

# Геометрическая фаза как основа квантовых инерциальных сенсоров

В.А. Томилин\*, А.М. Ростом, Л.В. Ильичёв  
\*tomilin@iae.nsk.su

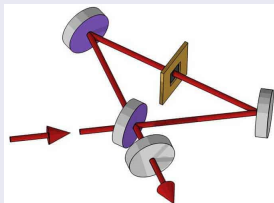
Институт автоматики и электрометрии СО РАН

22 апреля 2026, ИЯФ СО РАН, Новосибирск

- 1 Классические и квантовые инерциальные датчики
- 2 Физическая основа предлагаемых устройств
- 3 Результаты
- 4 Заключение

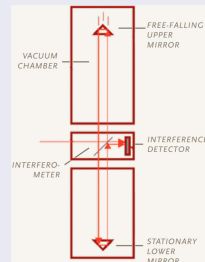
# Классические инерциальные датчики

## Оптические гироскопы на эффекте Саньяка



$$\Delta\varphi_{\text{photon}} = \frac{4\pi}{\lambda_{\text{photon}}c} \vec{\Omega} \cdot \vec{S}$$

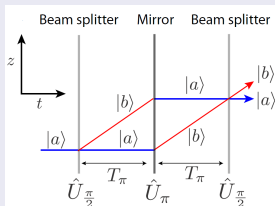
## Оптические гравиметры



Точность измерения  $g \sim 9.8m/s^2$  до  
 $\sim 2 \cdot 10^{-8} m/s^2$   
 Fang, Remote Sens. 16(14), 2634 (2024)

# Квантовые гироскопы и акселерометры

## Квантовые гироскопы на основе атомных интерферометров



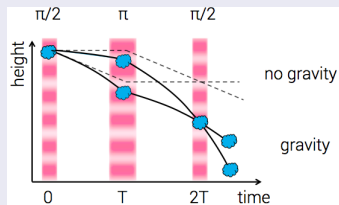
Gustavson et al., *Class. Quant. Grav.* **17**, 2385 (2000)

$$\Delta\varphi_{atom} = \frac{4\pi}{\lambda_{atom}v} \vec{\Omega} \cdot \vec{S}$$

$$\Delta\varphi_{atom} / \Delta\varphi_{photon} =$$

$$\lambda m_{atom} c / \hbar \sim 10^{10}$$

## Квантовые гравиметры



Kritsotakis et al., *PRA* **98**, 023629 (2018)

$$\Delta\varphi_{atom} = (g \cdot k) T^2 \Rightarrow \Delta g = \frac{1}{\sqrt{N_{at} k_0} T^2}; k_0 \parallel g$$

Точность измерения  $g \sim 9.8 m/s^2$   
меньше  $1 \cdot 10^{-8} m/s^2$

# Применения инерциальных датчиков на холодных атомах

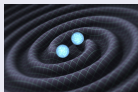
## Навигация



Canuel et al., PRL 97, 010402 (2006)

Bidel et al., Nat. Commun. 9, 627 (2018)

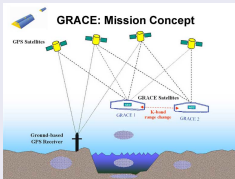
## Космология



Arvanitaki et al., PRD 97, 075020 (2018)

Graham et al., PRL 110, 171102 (2013).

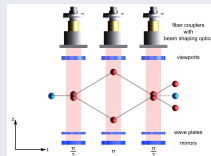
## Гравиметрия



Andersen, Geophys. Res. Lett. 32, L01402 (2005)

Olsson, J. Geodynamics 83, 76–84 (2015)

## Фундаментальная физика



Schlippert et al., PRL 112, 203002 (2014)

Bidel et al., Nat. Commun. 9, 627 (2018)

# Общая схема

Две атомные моды (конденсата Бозе-Эйнштейна) с различной чувствительностью к ускорению:

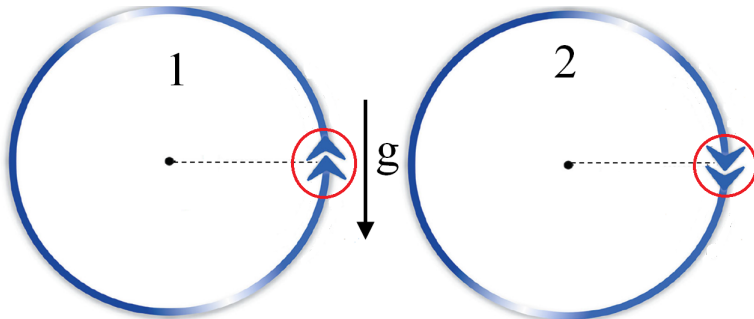
$$\sum_{n=0}^N f_n |n\rangle_1 \otimes |N-n\rangle_2 \rightarrow \sum_{n=0}^N f_n e^{2n\theta_1} |n\rangle_1 \otimes e^{2(N-n)\theta_2} |N-n\rangle_2$$

$$f_n \rightarrow f_n e^{2n(\theta_1 - \theta_2)}$$

Разность фаз может быть зарегистрирована в интерференционном эксперименте.

# Чувствительность к ускорению

Идея – две кольцевых моды с *локализованными* потенциальными дефектами, задающими *различные* направления на кольцах.



Eckel et al., Nature 506, 200 (2014)  
Ryu et al., Phys. Rev. Lett. 111, 205301 (2013)

# Формализм трансфер-матриц

Амплитуды слева и справа от дефекта связаны **трансфер-матрицей**:

$$\begin{pmatrix} B_+ \\ B_- \end{pmatrix} = \mathcal{M} \begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} u & v \\ \bar{v} & \bar{u} \end{pmatrix}; |u|^2 - |v|^2 = 1$$

Трансфер-матрица  $\rightarrow$  граничные условия  $\rightarrow$  спектр.

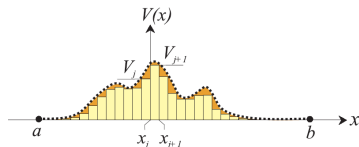
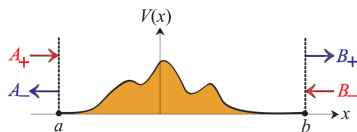
Важное свойство – можно строить дефект из элементарных “блоков”:

для 1-й моды  $\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 \cdot \mathcal{M}_2$

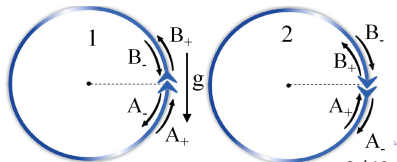
для 2-й моды  $\mathcal{M} = \mathcal{M}_2 \cdot \mathcal{M}_1$

$$\mathcal{M}_1 = \begin{pmatrix} e^{i\alpha} & 0 \\ 0 & e^{-i\alpha} \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{M}_2 = \begin{pmatrix} \cosh(\eta) & i \sinh(\eta) \\ -i \sinh(\eta) & \cosh(\eta) \end{pmatrix}$$



Sanchez-Soto et al., Phys. Rep. 513, 191 (2012).



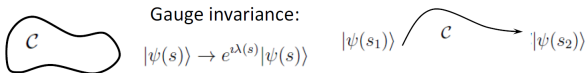
# Генерация геометрической фазы

Медленная вариация параметров потенциала  $p = (\eta, \alpha)$  порождает геометрическую фазу (фазу Берри):

$$\vartheta_g \doteq \frac{i}{2} \oint \frac{\langle \Psi_p | \nabla_p \Psi_p \rangle - \langle \nabla_p \Psi_p | \Psi_p \rangle}{\langle \Psi_p | \Psi_p \rangle} dp \quad (\text{замкнутый контур})$$

$$\vartheta_g = \arg \langle \Psi^{(i)} | \Psi^{(f)} \rangle + \frac{i}{2} \int_{\mathcal{P}} \frac{\langle \Psi_p | \nabla_p \Psi_p \rangle - \langle \nabla_p \Psi_p | \Psi_p \rangle}{\langle \Psi_p | \Psi_p \rangle} dp \quad (\text{незамкнутый контур})$$

При этом фазы, приобретаемые модами, должны быть различными и зависящими от ускорения.

