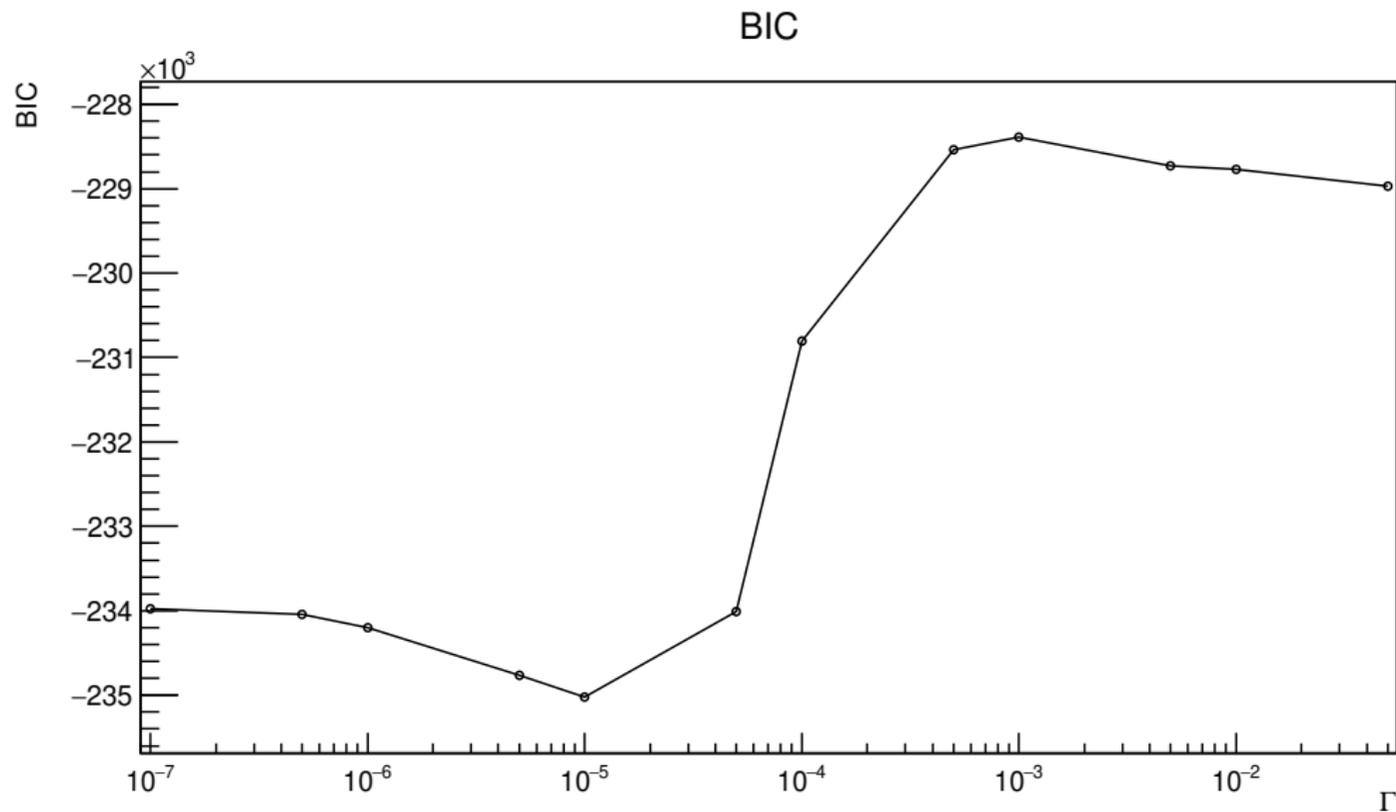
Необходимо настроить оптимальный параметр  $\Gamma$  при заданном пороге обрезания. Для этого воспользуемся байесовским информационным критерием<sup>3</sup>

$$BIC(\Gamma) = -2 \ln \mathcal{L}_{main} + r \ln n$$

Здесь  $\mathcal{L}_{main}$  – значение основной части правдоподобия (без штрафов) для найденных параметров, а  $r$  – число волн с долей в восстановленном числе событий выше порога (используется значение порога  $10^{-5}$ )

<sup>3</sup>Метод адаптирован из <https://arxiv.org/abs/1505.05133>

Осуществляется скан по параметру  $\Gamma$  и строится  $BIC(\Gamma)$ . Выбран  $\Gamma = 10^{-5}$



Необходимо обеспечить согласованность выбранных волн в соседних бинах, для этого вводится дополнительный член<sup>4</sup> в оптимизируемую функцию в оптимизируемую функцию. Фит теперь происходит не в одном бине, а в  $\pm 3$  бинах вокруг центрального.

$$-\ln \mathcal{L}_{penalty} = \sum_{bins} \sum_a \lambda |T_a(bin) - T_a(bin + 1)|^2$$

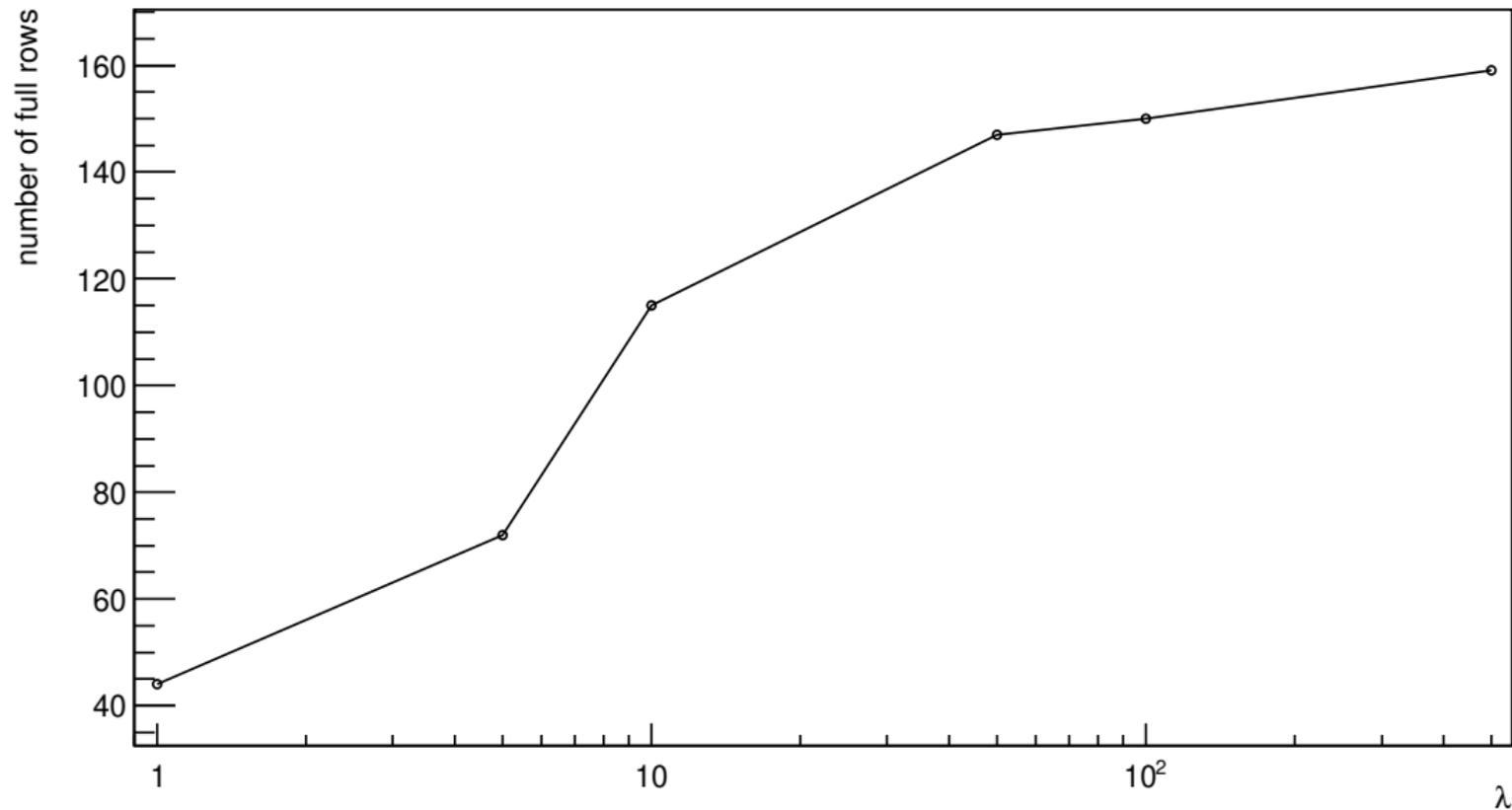
Здесь  $\lambda$  – параметр, определяющий силу штрафа.

