

# Вклад слабого взаимодействия в сверхтонкую структуру мюония

Сессия-конференция "Физика фундаментальных взаимодействий"  
Секция ядерной физики Отделения физических наук РАН  
Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН

Ф. А. Мартыненко, К. А. Середина, А. П. Мартыненко



**САМАРСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**

Самарский национальный  
исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва

10 — 13 марта, 2026

# Сверхтонкая структура мюония

Мюоний - простейшее, чисто лептонное связанное состояние ( $\mu^+ e^-$ ).

- Лептоны лишены внутренней структуры.
- Теоретическое изучение интервалов тонкой и сверхтонкой структуры достигло очень высокой точности. Точность расчета чисто КЭД вкладов определяется уже поправками  $\alpha^7 - \alpha^8$ .
- На протяжении многих десятилетий мюоний был и остается одной из наиболее подходящих для проверки квантовой электродинамики, Стандартной модели (СМ) и поиска физических явлений за пределами СМ.

# Сверхтонкая структура мюония

Мюоний - простейшее, чисто лептонное связанное состояние ( $\mu^+ e^-$ ).

- Лептоны лишены внутренней структуры.
- Теоретическое изучение интервалов тонкой и сверхтонкой структуры достигло очень высокой точности. Точность расчета чисто КЭД вкладов определяется уже поправками  $\alpha^7 - \alpha^8$ .
- На протяжении многих десятилетий мюоний был и остается одной из наиболее подходящих для проверки квантовой электродинамики, Стандартной модели (СМ) и поиска физических явлений за пределами СМ.

## Сверхтонкая структура основного ( $1S$ ) состояния мюония

- Экспериментальное измерение сверхтонкой структуры (СТС) в мюонии:



W. Liu, M. G. Boshier, S. Dhawan, O. Dyck, P. Egan, X. Fei et al. *Phys. Rev. Lett.* **82**, 711 (1999)

$$\Delta\nu_{exp}^{hfs}(1S) = 4\,463\,302\,765(53) \text{ Гц}, \quad \delta = 1.2 \cdot 10^{-8}$$



S. Kanda, Y. Fukao, Y. Ikedo et al., *Phys. Lett. B* **815**, 136154 (2021)

$$\Delta\nu_{exp}^{hfs}(1S) = 4463.302(4) \text{ МГц}$$



S. Nishimura, H. A. Torii, Y. Fukao et al. (MuSEUM Collaboration), *Phys. Rev. A* **104**, L020801 (2021)

$$\Delta\nu_{exp}^{hfs}(1S) = 4463301.61(0.71) \text{ кГц}$$

- Текущее теоретическое предсказание:



M. Eides, *Phys. Lett. B* **795**, 113 (2019)

$$\Delta\nu_{theor}^{hfs}(1S) = 4\,463\,302\,873(515) \text{ Гц}, \quad \delta = 1.3 \cdot 10^{-7}$$

# Сверхтонкая структура мюония

Новый эксперимент по измерению СТС мюония требует увеличения точности теоретического расчета



R. Iwai et al. Precise measurement of the hyperfine splitting in muonium with a high intensity pulsed muon beam at J-PARC, J. Phys. Conf. Ser. 2462, 012019 (2023)

Коллаборация MuSEUM (J-PARC) (Эксперимент по спектроскопии мюония с использованием микроволнового излучения) ставит перед собой цель точно измерить сверхтонкое расщепление основного состояния атомов мюония. В настоящее время планируется более точно определить частоту перехода с точностью до 1 ppb ( $\Delta \approx 5$  Гц).

# Сверхтонкая структура мюония

Новый эксперимент по измерению СТС мюония требует увеличения точности теоретического расчета



R. Iwai et al. Precise measurement of the hyperfine splitting in muonium with a high intensity pulsed muon beam at J-PARC, J. Phys. Conf. Ser. 2462, 012019 (2023)

Коллаборация MuSEUM (J-PARC) (Эксперимент по спектроскопии мюония с использованием микроволнового излучения) ставит перед собой цель точно измерить сверхтонкое расщепление основного состояния атомов мюония. В настоящее время планируется более точно определить частоту перехода с точностью до 1 ppb ( $\Delta \approx 5$  Гц).