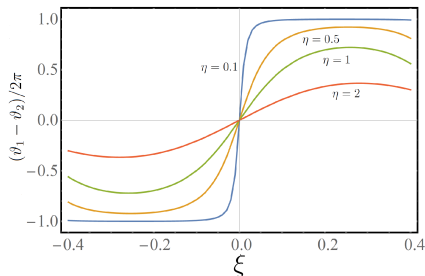
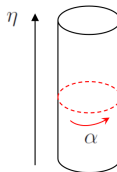


Berry, Proc. R. Soc. London Ser. A 392, 45 (1984)

# Результаты – гироскоп с “абстрактным” дефектом

## Параметры модели

$m$  – масса атома ( $^{87}\text{Rb}$ )  
 $R$  – радиус кольца ( $0.25\text{cm}$ )  
 $\xi = mR^2\Omega/\hbar$  – безразмерная  
 скорость вращения  
 $\Omega = \Omega_{\text{Earth}}$ :  $\xi \simeq 0.392$   
 Контур вариации:  
 $\rho = (\eta = \text{const}, \alpha \in [0, 2\pi])$



Ростом, Томилин, Ильичёв, ЖЭТФ 162, 307-312 (2022)

## Недостатки модели

- Неясно, как может быть реализована
- Коэффициенты трансфер-матрицы не зависят от энергии

# Результаты – гироскоп с “реальным” дефектом

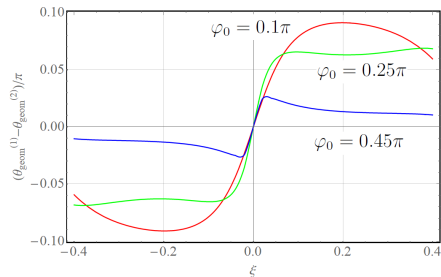
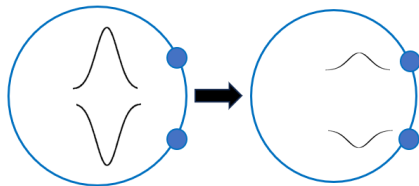
## Параметры модели

Комбинация  $\delta$ -образных барьера и ямы (высота и глубина  $a$ , угловые координаты  $\pm\varphi_0$ )

Контур вариации:

$$a = a_0 \cdot \cos^2 \alpha$$

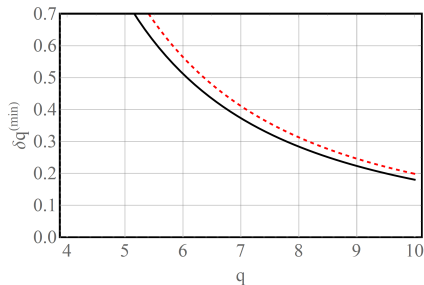
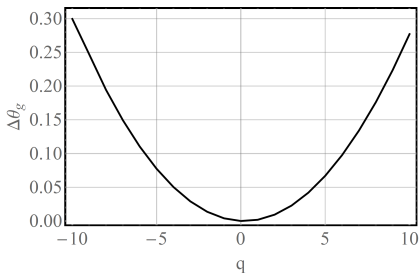
$\alpha \in [0, \pi]$  (при вариации по замкнутому контуру  $\vartheta_g \equiv 0$ )



Томилин, Ростом, Ильичёв, ПЖЭТФ 119, 381-387 (2024)

Разница геометрических фаз слабо зависит от величин дефектов, но весьма чувствительны к их взаимному расположению. В частности,  $\Delta\theta_{geom} = 0$  при  $\varphi_0 = \pi/2$

# Результаты – гравиметр с “абстрактным” дефектом



Ростом, Томилин, Ильичёв, ПЖЭТФ 120,  
560-567 (2024).