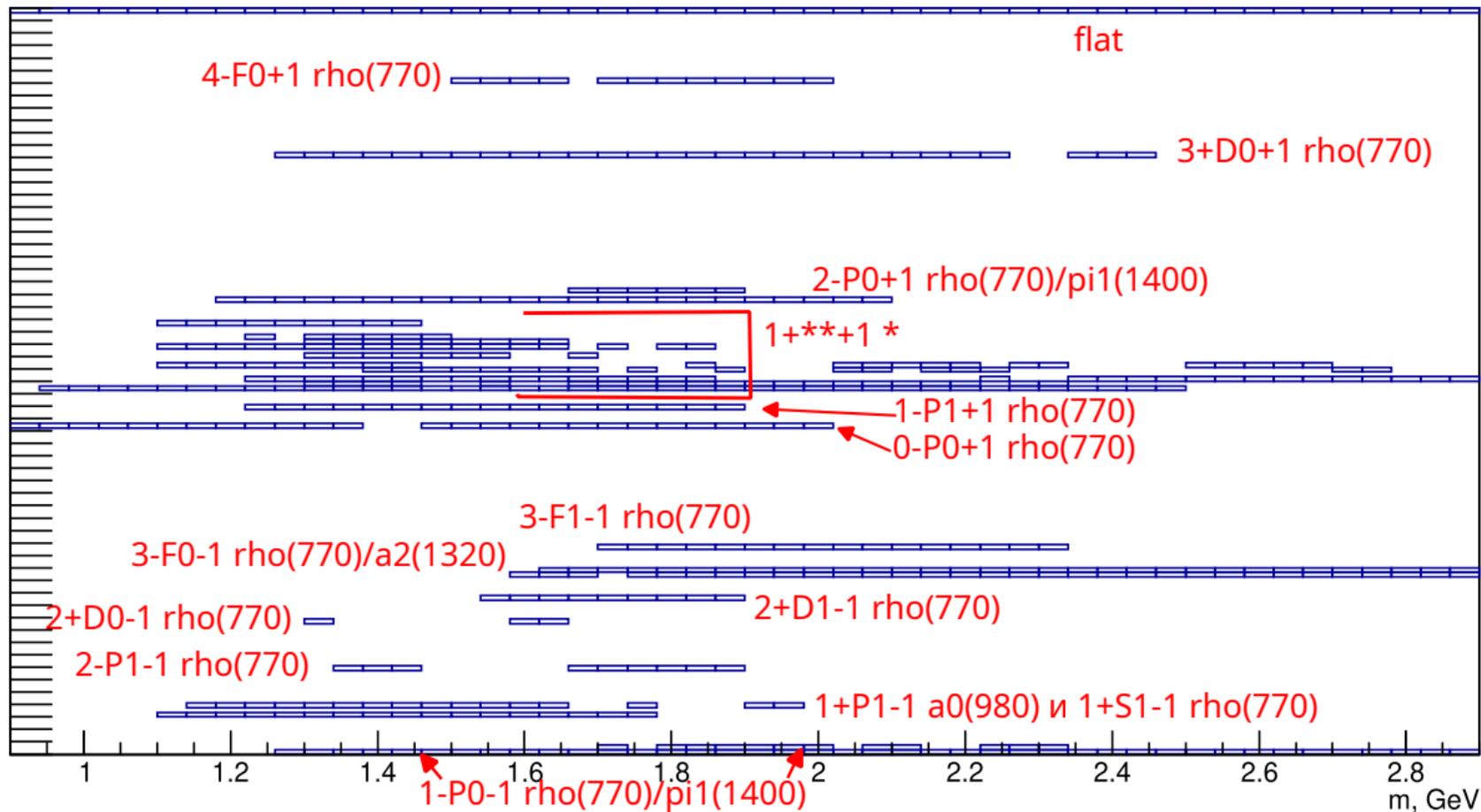
Для оценки эффекта параметра  $\lambda$  предложен следующий критерий. Для конкретного фита в группе бинов волна будет называться согласованной, если она значима во сразу во всех бинах группы, или не значима сразу во всех бинах группы. Число согласованных волн и будет критерием, помогающим настроить величину параметра  $\lambda$

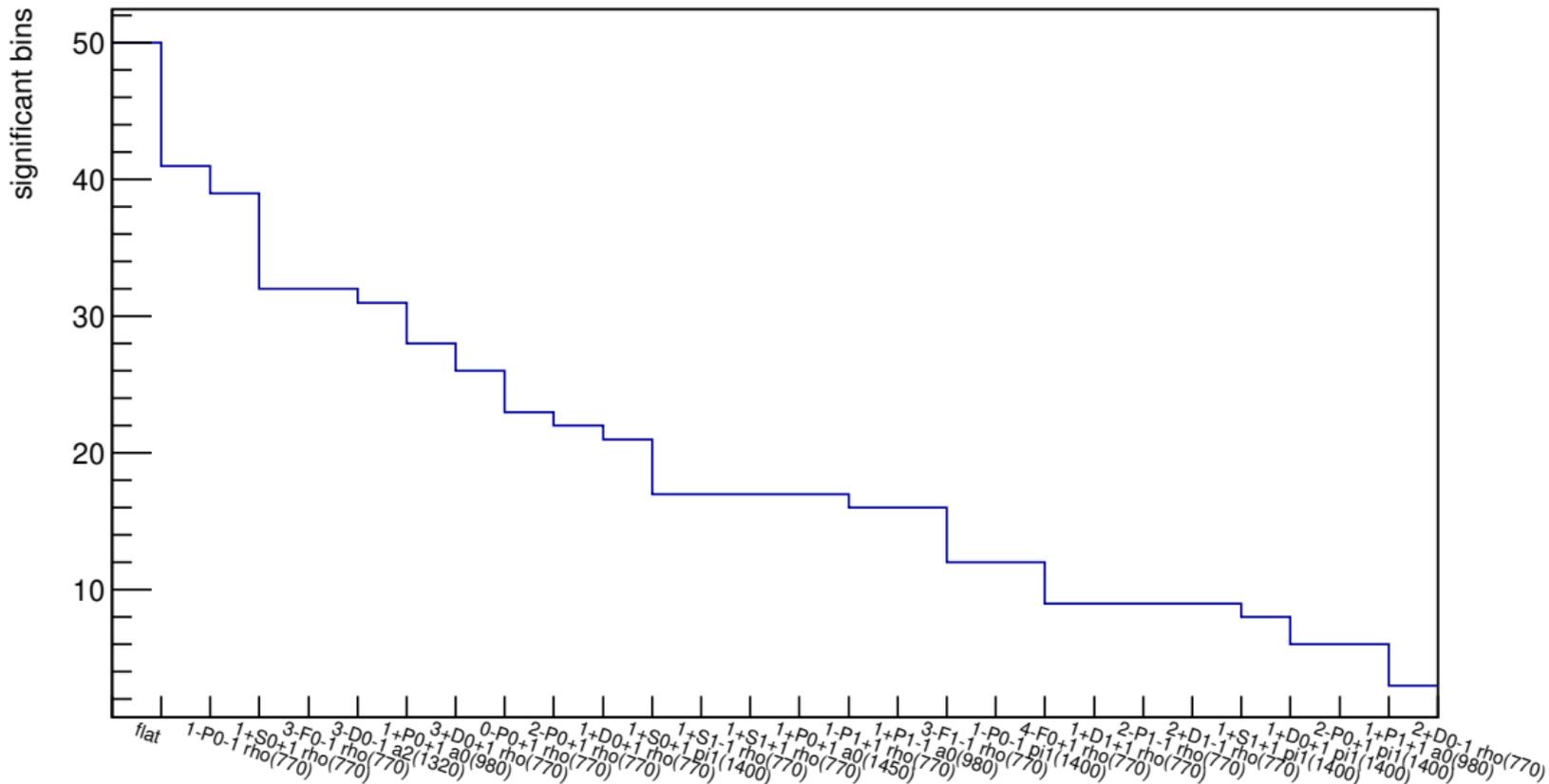
<sup>4</sup>Взято из <https://repository.cern/legacy/record/2802793>

Так выглядит согласованность в зависимости от  $\lambda$ . Выбран  $\lambda = 50$