## Погрешность теоретического расчета СТС основного состояния



M. Eides, arXiv:2510.07281v1 [hep-ph] 8 Oct 2025

$$\Delta\nu_{theor}^{hfs}(1S) = \Delta\nu_{QED} + \Delta\nu_{weak} + \Delta\nu_{hadr} + \Delta\nu_{th}.$$

- $\Delta\nu_{th}$  - суммарная оценка невычисленных вкладов.

$$\Delta\nu_{theor}^{hfs}(1S) = 4\,463\,302\,873(515)(70)(2) \text{ Гц}$$

- (515): погрешности экспериментального значения  $\frac{m_{\mu}}{m_e}$ .
- (2): погрешность определения константы  $\alpha$ .
- (70): погрешность от невычисленных вкладов.

# Вклад $\Delta\nu_{weak}$ слабого взаимодействия в СТС мюония

Однобозонный обмен

## Z - бозонный обмен



M. A. B. Beg and G. Feinberg,  
Phys. Rev. Lett. **33**, 606 (1974)

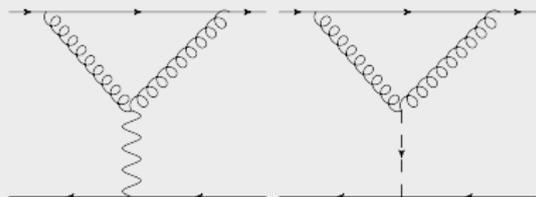


V. V. Starshenko and R. N.  
Faustov, Moscow University  
Physics Bulletin **38**, No.3, 55  
(1983)



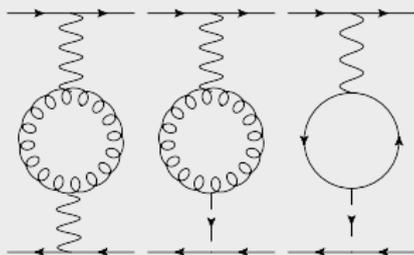
M. I. Eides, Phys. Rev. A **53**,  
2953 (1996)

## Вклад вершинные поправок в $\gamma$ и Z обмене

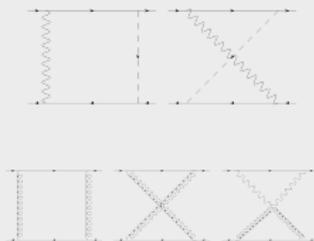


Вершинная поправка в  $\gamma$  обмене учтена в АММ лептона.

## Вклад поляризационного оператора в пропагатор $\gamma, \gamma Z$



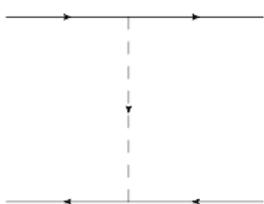
## Двухбозонный обмен с Z $\gamma$ и WW



T. Asaka, et al.,  
arXiv:1810.05429v1  
[hep-ph]

# Однобозонный $Z$ обмен

Вершина взаимодействия  $Z$  бозона с фермионом  $\Gamma_{Zff}$ :



$$\Gamma_{Zff}^{\mu} = G_V^f \gamma^{\mu} + G_A^f \gamma^{\mu} \gamma_5 = \frac{ie}{\sin 2\theta_W} \gamma^{\mu} \left[ 2T_f^3 \frac{(1 - \gamma_5)}{2} - 2Q_f \sin^2 \theta_W \right]$$

Пропагатор  $Z$  бозона в кулоновской калибровке:



U. D. Jentschura, Phys. Rev. A **101**, 062503 (2020)

$$D_Z^{\mu\nu}(k) = \frac{1}{k^2 - M_Z^2} \left[ g^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \frac{(f^{\mu} k^{\nu} + f^{\nu} k^{\mu})}{\mathbf{k}^2 + M_Z^2} \right], \quad f = (-k^0, \mathbf{k})$$