## Параметры модели

$q = 4m^2 R^3 g / \hbar^2$  – безразмерное  
линейное ускорение  $g$

$R = 0.25 \text{ mm}$

Дефект с  $\eta = 1$

Контур вариации:

$p = (\eta = \text{const}, \alpha \in [0, 2\pi])$

Точность измерения  $q$  при  $N_{at} = 100$

$$\delta q \geq \frac{1}{\sqrt{n_{exp}} \cdot \sqrt{I_q}} \doteq \frac{\delta q^{(min)}}{\sqrt{n_{exp}}} - \text{неравенство}$$

*Крамера-Рао*

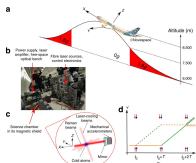
$I_q$  – квантовая информация Фишера

$\delta q^{(min)} / q \sim 0.02$  при  $q = 10$ , т.е. при  
ускорениях  $\sim 10^{-6} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2$

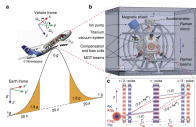
Ростом, Томилин, Ильичёв, ПЖЭТФ 120,  
560-567 (2024)

# Сравнение с другими схемами

## Очевидное приложение – измерение микрогравитации

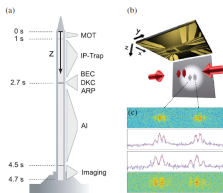


Geiger et al., Nat. Commun. 2, 474 (2011)



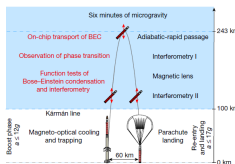
Barrett et al., Nat. Commun. 7, 13786 (2016)

Чувствительность  
 $10^{-4} \div 10^{-5} \cdot 9.8 m/s^2$

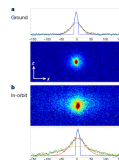


Muntinga et al., PRL 110, 093602 (2013)

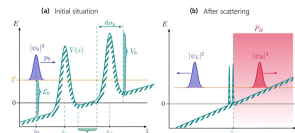
Разрешение до  $10^{-12} g$  (?)



Becker et al., Nature 562, 391 (2018)



Конденсат на МКС, но нет интерферометра  
Aveline et al., Nature 582, 193 (2020)



$\delta g^{(min)} / g \sim 0.2 @ g = 10^{-5} \cdot 9.8 m/s^2$   
 $N_{at} = 100$  (теория)  
Schach et al., EPJ Quant. Tech. 9, 20 (2020)

# Заключение

## Результаты

- Предложена новая концепция квантовых инерционных датчиков, в которых регистрируемой величиной является разность геометрических фаз, возникающая в результате вариации потенциалов двух атомных мод
- Продемонстрирована возможность регистрации угловых скоростей порядка скорости вращения Земли вокруг своей оси
- Первичные оценки в идеализированной модели показывают принципиальную возможность регистрации малых ускорений порядка  $10^{-6}g$

# Публикации

- А.М. Ростом, В.А. Томилин, Л.В. Ильичёв, “Геометрическая фаза как основа квантовой гироскопии”, ЖЭТФ **162**, 307-312 (2022).
- В.А. Томилин, А.М. Ростом, Л.В. Ильичёв “Конфигурация “барьер–яма” в схеме квантового гироскопа на основе геометрической фазы атомарного конденсата”, Письма в ЖЭТФ **119**, 381-387 (2024).
- А.М. Ростом, В.А. Томилин, Л.В. Ильичёв, “Геометрическая фаза как основа квантовой акселерометрии”, Письма в ЖЭТФ **120**, 560-567 (2024).
- В.А. Томилин, А.М. Ростом, Л.В. Ильичёв, “Геометрическая фаза двухчастичной волновой функции Бете”, Письма в ЖЭТФ **123**, 567-573 (2026) (**предварительные исследования влияния межатомного взаимодействия на геометрическую фазу**).

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФ (проект 23-12-00182-П).

Спасибо за внимание!