## Consistency



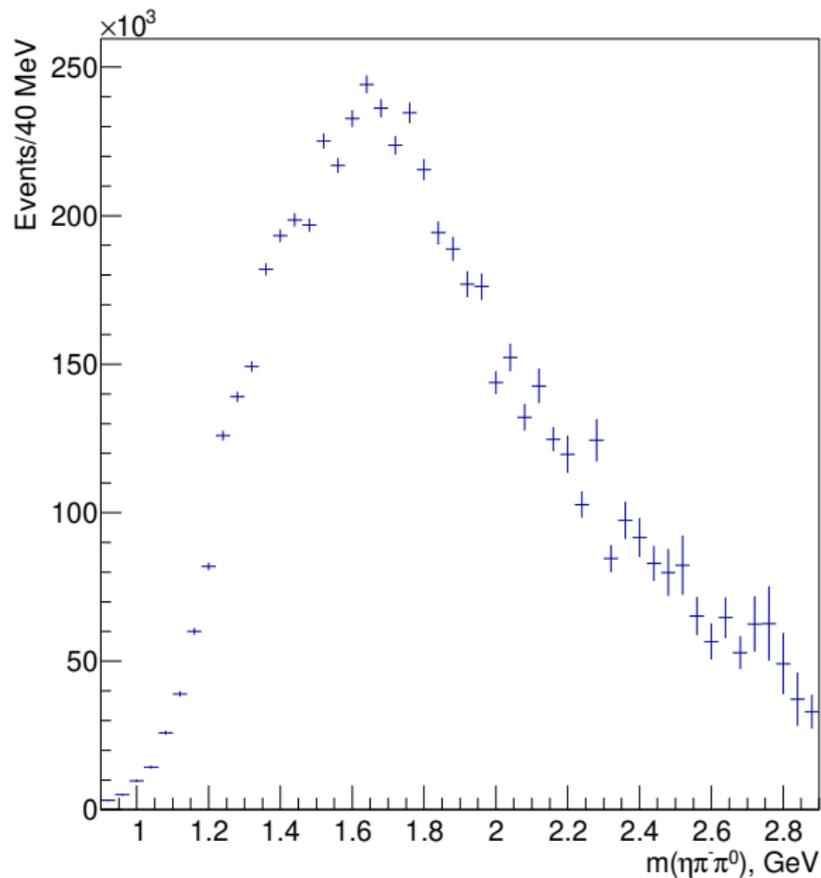




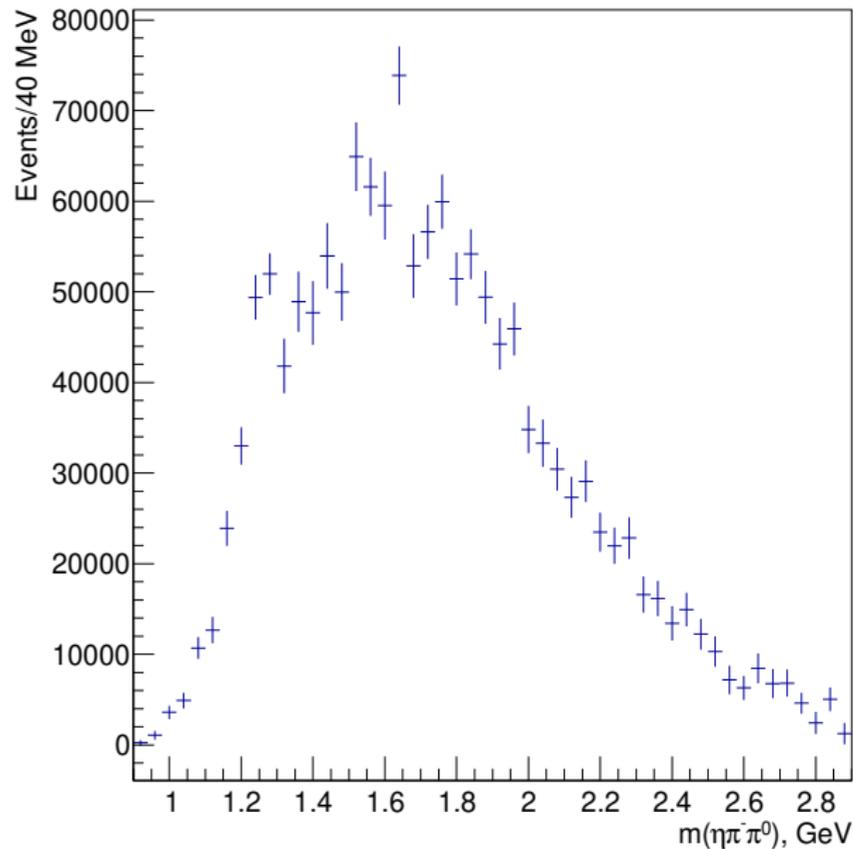
Значимые волны (27 штук) становятся выбранным набором волн, и далее с этим набором волн выполняется классический масс-независимый ПВА.

0-P0+1 rho(770)	1+S1-1 rho(770)	flat
1+S0+1 rho(770)	1+P1-1 a0(980)	
1+S1+1 rho(770)	1-P0-1 rho(770)	
1+D0+1 rho(770)	1-P0-1 pi1(1400)	
1+D1+1 rho(770)	2-P1-1 rho(770)	
1+P0+1 a0(980)	2+D1-1 rho(770)	
1+P1+1 a0(980)	2+D0-1 rho(770)	
1+P0+1 a0(1450)	3-F0-1 rho(770)	
1+S0+1 pi1(1400)	3-F1-1 rho(770)	
1+S1+1 pi1(1400)	3-D0-1 a2(1320)	
1+D0+1 pi1(1400)		
1-P1+1 rho(770)		
2-P0+1 rho(770)		
2-P0+1 pi1(1400)		
3+D0+1 rho(770)		
4-F0+1 rho(770)		