Потенциал сверхтонкого взаимодействия в координатном представлении:

$$\Delta U_V^{hfs}(r) = -\frac{2G_V^2}{3m_1 m_2} \left[ \delta(\mathbf{r}) - \frac{M_Z^2}{4\pi r} e^{-M_Z r} \right] \frac{(\boldsymbol{\sigma}_1 \boldsymbol{\sigma}_2)}{4},$$

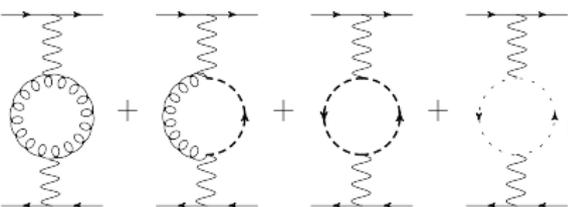
$$\Delta U_{AV}^{hfs}(r) = -\frac{2G_A^2}{3\pi r} \left( 1 + \frac{M_Z r}{4} \right) e^{-M_Z r} \frac{(\boldsymbol{\sigma}_1 \boldsymbol{\sigma}_2)}{4}$$

Вклад в сверхтонкое расщепление основного состояния мюония:

$$\Delta E_{AV}^{hfs} = -\frac{G_F \sqrt{2} \mu^3 \alpha^3}{\pi} \left( 1 - \frac{7\mu\alpha}{3M_Z} \right) = -64.8827 \text{ Hz}, \quad E_F = \frac{8\mu^3 \alpha^4}{3m_1 m_2},$$

$$\Delta E_V^{hfs} = -\frac{\mu M_Z G_F}{2\sqrt{2}\pi} (1 - 4\sin^2 \theta_W)^2 E_F = -3.1505 \text{ Hz}$$

# Поляризационный оператор в пропагаторе фотона



При вычислении вклада  $W$  бозонной петли в произвольной  $R_\xi$  калибровке необходимо учитывать вклады петель от нефизических калибровочных бозонов: псевдоголдстоуновских бозонов ( $\phi$ ) и духов ( $\omega$ ).

Общая структура амплитуды взаимодействия в Фейнмановской ( $\xi = 1$ ) калибровке:

$$T_{\gamma\gamma} = [\bar{u}_1 \Gamma^\alpha u_1] \frac{g^{\alpha\mu}}{k^2} P_{\gamma\gamma}^{\mu\nu}(k^2) \frac{g^{\nu\beta}}{k^2} [\bar{v}_2 \Gamma^\beta v_2]$$

Вклад в поляризационный оператор имеет структуру, содержащую продольную и поперечную часть:

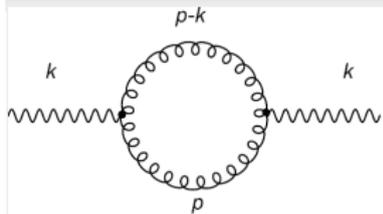
$$P_{\gamma\gamma}^{\mu\nu}(k^2) = P_{\gamma\gamma, WW}^{\mu\nu}(k^2) + P_{\gamma\gamma, W\phi}^{\mu\nu}(k^2) + P_{\gamma\gamma, \phi\phi}^{\mu\nu}(k^2) + P_{\gamma\gamma, \omega\omega}^{\mu\nu}(k^2) = \left( g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{k^2} \right) A(k^2) + \frac{k^\mu k^\nu}{k^2} B(k^2)$$

Продольную и поперечную части можно выразить через амплитуду петли в виде:

$$A(k^2) = \frac{1}{3} P_{\gamma\gamma}^{\mu\nu}(k^2) \left( g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{k^2} \right) \quad B(k^2) = P_{\gamma\gamma}^{\mu\nu}(k^2) \frac{k^\mu k^\nu}{k^2}$$

# Дисперсионный метод вычисления $A(k^2)$ , $B(k^2)$

Структуры амплитуды  $W$ -бозонной петли:



$$P_{\gamma\gamma, WW}^{\mu\nu} = \int \frac{dp}{(2\pi)^4} \Gamma_{\gamma WW}^{\mu\alpha\beta} \frac{g^{\alpha\alpha'}}{p^2 - M_W^2} \Gamma_{\gamma WW}^{\nu\alpha'\beta'} \frac{g^{\beta\beta'}}{(p-k)^2 - M_W^2}$$