# Уравнения Шрёдингера

## Вращение

$$\Psi''(\varphi) - 2i\xi\Psi'(\varphi) + \varepsilon\Psi(\varphi) = 0$$

$\varepsilon = mR^2E/\hbar^2$  – безразмерная энергия

$\xi = mR^2\Omega/\hbar$  – безразмерный параметр скорости вращения

## Линейное ускорение

$$\frac{d^2}{dz^2}\Psi(z) + (\kappa^2 - 2q \cdot \cos 2z)\Psi(z) = 0$$

$$z = 2\varphi$$

$\kappa^2 = 8mR^2 \cdot (E - mgR)/\hbar^2$  – “кинетическая энергия”

$q = 4m^2R^3g/\hbar^2$  – эффективная глубина потенциала, создаваемого ускорением свободного падения  $g$

# Вычисление квантовой информации Фишера

Если состояние чистое (нет потери атомов при наблюдении интерференции):

$I_q = 4 \left| \frac{\partial \Delta \theta_{\mathbf{g}}}{\partial q} \right|^2 \cdot (\Delta n)^2$  (распределение числа атомов по модам полагаем биномиальным)

Если теряется  $(1 - T)N_{at}$  в одной из мод (Dorner et al., PRL **102**, 040403 (2009)):

$$\hat{\rho} = \sum_{i=0}^{N_{at}} \hat{K}_i |\Psi(q)\rangle \langle \Psi(q)| \hat{K}_i^\dagger \doteq \sum_{i=0}^{N_{at}} p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|$$

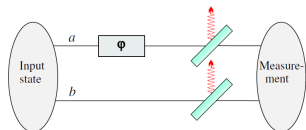
$$\hat{K}_i \doteq \frac{(\sqrt{1-T})^i}{\sqrt{i!}} (\sqrt{T})^{\hat{n}} \hat{a}^i$$

$$p_i \doteq \langle \Psi(q) | \hat{K}_i^\dagger \hat{K}_i | \Psi(q) \rangle$$

$$|\psi_i\rangle \doteq \frac{\hat{K}_i}{\sqrt{p_i}} |\Psi(q)\rangle$$

Оценка сверху (Fujiwara, PRA **63**, 042304 (2001)):

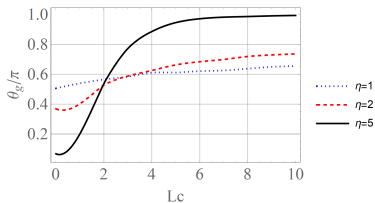
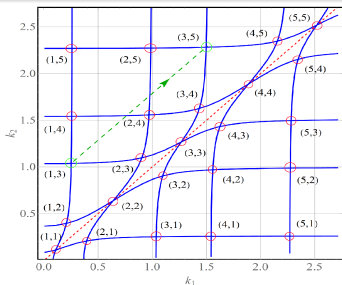
$$I_q \leq \tilde{I}_q \doteq 4 \left| \frac{\partial \Delta \theta_{\mathbf{g}}}{\partial q} \right|^2 \cdot \sum_i p_i (\Delta n)_i^2$$



# Учёт взаимодействия

Спектр системы двух атомов с точечным взаимодействием (**модель Либ-Линигера**) на кольце с ориентированным дефектом и зависимость геометрической фазы от величины взаимодействия:

$$\theta_g = \arg \langle \Psi(\alpha = 0) | \Psi(\alpha = 2\pi) \rangle + \frac{i}{2} \int_0^{2\pi} \frac{\langle \Psi | \frac{\partial}{\partial \alpha} \Psi \rangle - \langle \frac{\partial}{\partial \alpha} \Psi | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} d\alpha$$



Модель Либ-Линигера ( $\hbar = 2m = 1$ ,  $c > 0$  (отталкивание)):

$$\sum_{i=1}^N \hat{k}_i^2 \Psi(x_1, \dots, x_N) + 2c \sum_{i>j} \delta(x_i - x_j) \Psi(x_1, \dots, x_N) = E \Psi(x_1, \dots, x_N)$$

Lieb and Liniger, Phys. Rev. 130, 1605 (1963); Lieb, Phys. Rev. 130, 1616 (1963).