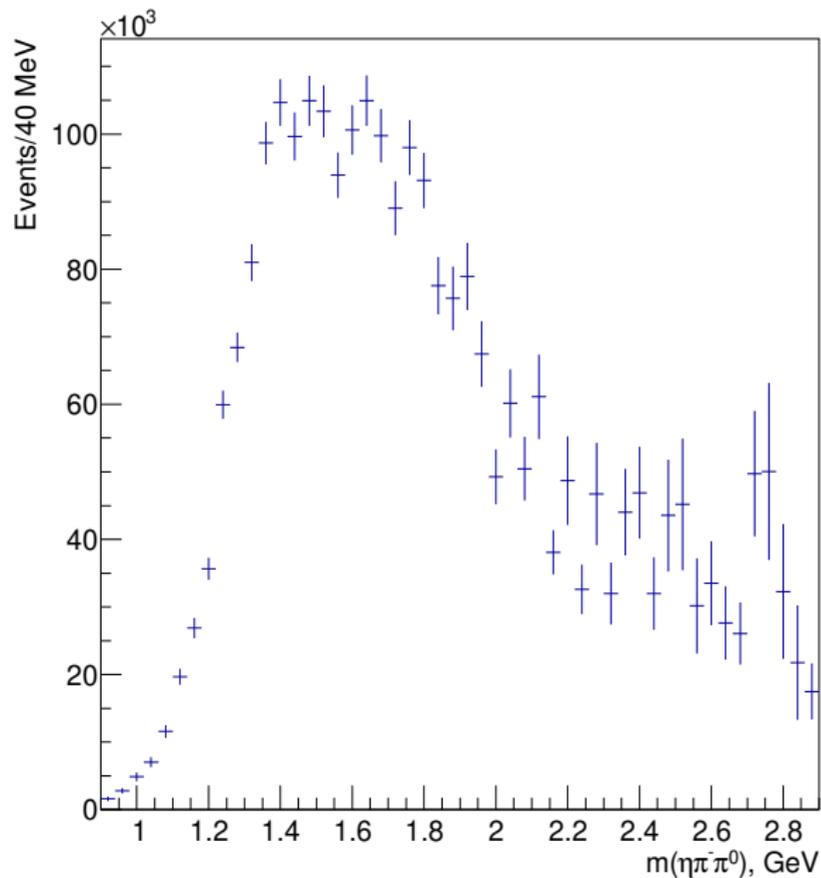
### Corrected events



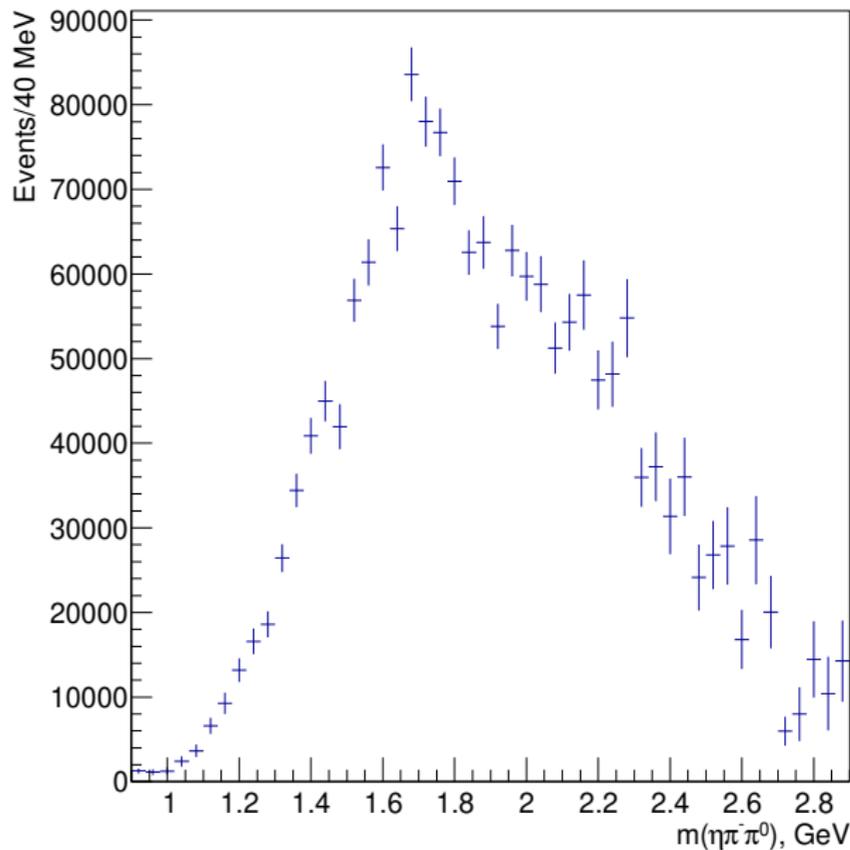
### Flat wave



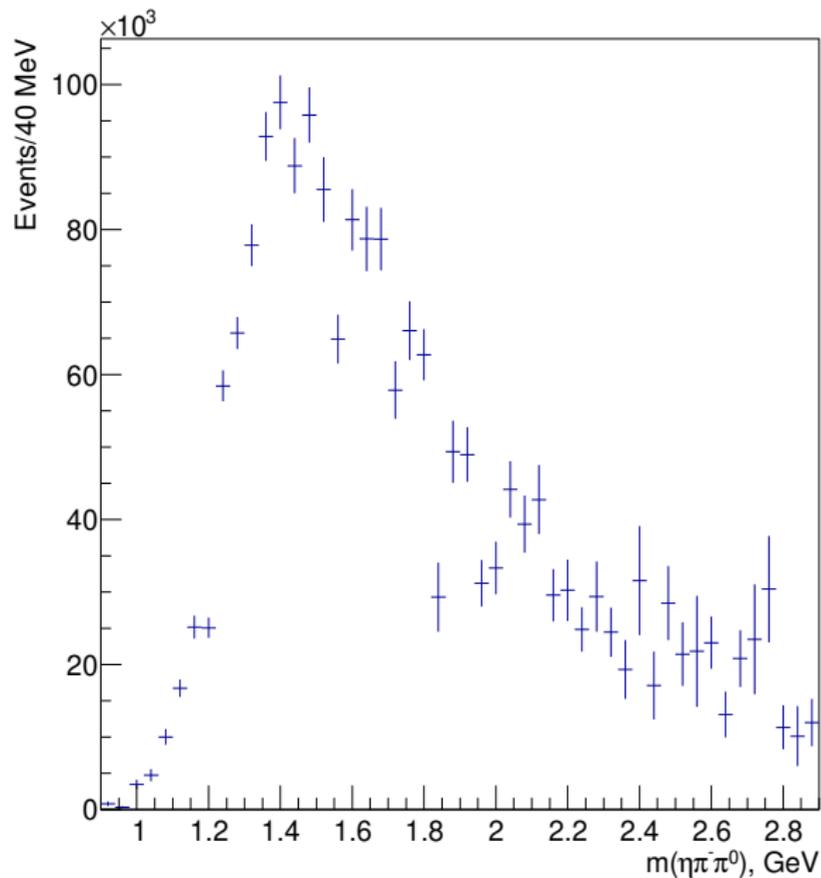
### positive reflectivity



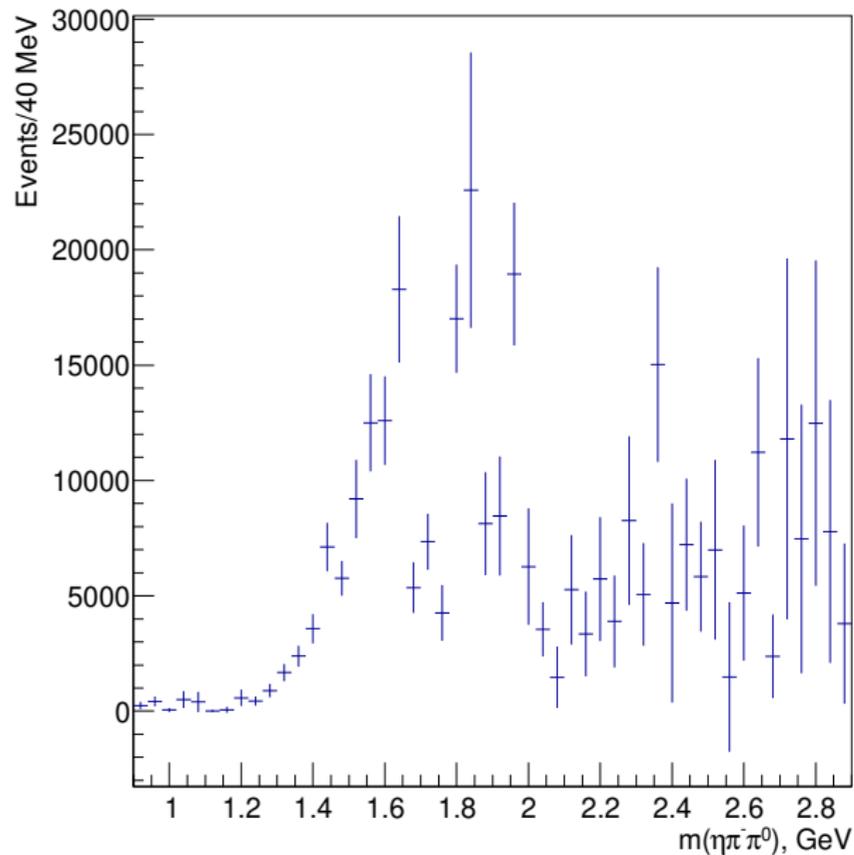