Дисперсионный метод - надежный инструмент вычисления радиационных поправок в квантовой теории поля



V. B. Berestetskii, E. M. Lifshitz, and L. P. Pitaevskii, *Quantum Electrodynamics*, Volume 4.

- "Разрезаем" диаграмму по линиям промежуточных частиц. Мнимая часть поляризационного оператора определяется скачком:

$$2i \operatorname{Im} P^{\mu\nu}(k^2) = \operatorname{Disc} P^{\mu\nu}(k^2)$$

- Вычисляем скачок путем замены пропагаторов промежуточных частиц:

$$\frac{1}{(p^2 - M_W^2)} \rightarrow (-2\pi i)\delta_+(p^2 - M_W^2), \quad \frac{1}{(p-k)^2 - M_W^2} \rightarrow (-2\pi i)\delta_+((p-k)^2 - M_W^2).$$

и дальнейшим интегрированием по петлевому импульсу ( $\varepsilon^2 = \mathbf{p}^2 + M_W^2$ )

$$\delta_+(p^2 - M_W^2)\delta_+((p-k)^2 - M_W^2) = \frac{\delta(p_0 - \frac{k_0}{2})}{2k_0} \frac{\delta(\varepsilon - p_0)}{2\varepsilon}, \quad \int dp = 4\pi \int dp_0 d\varepsilon |\mathbf{p}| \varepsilon$$

## Дисперсионный метод вычисления $A(k^2)$ , $B(k^2)$

В результате вычисления мнимых частей  $Im A(k^2)$  и  $Im B(k^2)$  для суммы амплитуд получаем чисто поперечную структуру поляризационного оператора

$$Im A_{\gamma\gamma}(t) = \frac{\alpha}{2} \sqrt{\frac{t - 4M_W^2}{t}} \left( \frac{3}{2}t + 2M_W^2 \right), \quad Im B_{\gamma\gamma}(t) = 0, \quad t = k^2$$

Для восстановления полной функции  $A(k^2)$  используем дисперсионное соотношение с двумя вычитаниями:

$$A_{\gamma\gamma}(t) = \frac{t^2}{\pi} \int_{4M_W^2}^{\infty} dt' \frac{Im A_{\gamma\gamma}(t')}{t'^2(t' - t)} = \frac{\alpha}{2\pi} t^2 \int_1^{\infty} \frac{(3 + \frac{1}{\xi^2}) \sqrt{\xi^2 - 1} d\xi}{\xi^2(k^2 + 4M_W^2 \xi^2)}, \quad \xi = \frac{t'}{4M_W^2}$$



H. M. Nussenzveig, *Causality and dispersion relations*, Academic Press, NY, 1972.

Использование дисперсионного соотношения с двумя вычитаниями соответствует регуляризации поляризационного оператора, который определяется расходящимся интегралом  $\bar{P}(t)$

$$\bar{P}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{4M_W^2}^{\infty} dt' \frac{Im A(t')}{(t' - t)}, \quad P(t) = \bar{P}(t) - \bar{P}(t=0) - t\bar{P}'(t=0)$$

Вычитательные константы отвечают граничным условиям  $P(t=0) = 0$ ,  $P'(t=0) = 0$ .

# Вклад $W$ - бозонной петли в сверхтонкое расщепление основного состояния мюония

Дальнейшее вычисление вклада в СТС основного состояния мюония

- Вычисляем потенциал сверхтонкого расщепления по фейнмановской амплитуде

$$\Delta V_{\gamma\gamma}^{hfs}(\mathbf{k}) = \frac{8\pi\alpha}{3m_1m_2} (\mathbf{s}_1\mathbf{s}_2) \frac{\alpha}{2\pi} \int_1^\infty \frac{\mathbf{k}^2}{(\mathbf{k}^2 + 4M_W^2\xi^2)} \frac{(3 + \frac{1}{\xi^2})\sqrt{\xi^2 - 1}}{\xi^2} d\xi$$



- Выполняем преобразование Фурье в координатное представление:

$$\Delta U_{\gamma\gamma}^{hfs}(r) = -\frac{8\alpha}{3m_1m_2} \frac{\alpha}{2\pi} (\mathbf{s}_1\mathbf{s}_2) \int_1^\infty \rho_{\gamma\gamma}(\xi) \left[ \pi\delta(\mathbf{r}) - \frac{M_W^2\xi^2}{r} e^{-2M_W\xi r} \right] d\xi$$

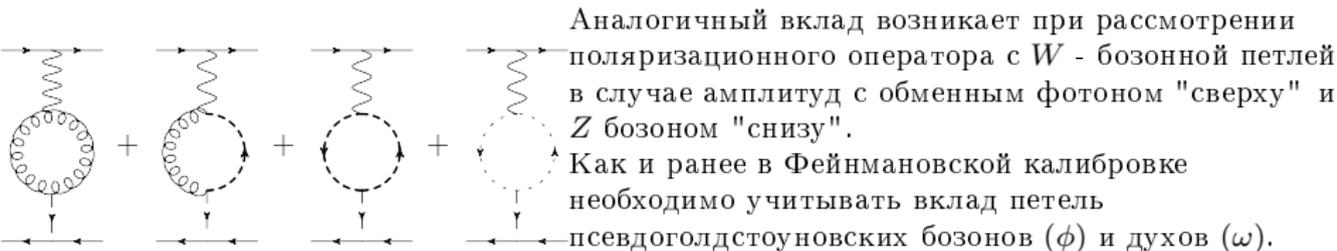
$$\rho_{\gamma\gamma}(\xi) = \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{\xi^4} (3\xi^2 + 1).$$

- Численный вклад в сверхтонкое расщепление от амплитуды с  $W$  - бозонной петлей:

$$\Delta E_{\gamma\gamma}^{hfs} = -E_F \frac{\mu\alpha^2}{2\pi M_W} \left( \frac{13\pi}{8} - \frac{17\mu\alpha}{5M_W} \right) = -1.2192 \text{ Hz.}$$

# Вклад поляризационного оператора в $Z\gamma$ пропагатор

## $W$ -бозонная петля



### Дисперсионное соотношение в случае $Z\gamma$

Граничные условия:  $P_{Z\gamma}(0) = 0$ ,  $P_{Z\gamma}(M_Z^2) = 0$ .



H. M. Nussenzveig, *Causality and dispersion relations*, Academic Press, NY, 1972.

$$P_{Z\gamma}(t) = \frac{t(t - M_Z^2)}{\pi} \int_{4m^2}^{\infty} \frac{\text{Im}P_{Z\gamma}(t')dt'}{(t' - t - i0)t'(t' - M_Z^2)}$$

где  $m$  - масса частицы в петле. Для петли с  $W$  бозоном  $M_Z^2/4m^2 < 1$ .

Вычитания для регуляризации поляризационного оператора записываются в виде:

$$P_{Z\gamma}(t) = \bar{P}_{Z\gamma}(t) - \bar{P}_{Z\gamma}(0) - \frac{t}{M_Z^2} (\bar{P}_{Z\gamma}(M_Z^2) - \bar{P}_{Z\gamma}(0)).$$

$$\bar{P}_{Z\gamma}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{4m^2}^{\infty} \frac{\text{Im}P_{Z\gamma}(t')dt'}{(t' - t - i0)},$$

# Вклад поляризованного оператора в $Z\gamma$ пропагатор

$W$ -бозонная петля

Мнимая часть поляризованного оператора

$$\text{Im}A_{Z\gamma} = \frac{\alpha}{2} \sqrt{\frac{t - 4M_W^2}{t}} \left[ \frac{t}{12} (19 \cot \theta_W + \tan \theta_W) + \frac{2}{3} M_W^2 (4 \cot \theta_W + \tan \theta_W) \right],$$
$$\text{Im}B_{Z\gamma} = \frac{\alpha}{2} \sqrt{\frac{t - 4M_W^2}{t}} \left[ -\frac{t}{2} \cot \theta_W + M_W^2 (\cot \theta_W - \tan \theta_W) \right].$$