### negative reflectivity



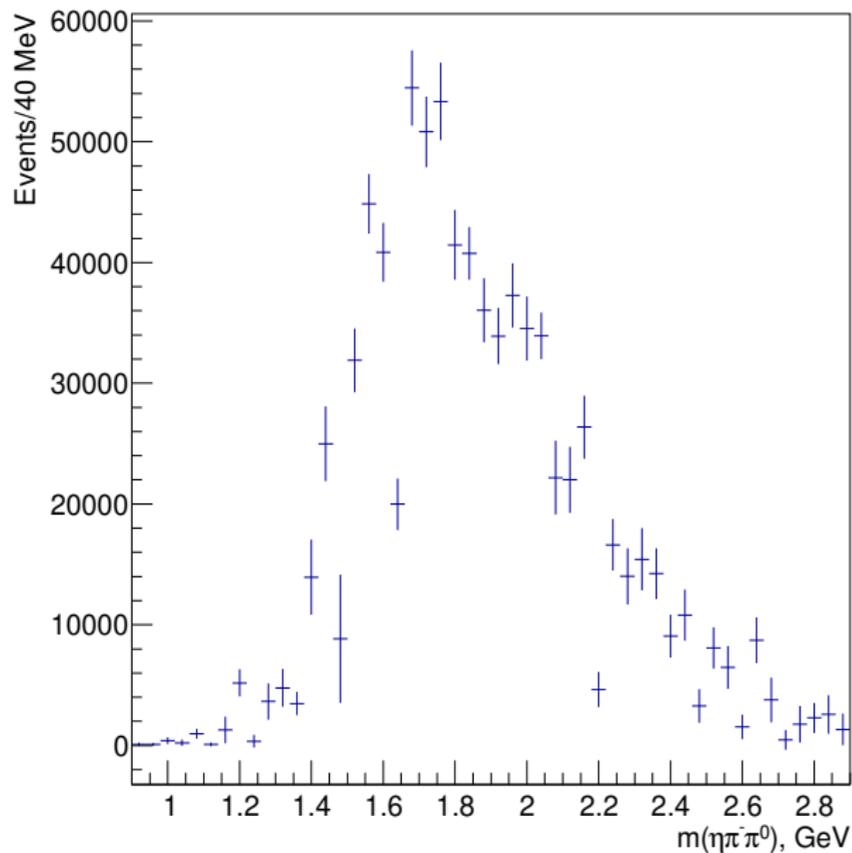
JP=1+ ref+



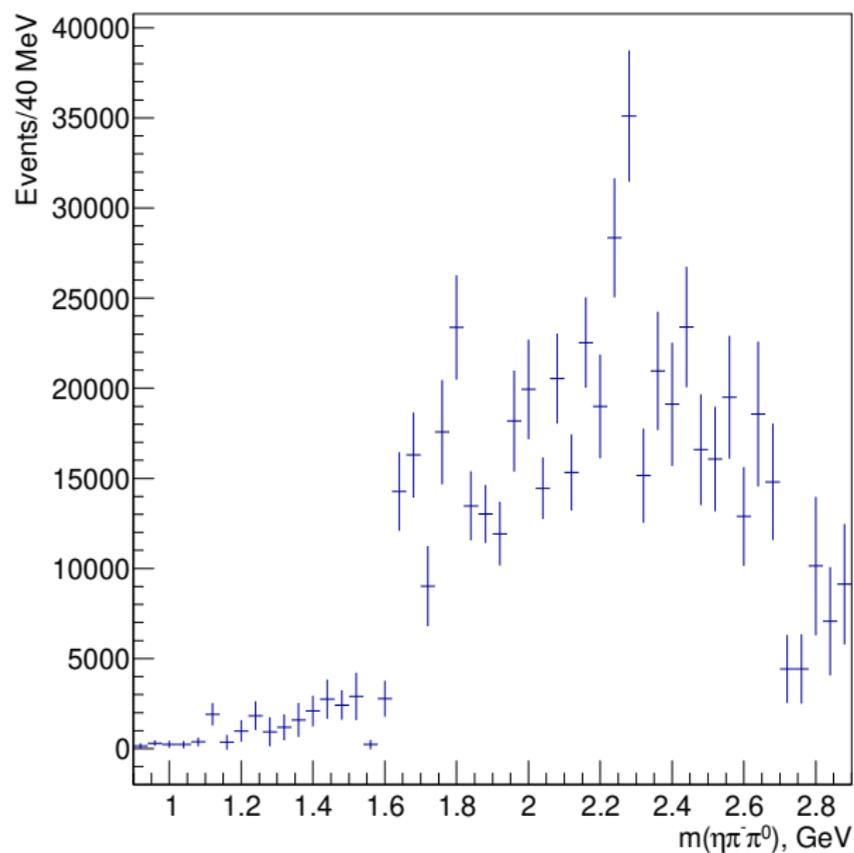
JP=2- ref+



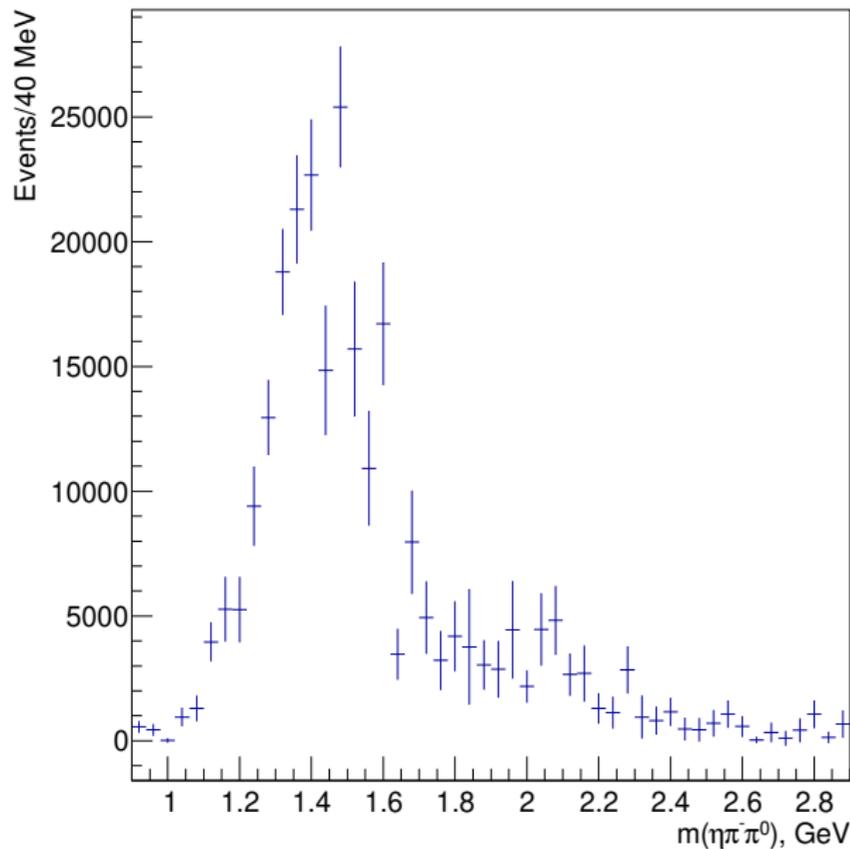
JP=1- ref-



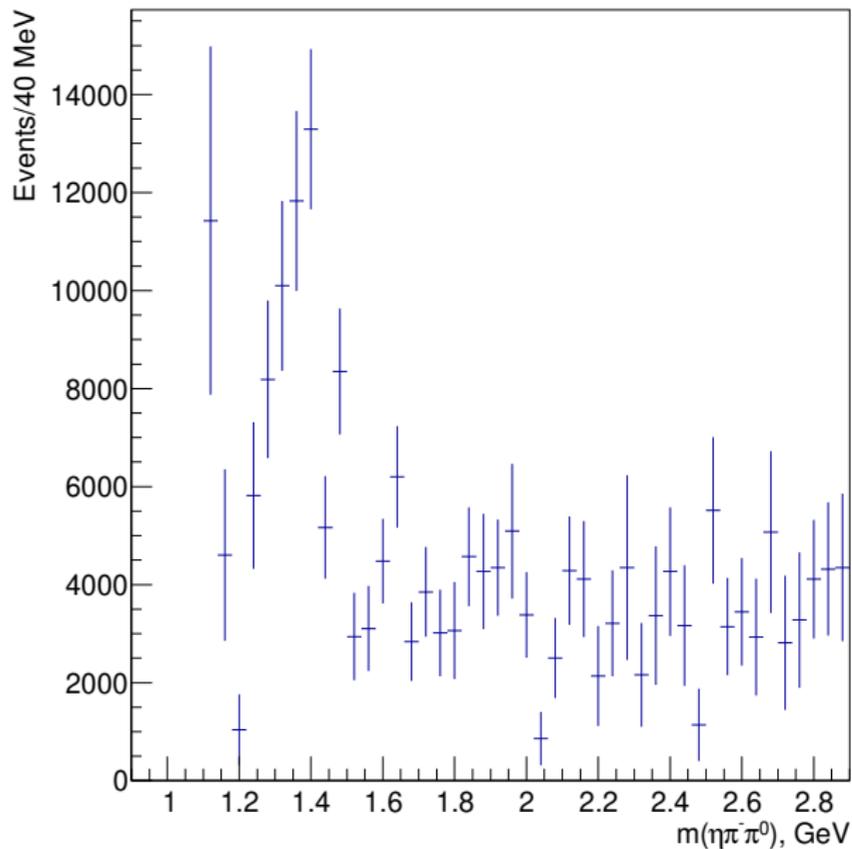
JP=3- ref-



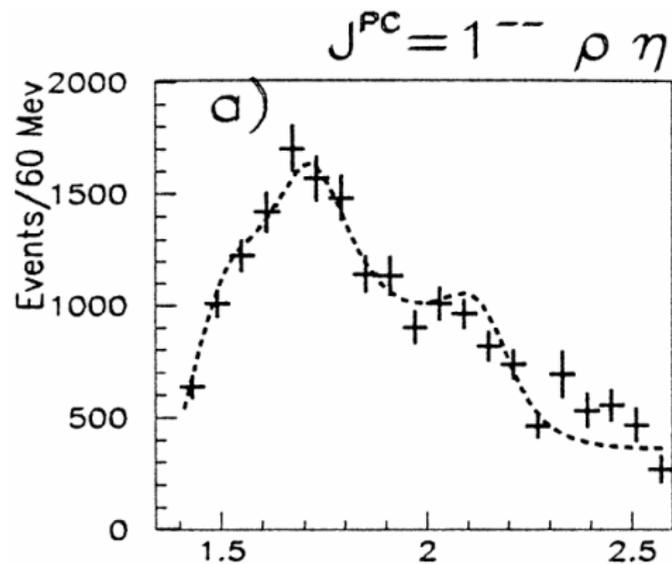
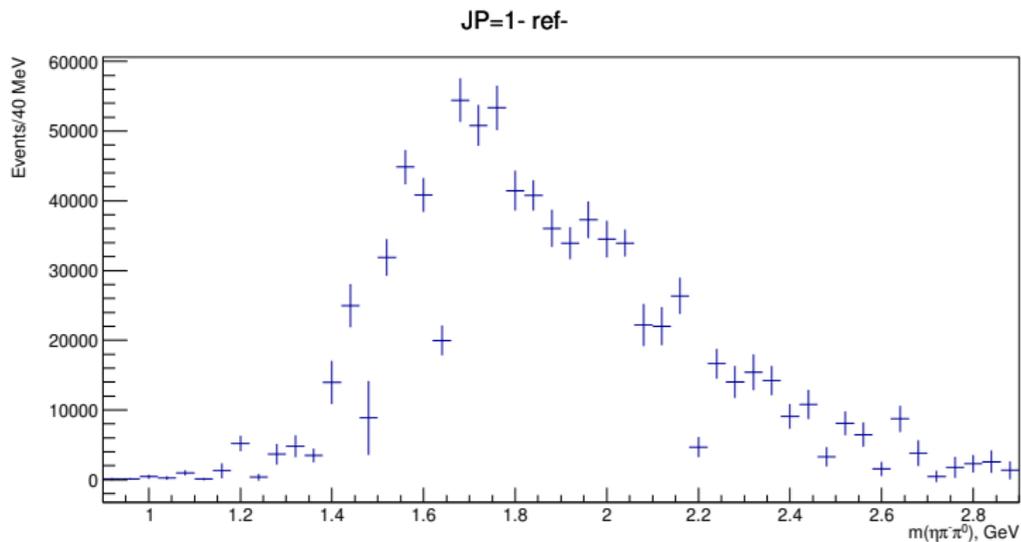
JP=1+ ref-



a0(980) waves

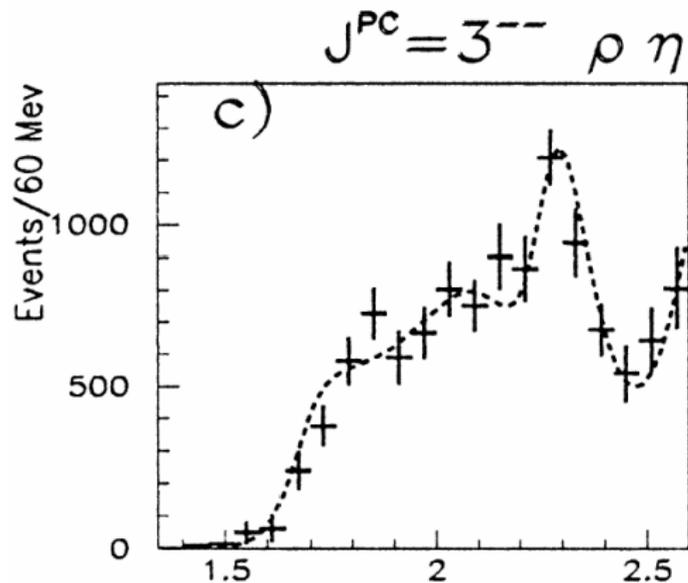
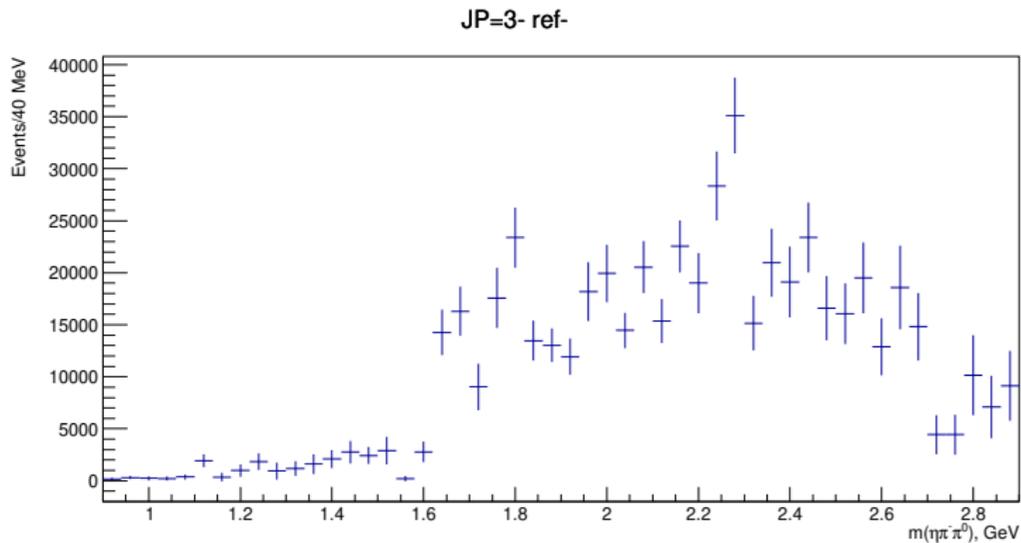


# Сравнение с ПВА<sup>5</sup> $\eta\pi^+\pi^-$



<sup>5</sup>D. V. Amelin *et al.*, Nucl. Phys. A **668** (2000), 83-96

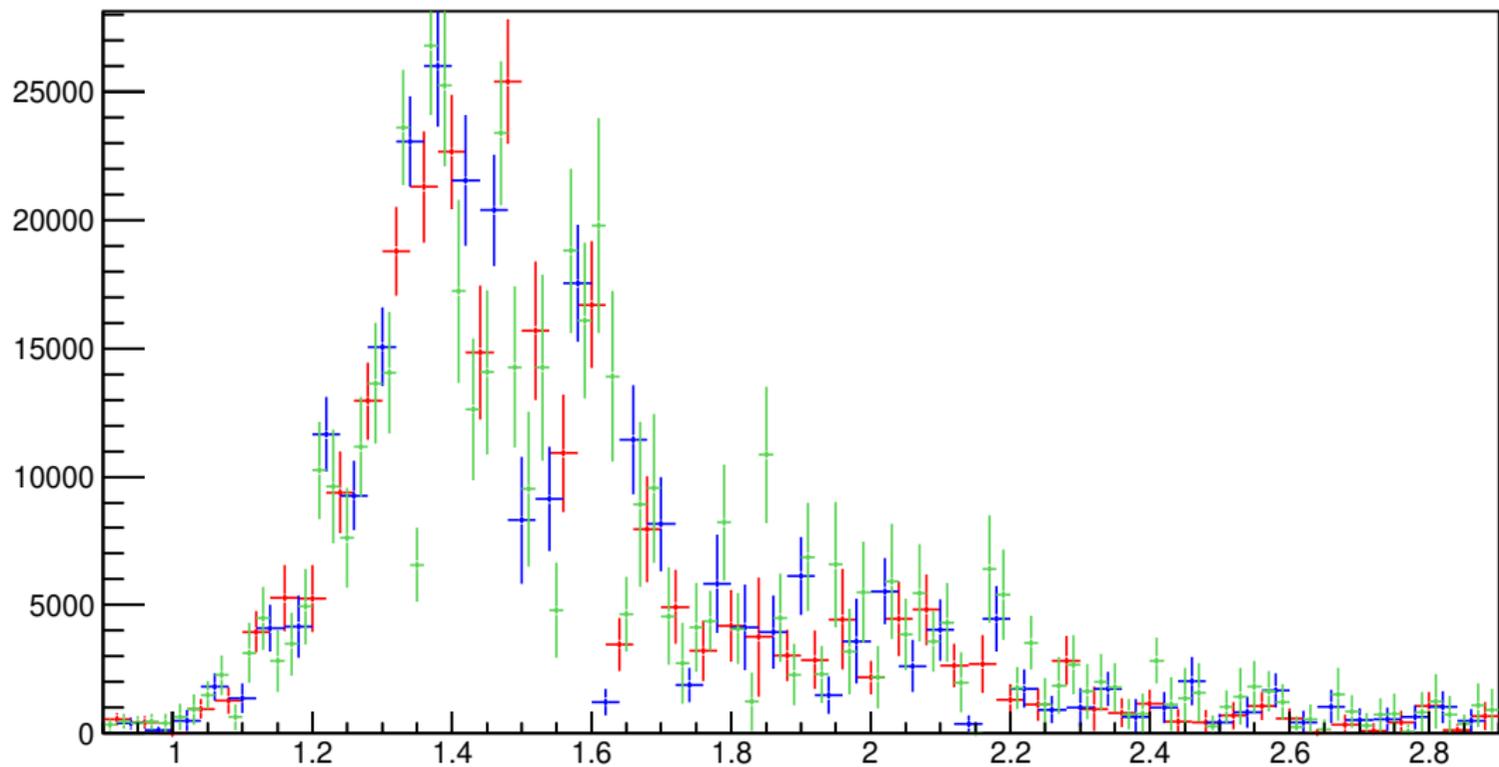
# Сравнение с ПВА $\eta\pi^+\pi^-$

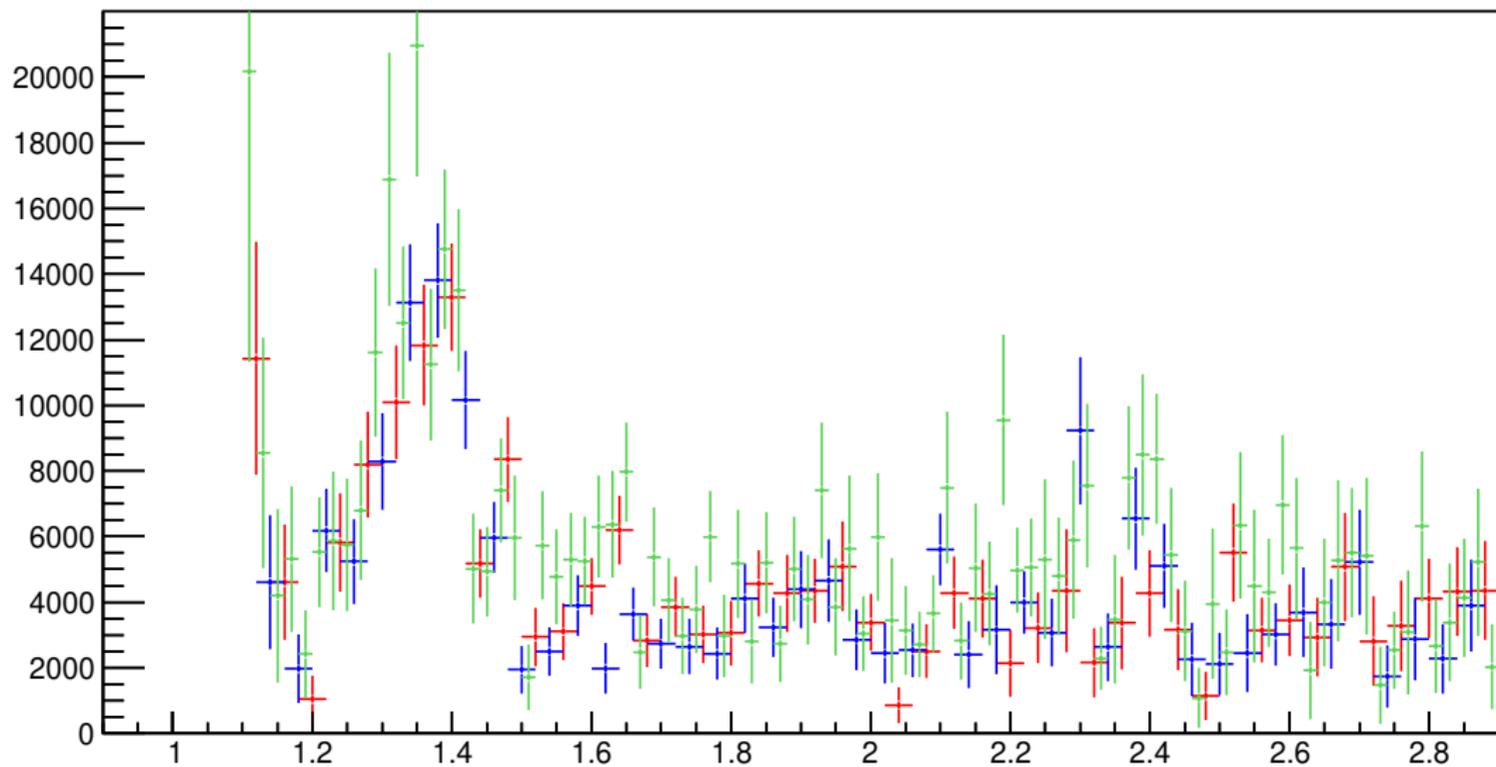


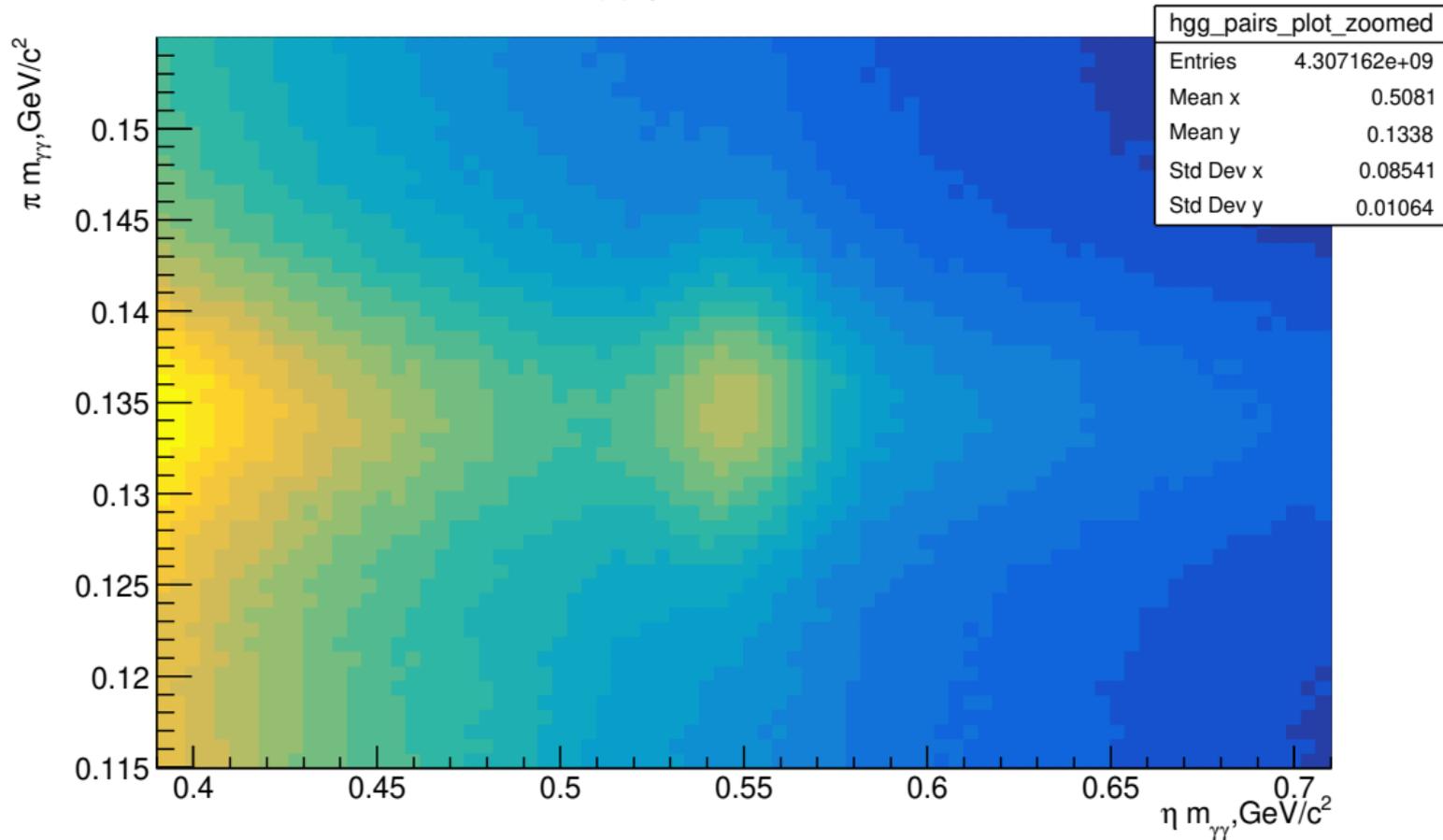
- Применена процедура автоматического выбора набора волн для ПВА. Влияние человека на выбор волн в данном анализе свелось к заданию изобар и ограничений на максимально возможные квантовые числа.
- Проведён предварительный ПВА этой системы
- Выделен вклад волн с  $a_0(980)$  для возможного дальнейшего анализа

Спасибо за внимание.

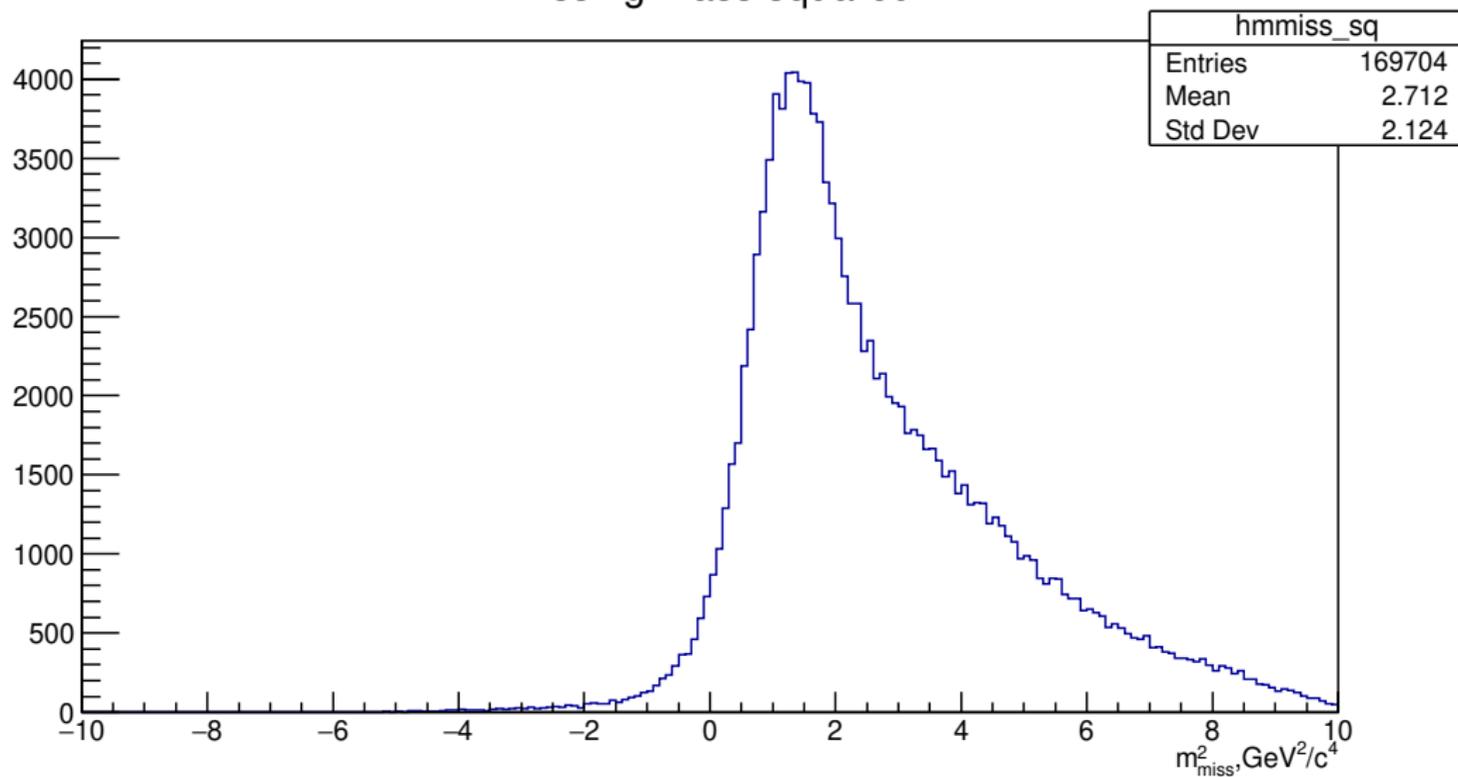
## JP 1+ ref-



$a_0(980)$ 

$\gamma\gamma$  pairs mass

## missing mass squared



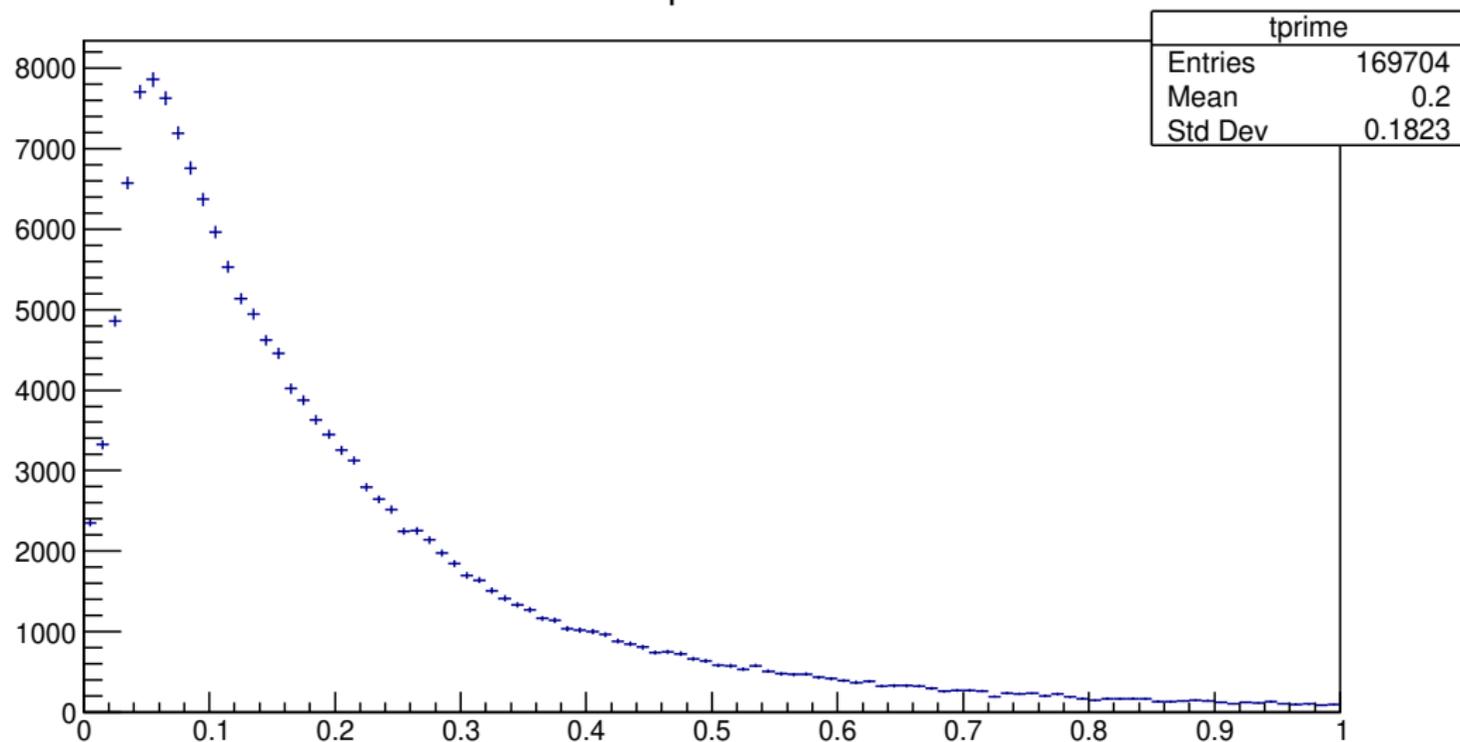
# Акцептанс

Вычисление интегралов акцептанса происходит на специальном наборе событий, равномерно распределённых по трёхчастичному фазовому объёму.  $t'$ -распределение выбрано так, чтобы воспроизводить реальные данные. Распределение по массе равномерное. Отклик установки на события получен с помощью программы моделирования установки ВЕС, использующей Geant4.10.05. Также применяется процедура подмешивания pile-up.

В анализе используются данные нескольких сеансов, и акпетанс установки может отличаться от сеанса к сеансу. Поэтому при расчёте матрицы интегралов акцептанса вклады отдельных сеансов взвешиваются пропорционально интегральному потоку.

$$I_{ab} = \frac{\sum_r N_{beam}^r I_{ab}^r}{\sum_r N_{beam}^r}$$

## tprime



# Техника ПВА

- J. D. Hansen, G. T. Jones, G. Otter and G. Rudolph, "Formalism And Assumptions Involved In Partial Wave Analysis Of Three - Meson Systems," Nucl. Phys. B **81**, 403 (1974).
- C. Adolph *et al.* [COMPASS Collaboration], "Resonance Production and  $\pi\pi$  S-wave in  $\pi^- + p \rightarrow \pi^- \pi^- \pi^+ + p_{recoil}$  at 190 GeV/c," Phys. Rev. D **95**, no. 3, 032004 (2017) doi:10.1103/PhysRevD.95.032004 [arXiv:1509.00992 [hep-ex]].

## pi1(1400)