Потенциал в координатном представлении

$$\Delta U_{Z\gamma, W, \omega, \phi}^{hfs, V}(r) = -\frac{2\alpha^2}{9\pi m_1 m_2} \frac{\rho_1 (1 - 4 \sin^2 \theta_W)}{\sin 2\theta_W} (\mathbf{s}_1 \mathbf{s}_2) \int_1^\infty \tilde{\rho}_{Z\gamma}(\xi) \left[ \pi \delta(\mathbf{r}) - \frac{M_W^2 \xi^2}{r} e^{-2M_W \xi r} \right] d\xi,$$

$$\tilde{\rho}_{Z\gamma}(\xi) = \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{\xi^2} \left( \xi^2 + \frac{2\rho_2}{\rho_1} \right), \quad \rho_1 = (19 \cot \theta_W + \tan \theta_W), \quad \rho_2 = (4 \cot \theta_W + \tan \theta_W), \quad \kappa^2 = \frac{M_Z^2}{4M_W^2}.$$

Численный вклад в сверхтонкое расщепление

$$\Delta E_{Z\gamma, W, \omega, \phi\text{-loops}}^{hfs, V} = -E_F \frac{\alpha^2 \mu \rho_1}{24 M_W \kappa^4} \frac{(1 - 4 \sin^2 \theta_W)}{\sin 2\theta_W} \times$$
$$\left[ \kappa^2 \left( 2\sqrt{1 - \kappa^2} + \frac{2\rho_2}{\rho_1} - 2 \right) + 4 \frac{\rho_2}{\rho_1} (\sqrt{1 - \kappa^2} - 1) \right] = \boxed{0.3586 \text{ Hz}}.$$

# Вклад поляризационного оператора в $Z\gamma$ пропагатор

Фермионная ( $e, \mu, \tau, c, b, t$ ) петля

Вклад в потенциал сверхтонкого расщепления

$$\Delta U_{Z\gamma, f-loop}^{hfs}(r) = \frac{8|Q_f|\alpha N_c(1 - 2|Q_f|\sin^2\theta_W)}{3m_1 m_2 \sin 2\theta_W} (\mathbf{s}_1 \mathbf{s}_2) \times$$

$$\frac{\alpha}{3\pi} \int_1^\infty \rho_{Z\gamma}(\xi) d\xi \left( \pi \delta(\mathbf{r}) - \frac{m_f^2 \xi^2}{r} e^{-2m_f \xi r} \right), \quad \rho_{Z\gamma}(\xi) = \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{\xi^2} \frac{(\xi^2 + \frac{1}{2})}{(\xi^2 - \kappa_1^2)}, \quad \kappa_1 = \frac{M_Z}{2m_f}.$$

- Для  $e, \mu, \tau, c, b$  петель  $\kappa_1 = \frac{M_Z}{2m_f} > 1$ , поэтому интеграл по  $\xi$  понимается в смысле главного значения.
- Для  $t$  кварковой петли  $\kappa_1 = \frac{M_Z}{2m_f} > 1 \Rightarrow$  интеграл по  $\xi$  не имеет полюса.

Численный вклад в сверхтонкое расщепление

$$\Delta E_{(e, \mu, \tau, c, b)}^{hfs} =$$

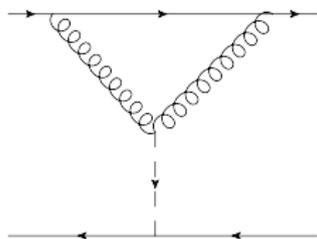
$$-E_F \frac{|Q_f|\alpha^2 \mu(1 - 2|Q_f|\sin^2\theta_W)}{2m_f \sin 2\theta_W} \frac{(3\kappa_1^2 + 2)}{\kappa_1^4}$$

$$\Delta E_{(t)}^{hfs} = E_F \frac{|Q_t|\alpha^2 \mu(1 - 2|Q_f|\sin^2\theta_W)}{2m_t \sin 2\theta_W \kappa_1^4}$$

$$\left[ \kappa_1^2(4\sqrt{1 - \kappa_1^2} - 3) + 2(\sqrt{1 - \kappa_1^2} - 1) \right].$$

$$\Delta E_{f-loop}^{hfs} = \begin{cases} -0.00001 \text{ Hz,} & e - \text{loop} \\ -0.0020 \text{ Hz,} & \mu - \text{loop} \\ -0.0343 \text{ Hz,} & \tau - \text{loop} \\ -0.1140 \text{ Hz,} & c - \text{quark loop} \\ -0.4377 \text{ Hz,} & b - \text{quark loop} \\ -0.6768 \text{ Hz,} & t - \text{quark loop} \end{cases}$$

## Вершинная амплитуда $ZWW$



Данная амплитуда также может быть вычислена дисперсионным методом. Вершина взаимодействия  $Z$  бозона с  $WW$  содержит векторную и аксиальную - векторную части

$$\Gamma_{ZWW}^\sigma = \gamma^\sigma (1 - \gamma_5) F_{ZWW}(t),$$

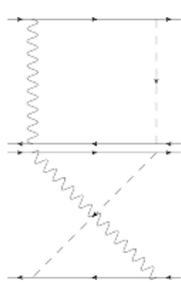
$$F_{ZWW}(t) = \frac{(t - M_Z^2)}{\pi} \int_{4M_W^2}^{\infty} \frac{\text{Im} F_{ZWW}(t') dt'}{(t' - M_Z^2)(t' - t - i0)},$$

Основной вклад, как и в случае однобозонного обмена определяется векторной частью амплитуды:

$$\Delta U_{V,ZWW}^{hfs}(\mathbf{k}) = \frac{\alpha^2 \cot^2 \theta_W (1 - 4 \sin^2 \theta_W)}{m_1 m_2 \sin 2\theta_W} \frac{\sigma_1 \sigma_2}{4} \int_1^\infty \frac{\sqrt{\xi^2 - 1} d\xi}{(\xi^2 - \frac{M_Z^2}{4M_W^2})} \left[ 1 - \frac{4\xi^2 M_W^2}{\mathbf{k}^2 + 4M_W^2 \xi^2} \right].$$

$$\Delta E_{V,ZWW}^{hfs} = E_F \frac{3\mu M_W \alpha^2 \cot^2 \theta_W (1 - 4 \sin^2 \theta_W)}{2 \sin 2\theta_W M_Z^2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{M_Z^2}{4M_W^2}} \right) = 0.1392 \text{ Hz.}$$

# Двухбозонные обмены



Прямая амплитуда двухбозонного обмена

$$\mathcal{M}_{\text{dir}}^{\square\gamma Z} = \frac{\alpha^2}{\pi^2 \sin^2 2\theta_W} \int d^4k \text{Tr} \left[ \hat{\Pi}^* \Gamma^\nu \frac{(\hat{p}_1 - \hat{k} + m_1)}{(k^2 - 2m_1 k_0)} \gamma^\mu \hat{\Pi} \Gamma^\lambda \frac{(-\hat{p}_2 - \hat{k} + m_2)}{(k^2 + 2m_2 k_0)} \gamma^\sigma \right] \frac{1}{(k^2 - M_Z^2)} \left[ g^{\mu\lambda} + \frac{1}{2(\mathbf{k}^2 + M_Z^2)} (f^\mu k^\lambda + f^\lambda k^\mu) \right] D_\gamma^{\nu\sigma}(k),$$

## Вычисление вклада в сверхтонкое расщепление

- Проекционные операторы на состояния  $(\mu^+ e^-)$  с полным спином  $S = 0, 1$

$$\hat{\Pi}_{S=0,1} = \frac{(1 + \gamma_0)}{2\sqrt{2}} \hat{\varepsilon}(\gamma_5),$$

где  $\hat{\varepsilon}$  вектор поляризации спина.

- Пропагатор  $Z$  бозона выбирается в кулоновской калибровке
- Интегрирование по петлевому импульсу выполняется переходом в евклидово пространство  $k_0 \rightarrow ik_0$ ,  $k^2 \rightarrow -k^2$ :

$$\int d^4k = 4\pi \int_0^\pi k^3 dk \int_0^\pi \sin^2 \phi d\phi, \quad k_0 = k \cos \phi, \quad |\mathbf{k}| = k \sin \phi.$$

# Двухбозонные обмены

Бокс - амплитуды с  $Z$  и  $\gamma$

$$\Delta E_{\square Z\gamma}^{hfs} = E_F \frac{m_1 m_2 \alpha}{8\pi m_Z^2 \sin^2 2\theta_W (a_2^2 - a_1^2)} \left\{ 4a_1 a_2 \ln \frac{a_1}{a_2} + (1 - 2a_z)^2 \right.$$

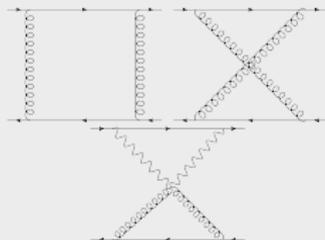
$$\left. [(15 + 36 \ln 2)(a_1^2 - a_2^2) + 36a_2^2 \ln a_2 - 36a_1^2 \ln a_1] \right\}, \quad \Delta E_{\square Z\gamma}^{hfs} = -0.0380 \text{ Hz}$$

$$\Delta E_{\square ZZ}^{hfs} = -E_F \frac{9\alpha m_1 m_2 (1 - 2a_z + 2a_z^2)^2}{8\pi \sin^4 2\theta_W M_Z^2}$$

$$\left[ 1 + \frac{15(a_1^4 \ln \frac{a_1}{2} - a_2^4 \ln \frac{a_2}{2})}{32(a_1^2 - a_2^2)} + \frac{47(a_1^2 + a_2^2)}{108} \right] = -0.0403 \text{ Hz}$$

Параметры  $a_1 = 2m_1/m_Z$ ,  $a_2 = 2m_2/m_Z$ ,  $a_z = 2 \sin \theta_W$ .

Бокс - амплитуды с  $W W$



$$\Delta E_{\square WW}^{hfs} = -\frac{\mu^3 \alpha^5 (32 \ln 2 - \frac{361}{15})}{12\pi M_W^2 \sin^4 2\theta_W}$$

$$\Delta E_{\square WW}^{hfs} = -0.1026 \text{ Hz}$$

# Результаты

Суммарный вклад исследованных амплитуд слабого взаимодействия в сверхтонкое расщепления основного состояния мюония

$$\Delta E_{weak, tot}^{hfs}(1S) = \underbrace{-64.8827}_{AV \text{ часть } 1Z \text{ обмена}} - 5.2390 \text{ Hz} = -70.1217 \text{ Hz}.$$



F.A. Martynenko, A.P. Martynenko, K.A. Seredina, e-Print: 2603.04026 [hep-ph]

# Результаты

Суммарный вклад исследованных амплитуд слабого взаимодействия в сверхтонкое расщепления основного состояния мюония

$$\Delta E_{weak, tot}^{hfs}(1S) = \underbrace{-64.8827}_{AV \text{ часть } 1Z \text{ обмена}} - 5.2390 \text{ Hz} = -70.1217 \text{ Hz}.$$



F.A. Martynenko, A.P. Martynenko, K.A. Seredina, e-Print: 2603.04026 [hep-ph]

## Сравнение с работами других авторов

- 1Z обмен (AV часть)

Наш результат:  
-64.8827 Гц



M. I. Eides, Phys. Rev. A 53, 2953 (1996)

-0.065 10<sup>3</sup> Гц

- Бокс амплитуды

Наш результат:  
-0.1809 Гц



T. Asaka, et al., arXiv:1810.05429v1 [hep-ph]

$(\underbrace{-160}_{2 \text{ boson}} + \underbrace{-2.8}_{SE} + \underbrace{0.4}_{Vert}) 10^{-2}) 10^{-3} \text{ Гц}$

Спасибо за внимание!



**САМАРСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**

Самарский национальный  
исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва