АНОМАЛЬНЫЙ РАСПАД $X(3872) \to \pi^0\pi^+\pi^-$, ОБУСЛОВЛЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНОЙ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ СИНГУЛЯРНОСТЬЮ

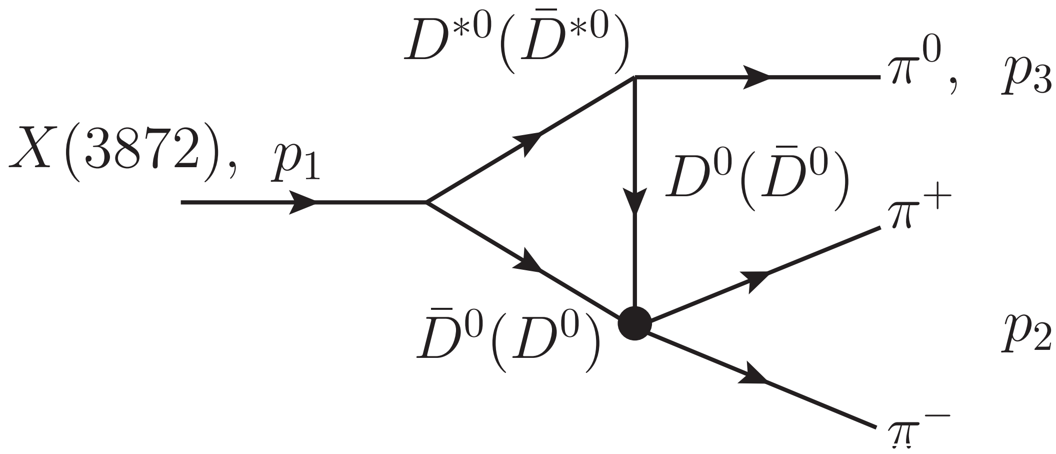
Н.Н. Ачасов и Г.Н. Шестаков

Лаборатория теоретической физики,
Институт математики им. С.Л. Соболева
СО РАН, Новосибирск

Physical Review D 99, 116023 (2019)

Аннотация

Найден распад "патриарха" тяжёлых экзотических мезонов $X(3872) \to (D^*\bar{D} + \bar{D}^*D) \to \pi^0 D\bar{D} \to \pi^0\pi^+\pi^-$, аномально нарушающий изотопическую симметрию за счёт наличия в его амплитуде треугольной логарифмической особенности. Распад имеет чёткую сигнатуру: доминирующий вклад в $BR(X(3872) \to \pi^0\pi^+\pi^-)$ происходит от рождения $\pi^+\pi^-$-системы в узком интервале $m_{\pi^+\pi^-} \approx 2m_{D^0} \approx 3.73$ ГэВ. Анализ показывает, что $BR(X(3872) \to \pi^0\pi^+\pi^-)$ можно ожидать на уровне 10^{-3}–10^{-4}, который является типичным для распадов $c\bar{c}$-состояний в лёгкие адроны, происходящих без нарушения изотопической инвариантности.



Механизм распада $X(3872) \to \pi^0\pi^+\pi^-$.

$X(3872)$ — первый представитель “семейства” новых тяжёлых экзотических XYZ-состояний.

$$X(m):\ \ \chi_{cJ}[I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{++}, 1^{++}, 2^{++}); m_J].$$
$$Y(m):\ \ \psi[0^-(1^{--});\ 4260,\ 4360,\ 4660, ...] \to \pi^+\pi^- J/\psi, ...$$
$$Z(m):\ \ Z_c[1^+(1^{+-});\ 3900,\ 4020,\ 4430, ...] \to \pi J/\psi, ...$$

$X(3872)$ (или $\chi_{c1}(3872)$ [PDG19]) был обнаружен коллаборацией Belle в 2003 году в процессе $B \to K(X(3872) \to \pi^+\pi^- J/\psi)$. Затем он был зарегистрирован во многих экспериментах в других процессах и в других каналах распада. $X(3872)$ является узким резонансом ($\Gamma_X < 1.2$ МэВ), его масса $m_X = 3871.69 \pm 0.17$ МэВ практически совпадает с порогом $D^{*0}\bar{D}^0$-канала (3871.68 МэВ), он имеет квантовые числа $I^G(J^{PC}) = 0^+(1^{++})$; кроме распада на $\pi^+\pi^- J/\psi$ он распадается также на $\pi^+\pi^-\pi^0 J/\psi$, $D^{*0}\bar{D}^0 + c.c.$, $\gamma J/\psi$, $\gamma\psi(2S)$ и $\pi^0\chi_{c1}(1P)$. Природа $X(3872)$ явилась предметом многочисленнейших дискуссий.

$X(3872)$ — $c\bar{c}$-состояние чармония $\chi_{c1}(2P)$

N.N. Achasov, E.V. Rogozina, How learn the branching ratio $X(3872) \to D^{*0}D^0 + c.c.$, Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 100 (2014) 252.

N.N. Achasov, E.V. Rogozina, $X(3872)$, $I^G(J^{PC}) = 0^+(1^{++})$, as the $\chi_{1c}(2P)$ charmonium, Mod. Phys. Lett. A30 (2015) 1550181.

N.N. Achasov, E.V. Rogozina, Towards the nature of $X(3872)$ resonance, J. Univ. Sci. Tech. China 46 (2016) 574.

Nikolay Achasov, Physics of the charmonium-like state $X(3872)$, EPJ Web Conf. 125 (2016) 04002, QUARKS-2016.

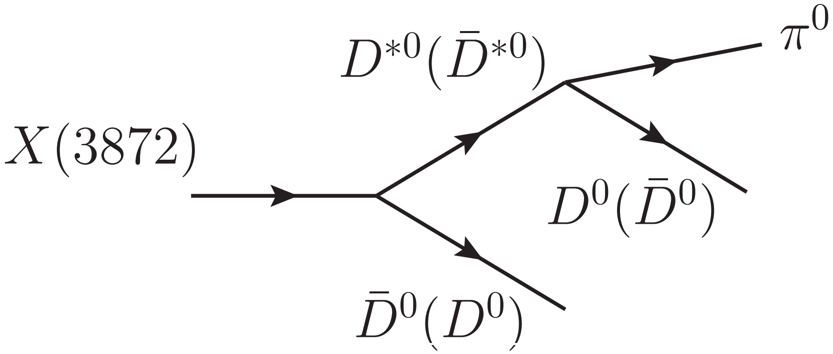
N.N. Achasov, Why $X(3872)$ is not a molecule, Phys. Part. Nucl. 48 (2017) 839.

Nikolay Achasov, Exotics at Our Home, EPJ Web Conf. 191 (2018) 04002, QUARKS-2018.

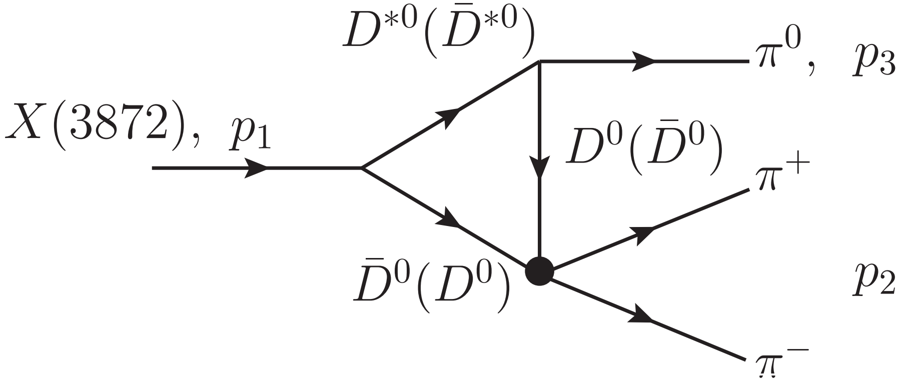
Nikolay Achasov, Electro-weak production of pseudovector C-even heavy quarkonia in electron-positron collisions on Belle II and BESIII, EPJ Web Conf. 212 (2019) 02001.

Расчёты вероятности распада $X(3872) \to \pi^0\pi^+\pi^-$, представленные в настоящей работе, также подразумевают, что $X(3872)$-мезон имеет обыкновенную $c\bar{c}$-природу, т.е. что он является компактным состоянием чармония, подобным хорошо известным состояниям $\chi_{c1}(1P)$, $\psi(2S)$, $\psi(3770)$ и т.д., для описания распадов которого можно использовать подход эффективных феноменологических лагранжианов.

Покажем, что распад $X(3872) \to \pi^0\pi^+\pi^-$ возможен за счёт аномального (фактически 100%-го) нарушения изотопической симметрии.



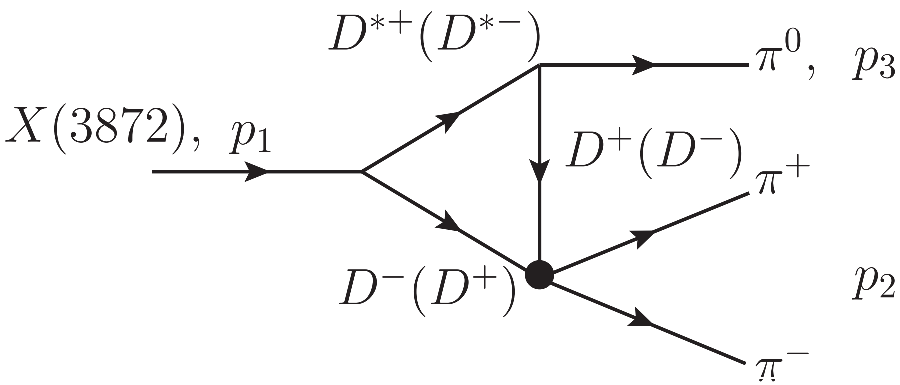
Как известно, канал распад $X(3872)$ на $(D^{*0}\bar{D}^0 + \bar{D}^{*0}D^0) \to \pi^0 D^0 \bar{D}^0$ является одним из главных его каналов распада.



Благодаря взаимодействию D^0- и $\bar{D}^0$-мезонов в конечном состоянии, т.е. за счёт S-волнового перехода $D^0\bar{D}^0 \to \pi^+\pi^-$, индуцируется амплитуда сильного распада $X(3872) \to (D^{*0}\bar{D}^0 + \bar{D}^{*0}D^0) \to \pi^0 D^0 \bar{D}^0 \to \pi^0\pi^+\pi^-$, нарушающая изоспин.

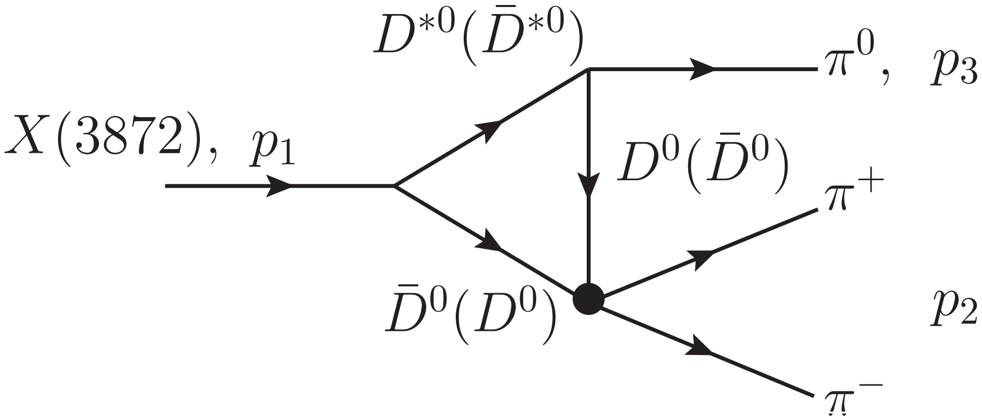
Амплитуда зависит от кинематических переменных $p_1^2 = s_1$, $p_2^2 = m^2_{\pi^+\pi^-} = s_2$.

Распад $X(3872) \to \pi^0\pi^+\pi^-$ может происходить также через заряженные промежуточные состояния, $X(3872) \to (D^{*+}D^- + D^{*-}D^+) \to \pi^0 D^+ D^- \to \pi^0\pi^+\pi^-$:



$D^{*0}\bar{D}^0$- и $D^{*+}D^-$-пороги по $\sqrt{s_1}$ различаются на 8.23 МэВ, а $D^0\bar{D}^0$- и D^+D^--пороги по $\sqrt{s_2}$ различаются на 9.644 МэВ. Поэтому в существенной для распада $X(3872) \to \pi^0\pi^+\pi^-$ области переменных $\sqrt{s_1}$ и $\sqrt{s_2}$ (т.е. при $\sqrt{s_1} \approx m_X \approx m_{D^{*0}} + m_{\bar{D}^0}$ и $\sqrt{s_2} \approx 2m_{\bar{D}^0} \approx 3.73$ ГэВ) вклады, отвечающие нейтральным и заряженным промежуточным состояниям очень слабо компенсируют друг друга и доминирует вклад диаграммы с $D^{*0}\bar{D}^0 + \bar{D}^{*0}D^0$-промежуточными состояниями.

О логарифмической сингулярности в амплитуде распада $X(3872) \to (D^{*0}\bar{D}^0 + \bar{D}^{*0}D^0) \to \pi^0 D^0 \bar{D}^0 \to \pi^0\pi^+\pi^-$



В области $X(3872)$-резонанса все промежуточные частицы в диаграмме при определённых значениях переменных $\sqrt{s_1}$ и $\sqrt{s_2}$ могут находиться на массовой поверхности (быть реальными). Это означает, что в гипотетическом случае <u>стабильного D^{*0}-мезона</u> в мнимой части амплитуды этой треугольной диаграммы имеется логарифмическая сингулярность.

$$F(s_1,s_2)=\frac{i}{\pi^3}\int\frac{d^4k}{D_1D_2D_3}=\frac{1}{\pi}\int\limits_{m^2_{thr}}^{\infty}\frac{A(s_1',s_2)\,ds_1'}{s_1'-s_1-i\varepsilon}\,,$$

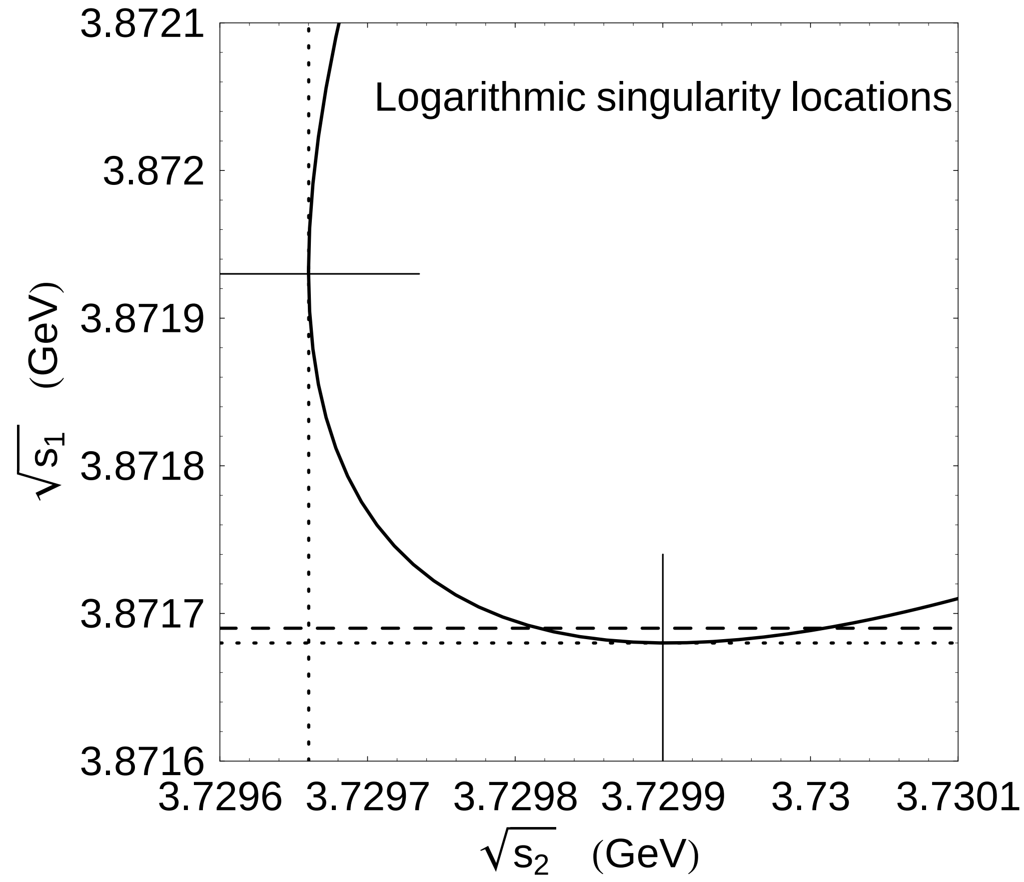
$$A(s_1,s_2)=\frac{1}{\sqrt{\Delta}}\ln\left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}\right)\,,$$

$$\Delta=s_1^2-2s_1(s_2+m_\pi^2)+(s_2-m_\pi^2)^2\,,$$

$$\alpha=s_1^2-s_1(s_2+m_\pi^2+m^2_{D^{*0}}-m^2_{D^0})+(s_2-m_\pi^2)(m^2_{D^0}-m^2_{D^{*0}})\,,$$

$$\beta=\sqrt{\Delta\,\delta}\,,\qquad \delta=s_1^2-2s_1(m^2_{D^{*0}}+m^2_{D^0})+(m^2_{D^{*0}}-m^2_{D^0})^2\,.$$

Сингулярности логарифма в $F(s_1,s_2)$ возникают при $\alpha^2-\beta^2=0$.



$$(m_{D^{*0}} + m_{D^0})^2 = (3.87168 \text{ ГэВ})^2 < s_1 < (3.87193 \text{ ГэВ})^2,$$
$$4m_{D^0}^2 = (3.72966 \text{ ГэВ})^2 < s_2 < (3.7299 \text{ ГэВ})^2.$$

При $\sqrt{s_1} = m_X$ логарифмическая сингулярность расположена при $\sqrt{s_2} = m_{\pi^+\pi^-} \approx 3.72982$ ГэВ, т.е. вблизи $D^0\bar{D}^0$-порога. Её наличие приводит к узкому резонансноподобному усилению в спектре масс конечной $\pi^+\pi^-$-системы. И это составляет главную характерную особенность рассматриваемого механизма распада $X(3872) \to \pi^0\pi^+\pi^-$, благодаря которой он может быть идентифицирован на опыте.

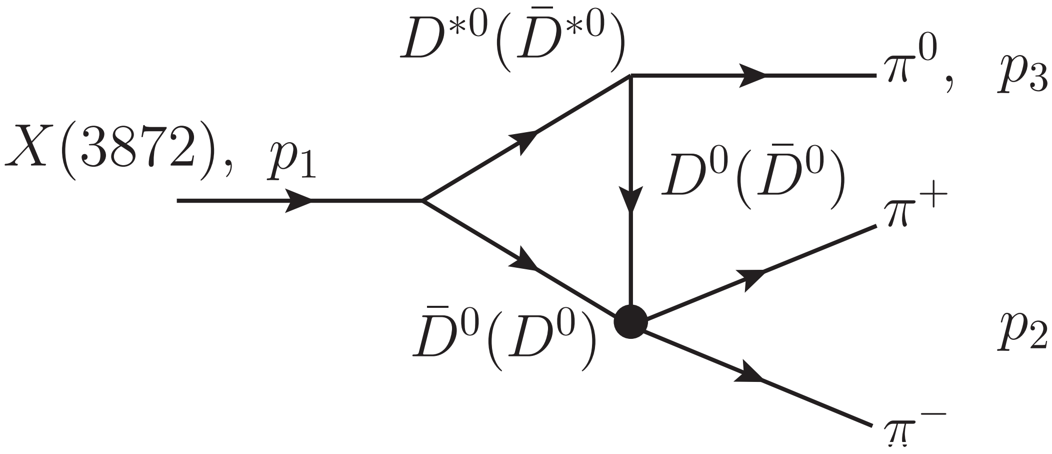
Для оценок и расчёта характеристик распада $X(3872) \to \pi^0\pi^+\pi^-$

$$\frac{d\Gamma(X \to \pi^0\pi^+\pi^-; s_1, s_2)}{d\sqrt{s_2}} \text{ — спектр масс } \pi^+\pi^- ,$$

$$\Gamma(X \to \pi^0\pi^+\pi^-; s_1) = \int_{2m_{\pi^+}}^{\sqrt{s_1}-m_{\pi}^0} \frac{d\Gamma(X \to \pi^0\pi^+\pi^-; s_1, s_2)}{d\sqrt{s_2}} d\sqrt{s_2} ,$$

$$BR(X \to \pi^0\pi^+\pi^-) = \int_{3m_\pi}^{\infty} \frac{2\sqrt{s_1}}{\pi} \frac{\sqrt{s_1}\,\Gamma(X \to \pi^0\pi^+\pi^-; s_1)}{|D_X(s_1)|^2} d\sqrt{s_1}$$

необходимо иметь значения константы связи $X(3872)$ с каналом распада на $D^{*0}\bar{D}^0 + \bar{D}^{*0}D^0$, константы связи в распаде $D^{*0} \to D^0\pi^0$ и амплитуды S-волнового процесса аннигиляции $D^0\bar{D}^0 \to \pi^+\pi^-$, которую мы аппроксимируем в области $D\bar{D}$-порогов не зависящей от s_2 константой $g_{D^0\bar{D}^0\pi^+\pi^-}$.



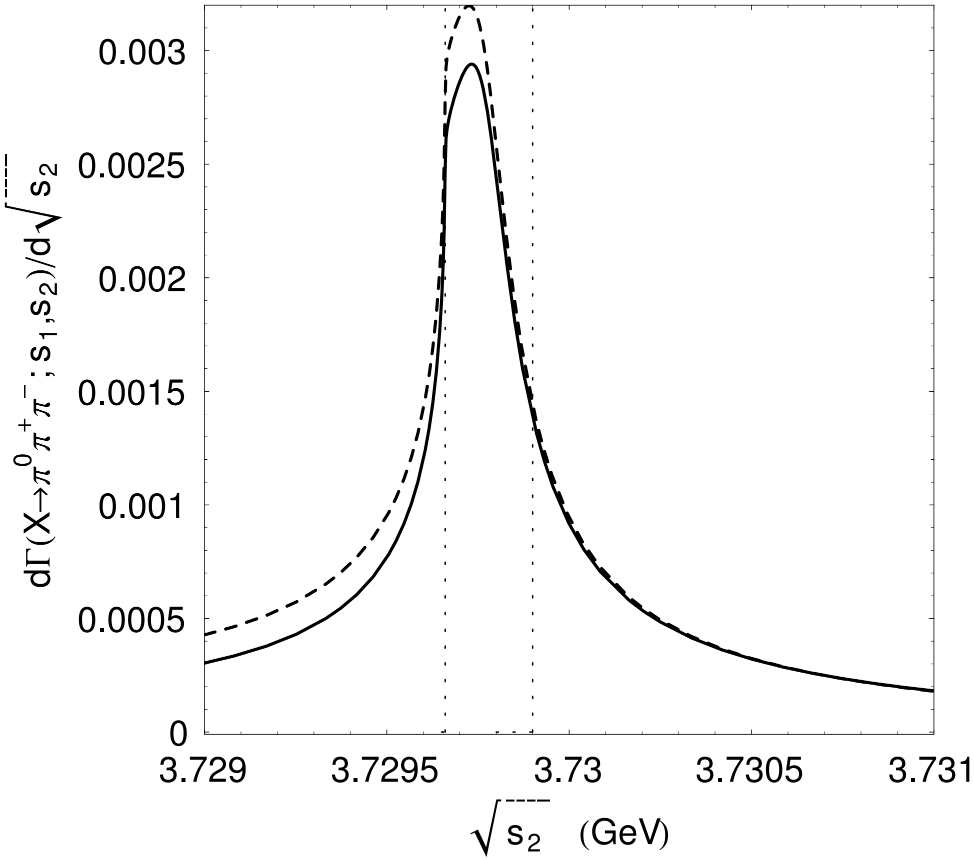
Значения константы $g_{XD^{*0}\bar{D}^0} = g_A$ (например, $g_A \approx 0.25$ ГэВ^2) были взяты из работ Ачасова и Рогозиной, в которой был введён эффективный лагранжиан $XD^{*0}\bar{D}^0$-взаимодействия и построен пропагатор $X(3872)$-резонанса, обладающий хорошими аналитическими и унитарными свойствами подобно пропагаторам лёгких скалярных мезонов $\sigma(500)$, $a_0(980)$, $f_0(980)$.

$g^2_{D^{*0}D^0\pi^0}/(4\pi) \approx 2.8$ и полная ширина $\Gamma_{D^{*0}} \approx 55.6$ кэВ были оценены по данным о распадах D^{*+}-мезона. Нестабильность векторных мезонов в промежуточных состояниях, т.е. конечность значений

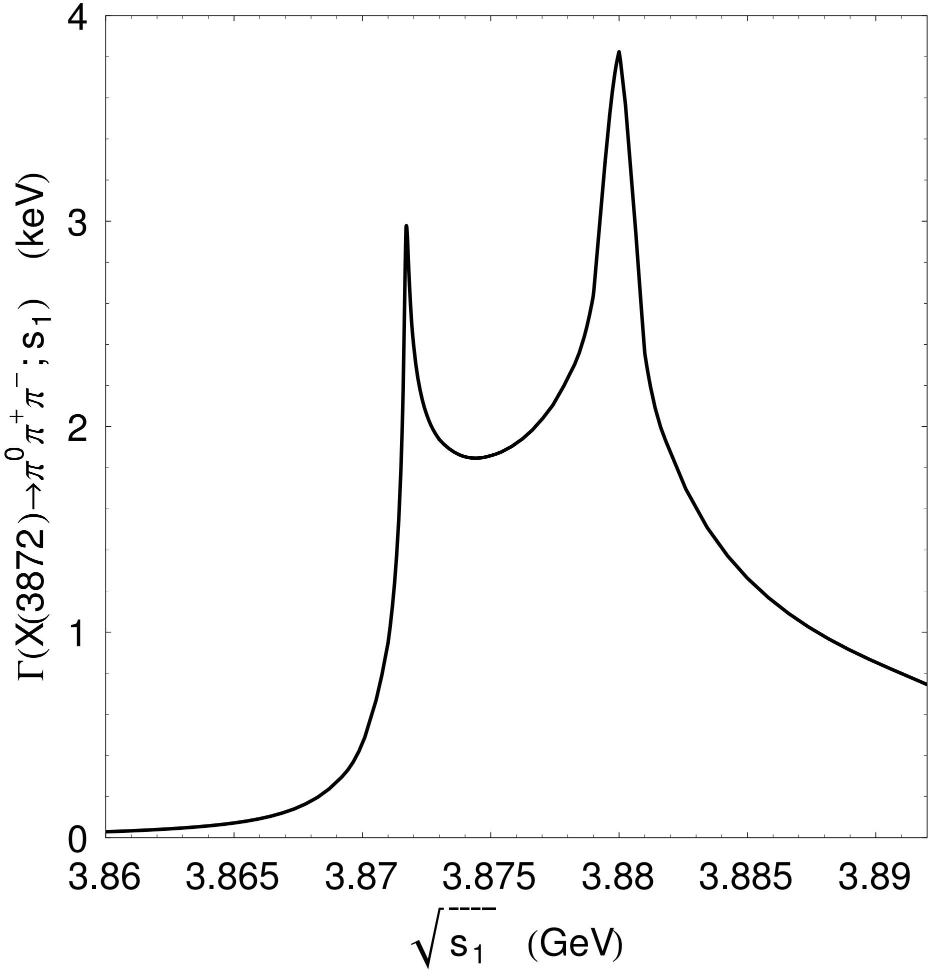
их полных ширин распада, важно учитывать при оценках вкладов логарифмических сингулярностей, см. N.N. Achasov and A.A. Kozhevnikov, Z. Phys. C48 (1990) 121.

Величина $|g_{D^0\bar{D}^0\pi^+\pi^-}/(8\pi)|^2 \approx 1.8$ была оценена из размерных соображений о радиусе $D^0\bar{D}^0$-аннигиляции $\approx 1/(2m_{D^{*+}}) \approx 1/(4\,\text{ГэВ})$. Эксперимент покажет, является эта такая оценка разумной или нет. Для сравнения отметим, что расчёт амплитуды $D^0\bar{D}^0 \to \pi^+\pi^-$-аннигиляции в древесном приближении, обусловленной обменом заряженным векторным D^*-мезоном в t-канале, приводит к величине $|g_{D^0\bar{D}^0\pi^+\pi^-}/(8\pi)|^2$, которая приблизительно в 15 (30) раз больше нашей оценки благодаря большой константе связи $g^2_{D^{*+}D^0\pi^+}/(4\pi) \approx 5.6$.

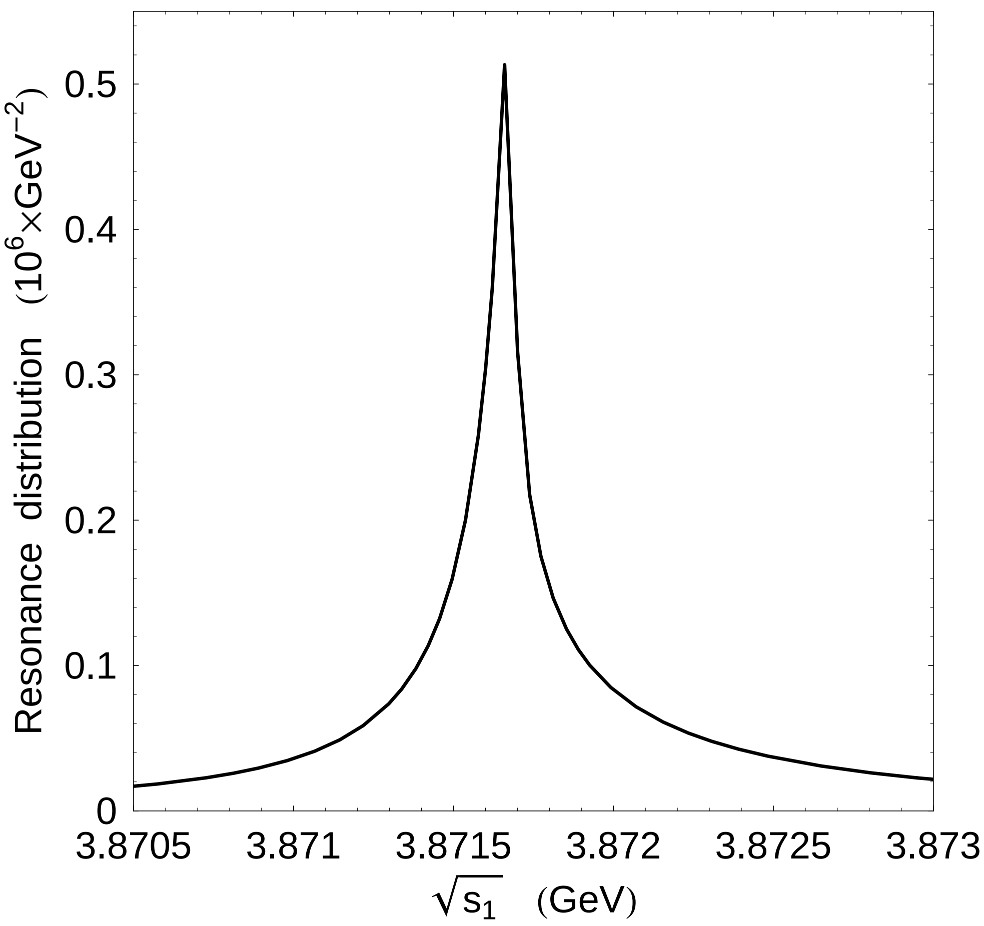
Перейдём к обсуждению рисунков, иллюстрирующих ситуацию при конкретных значениях параметров.



Спектра масс $\pi^+\pi^-$ $d\Gamma(X \to \pi^0\pi^+\pi^-; s_1, s_2)/d\sqrt{s_2}$; $\sqrt{s_1} = m_X = 3.87169$ ГэВ, $g_A^2/(16\pi) = 0.25$ ГэВ^2. $\Gamma(X \to \pi^0\pi^+\pi^-; m_X^2) \approx 3$ кэВ, это — max.



Ширина $\Gamma(X \to \pi^0\pi^+\pi^-; s_1)$ как функция $\sqrt{s_1}$; $g_A^2/(16\pi) = 0.25$ ГэВ^2.



Резонансное распределение $2s_1/(\pi|D_X(s_1)|^2)$; $g_A^2/(16\pi) = 0.25$ ГэВ^2, $\Gamma_{non} = 1$ МэВ. С ним надо взвесить $\Gamma(X \to \pi^0\pi^+\pi^-; s_1)$ и опр. BR.

<u>Таблица I.</u> $BR(X((3872) \to \pi^0\pi^+\pi^-)$ в единицах 10^{-4} для пяти значений $g_A^2/(16\pi)$ и трёх значений $\Gamma_{non} = \Sigma_i\Gamma_i$, т.е. ширины распада $X(3872)$ во все не-$(D^*\bar{D} + \bar{D}^*D)$-каналы; $m_X = 3.87169$ ГэВ.

$g_A^2/(16\pi)$ (in GeV^2)	$= 0.1$	$= 0.2$	$= 0.25$	$= 0.5$	$= 1.0$
$\Gamma_{non} = 0.5$ MeV	7.42	8.42	8.35	7.10	5.19
$\Gamma_{non} = 1$ MeV	3.93	4.99	5.14	4.88	3.84
$\Gamma_{non} = 2$ MeV	1.93	2.70	2.89	3.07	2.67

Таким образом вероятность распада $BR(X(3872) \to \pi^0\pi^+\pi^-)$ можно ожидать на уровне 10^{-3}–10^{-4}, который является типичным для распадов $c\bar{c}$-состояний в лёгкие адроны, происходящих без нарушения изотопической инвариантности.

Пока не ясно лежит ли масса $X(3872)$ чуть выше или чуть ниже $D^{*0}\bar{D}^0$-порога. Неопределённость в ± 0.17 МэВ, которую указывает Particle Data Group для m_X, допускает обе возможности. В Таб. II и III мы привели оценки для $BR(X \to \pi^0\pi^+\pi^-)$ при тех же значениях $g_A^2/(16\pi)$ и Γ_{non}, что и в Таб. I, но для $m_X = 3.87169 \pm 0.00017$ ГэВ.

Таблица II. То же, что в Таб. I, но при $m_X = 3.87169 + 0.00017$ ГэВ.

$g_A^2/(16\pi)$ (в ГэВ^2)	$= 0.1$	$= 0.2$	$= 0.25$	$= 0.5$	$= 1.0$
$\Gamma_{non} = 0.5$ МэВ	6.45	6.97	6.82	5.63	3.94
$\Gamma_{non} = 1$ МэВ	3.76	4.60	4.68	4.30	3.27
$\Gamma_{non} = 2$ МэВ	1.93	2.64	2.80	2.89	2.45

Таблица III. То же, что в Таб. I, но при $m_X = 3.87169 - 0.00017$ ГэВ.

$g_A^2/(16\pi)$ (в ГэВ^2)	$= 0.1$	$= 0.2$	$= 0.25$	$= 0.5$	$= 1.0$
$\Gamma_{non} = 0.5$ МэВ	8.04	11.2	12.2	14.7	16.3
$\Gamma_{non} = 1$ МэВ	3.91	5.57	6.08	7.37	8.20
$\Gamma_{non} = 2$ МэВ	1.86	2.73	3.01	3.70	4.12

Заключение. Проведённый анализ показывает, что $BR(X(3872) \to \pi^0\pi^+\pi^-)$ можно ожидать на уровне 10^{-3}–10^{-4}. При этом доминирующий вклад в него происходит от рождения $\pi^+\pi^-$-системы в узком (шириной не более 20 МэВ) интервале инвариантной массы $m_{\pi^+\pi^-}$ около её значения $\approx 2m_{D^0} \approx 3.73$ ГэВ, что связано с наличием в амплитуде распада $X(3872) \to \pi^0\pi^+\pi^-$ логарифмической сингулярности. Пойманные $\pi^+\pi^-$-события с такой инвариантной массой послужат сигнатурой петлевого механизма распада $X(3872) \to \pi^0\pi^+\pi^-$, $X(3872) \to (D^{*0}\bar{D}^0 + \bar{D}^{*0}D^0) \to \pi^0 D^0\bar{D}^0 \to \pi^0\pi^+\pi^-$. Для рождения $X(3872)$-резонанса на установках Belle II, BESIII, LHCb, PANDA и др. могут использоваться такие реакции и распады как $B \to KX(3872)$, $B \to K\pi X(3872)$, $e^+e^- \to \gamma X(3872)$, $pp \to X(3872) + h$, $p\bar{p} \to X(3872) + h$, $p\bar{p} \to X(3872)$, $\gamma\gamma^*(Q^2) \to X(3872)$.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ

В работах Ачасова и Рогозиной был введён эффективный лагранжиан взаимодействия $L_{XD^{*0}\bar{D}^0}(x) = g_A X^\mu (D^{*0}_\mu \bar{D}^0 + \bar{D}^{*0}_\mu D^0)$, построен пропагатор $X(3872)$-резонанса, обладающий хорошими аналитическими и унитарными свойствами, и из анализа экспериментальных данных по $(D^{*0}\bar{D}^0 + \bar{D}^{*0}D^0)$- и не-$(D^*\bar{D} + \bar{D}^*D)$-каналам распада $X(3872)$ определены возможные значения константы связи $g_A^2/(16\pi)$ (например, ≈ 0.25 ГэВ^2).

Обратный пропагатор $X(3872)$ имеет вид

$$D_X(s_1) = m_X^2 - s_1 + \sum_{ab}[\text{Re}\Pi_X^{ab}(m_X^2) - \Pi_X^{ab}(s_1)] - i m_X \Gamma_{non},$$

где $\Gamma_{non} = \Sigma_i \Gamma_i$ — полная ширина распада $X(3872)$ во все не-$(D^*\bar{D} + \bar{D}^*D)$-каналы, которая в узкой области $X(3872)$-пика ($\Gamma_X < 1.2$ МэВ) аппроксимируется константой; $ab = D^{*0}\bar{D}^0,\ \bar{D}^{*0}D^0,\ D^{*+}D^-,\ D^{*-}D^+$. При $s_1 > (m_a + m_b)^2$ вклад ab-петли $\Pi_X^{ab}(s_1)$ равен

$$\frac{g_A^2}{16\pi}\left[\frac{m_{ab}^{(+)}m_{ab}^{(-)}}{\pi s_1}\ln\frac{m_b}{m_a} + \rho_{ab}(s_1)\left(i - \frac{1}{\pi}\ln\frac{\sqrt{s_1 - m_{ab}^{(-)\,2}} + \sqrt{s_1 - m_{ab}^{(+)\,2}}}{\sqrt{s_1 - m_{ab}^{(-)\,2}} - \sqrt{s_1 - m_{ab}^{(+)\,2}}}\right)\right],$$

где $\rho_{ab}(s_1) = \sqrt{s_1 - m_{ab}^{(+)\,2}}\sqrt{s_1 - m_{ab}^{(-)\,2}}/s$, $m_{ab}^{(\pm)} = m_a \pm m_b$, $m_a > m_b$,

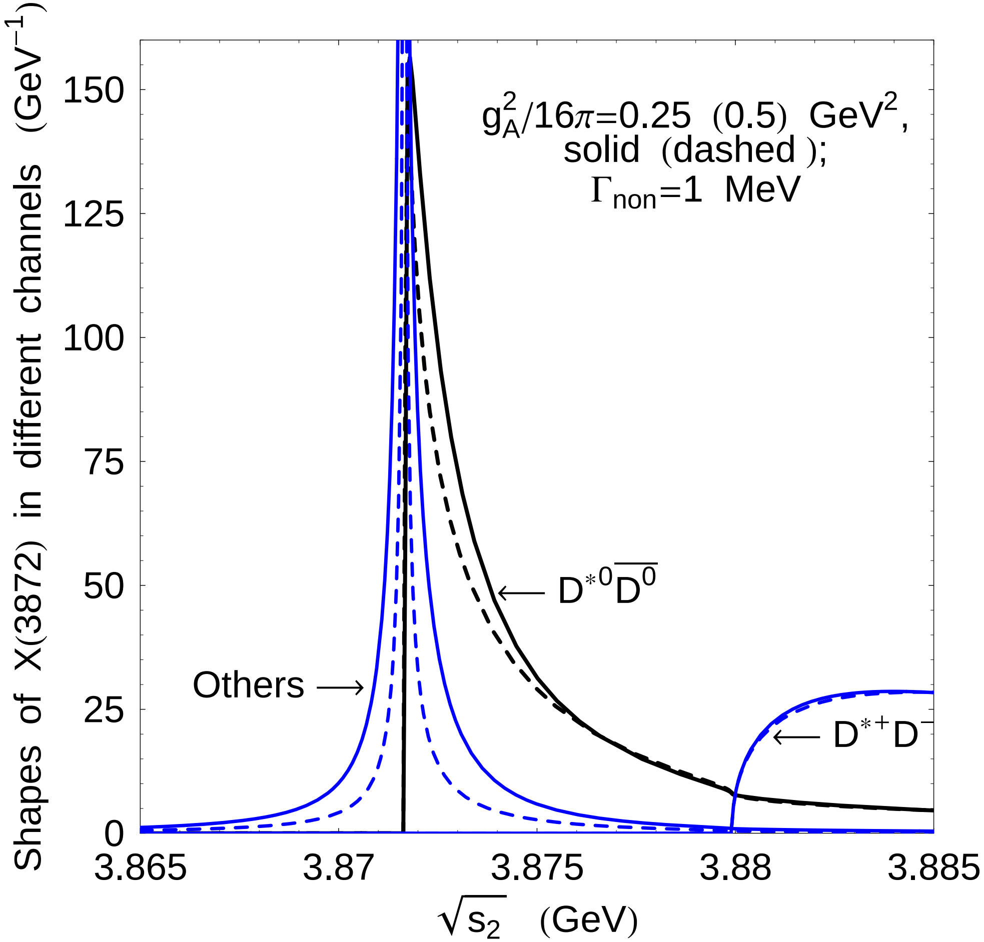
$$\text{Im}\,\Pi_X^{ab}(s_1) = \sqrt{s_1}\,\Gamma_{X\to ab}(s_1) = \frac{g_A^2}{16\pi}\rho_{ab}(s_1).$$

Поляризационный оператор $\Pi_X^{ab}(s_1)$ в областях $(m_a - m_b)^2 < s_1 < (m_a + m_b)^2$ и $s_1 < (m_a - m_b)^2$ получается аналитическим продолжением.

Подобно случаям лёгких скалярных мезонов $\sigma(500)$, $a_0(980)$, $f_0(980)$ хорошие аналитические и унитарные свойства пропагатора $X(3872)$ обеспечивают нормировку суммы вероятностей распадов по всем каналам на единицу,

$$BR(X \to (D^{*0}\bar{D}^0 + c.c.)) + BR(X \to (D^{*+}D^- + c.c)) + \Sigma_i BR(X \to i) = 1.$$

Как выглядят формы линии $X(3872)$-резонанса в различных каналах распада? Приведём примеры для случаев, отвечающих $\Gamma_{non} = 1$ МэВ и $g_A^2/(16\pi) = 0.25$ и 0.5 ГэВ^2.



Формы линии $X(3872)$-резонанса в различных каналах распада.

Распределение долей распада по каналам.

$$BRP1[m_X, \infty, g2 = 0.25, 0.5, \Gamma_\chi = 0.001] = 0.179127, \quad 0.27346$$

$$BR02[m_X, \infty, g2 = 0.25, 0.5, \Gamma_\chi = 0.001] = 0.540795, \quad 0.596269$$

$$BR03[m_X, \infty, g2 = 0.25, 0.5, \Gamma_\chi = 0.001] = 0.278035, \quad 0.129061$$

$$BRtot[m_X, \infty, g2 = 0.25, 0.5, \Gamma_\chi = 0.001] = \qquad 1, \qquad 1$$

——————————————————————————————-

$$BRP1[m_X, 3.92, g2 = 0.25, 0.5, \Gamma_\chi = 0.001] = 0.073088, \quad 0.083147$$

$$BR02[m_X, 3.92, g2 = 0.25, 0.5, \Gamma_\chi = 0.001] = 0.43139, \quad 0.40057$$

$$BR03[m_X, 3.92, g2 = 0.25, 0.5, \Gamma_\chi = 0.001] = 0.275012, \quad 0.126507$$

$$BRtot[m_X, 3.92, g2 = 0.25, 0.5, \Gamma_\chi = 0.001] = 0.77949, \quad 0.610224$$

Оценка константы $g_{D^{*0}D^0\pi^0}$. $\Gamma_{D^{*0}} < 2.1$ МэВ, но полная ширина распада для D^{*+}-мезона и его доля распада на $(D\pi)^+$ хорошо известны: $\Gamma_{D^{*+}} \approx 83.6$ кэВ, $BR(D^{*+} \to (D\pi)^+) \approx 98.4\%$. Предполагая изотопическую инвариантность для констант связи D^* с $D\pi$, имеем

$$\frac{m^2_{D^{*0}}\Gamma_{D^{*0}\to D^0\pi^0}}{p^3_{D^0\pi^0}} = \frac{m^2_{D^{*+}}\Gamma_{D^{*+}\to(D\pi)^+}}{2p^3_{D^0\pi^+} + p^3_{D^+\pi^0}}.$$

Отсюда находим ширину $\Gamma_{D^{*0}\to D^0\pi^0} \approx 36$ кэВ и константу связи $g^2_{D^{*0}D^0\pi^0}/(4\pi) = 3m^2_{D^{*0}}\Gamma_{D^{*0}\to D^0\pi^0}/(2p^3_{D^0\pi^0}) \approx 2.8$. Учитывая, что $BR(D^{*0} \to D^0\pi^0) \approx 64.7\%$, мы также получаем оценку для полной шириныD^{*0}-мезона: $\Gamma_{D^{*0}} \approx 55.6$ кэВ.

Нестабильность векторных мезонов в промежуточных состояниях, т.е. конечность значений их полных ширин распада, важно учитывать при оценках вкладов логарифмических сингулярностей; N.N. Achasov and A.A. Kozhevnikov, Z. Phys. C48 (1990) 121. В данном случае $\Gamma_{D^{*0}}$ невелика. Тем не менее её учёт в пропагаторе

D^{*0} (с помощью замены $m^2_{D^{*0}} \to m^2_{D^{*0}} - i m_{D^{*0}} \Gamma_{D^{*0}}$) заметно сглаживает логарифмическую сингулярность в амплитуде треугольной диаграммы. Это в свою очередь приводит к уменьшению рассчитываемой вероятности распада $X(3872) \to \pi^0\pi^+\pi^-$ примерно на 30% по сравнению с гипотетическим случаем, отвечающим $\Gamma_{D^{*0}} = 0$.

Константа перехода $g_{D^0\bar{D}^0\pi^+\pi^-}$ связана с сечением аннигиляции $D^0\bar{D}^0 \to \pi^+\pi^-$ на пороге и соответствующей неупругой длиной рассеяния $\alpha''_{D^0\bar{D}^0\to\pi^+\pi^-}$ соотношением:

$$\frac{k\,\sigma_{D^0\bar{D}^0\to\pi^+\pi^-}}{4\pi} = |\alpha''_{D^0\bar{D}^0\to\pi^+\pi^-}| = q\left|\frac{g_{D^0\bar{D}^0\pi^+\pi^-}}{8\pi\sqrt{s_2}}\right|^2,$$

где k и q — модули импульсов D^0- и π^+-мезонов в системе центра масс реакции $D^0\bar{D}^0 \to \pi^+\pi^-$. В интересующей нас области $D^0\bar{D}^0$-порога $q/s_2 \approx 1/(4m_{D^0})$. Величины, характеризующие S-волновую аннигиляцию в покое $D^0\bar{D}^0 \to \pi^+\pi^-$, являются в настоящее время абсолютно неизвестными.

Если наивно положить неупругую длину рассеяния $|\alpha''_{D^0\bar{D}^0\to\pi^+\pi^-}| \approx 1/(2m_{D^{*+}}) \approx 1/(4\,\text{ГэВ})$ (что в безразмерных единицах составляет $m_{\pi^+}|\alpha''_{D^0\bar{D}^0\to\pi^+\pi^-}| \approx 0.0347$), то $|g_{D^0\bar{D}^0\pi^+\pi^-}/(8\pi)|^2$ оказывается ≈ 1.8. Это значение мы используем в дальнейших оценках.

Ясно, что эта грубая оценка связана с соображениями о радиусе $D^0\bar{D}^0$-аннигиляции. Эксперимент покажет, является ли она разумной или нет. Для сравнения отметим, что расчёт амплитуды $D^0\bar{D}^0 \to \pi^+\pi^-$-аннигиляции в древесном приближении, обусловленной обменом заряженным векторным D^*-мезоном в t-канале, приводит к $|\alpha''_{D^0\bar{D}^0\to\pi^+\pi^-}|$, которая приблизительно в 15 (30) раз больше нашей оценки благодаря большой величине константы связи $g^2_{D^{*+}D^0\pi^+}/(4\pi) \approx 5.6$.

Перейдём к обсуждению рисунков, иллюстрирующих ситуацию при конкретных значениях параметров.

Поиски резонанса $X(3872)$ в каналах распада, не содержащих частиц с открытым чармом или состояний чармония (т.е. в каналах распада отличных от $D^{*0}\bar{D}^0 + c.c.$, $D^0\bar{D}^0\pi^0$, $\pi^+\pi^- J/\psi$, $\omega J/\psi$, $\gamma J/\psi$, $\gamma\psi(2S)$, $\pi^+\pi^-\eta_c(1S)$, $\pi^+\pi^-\chi_{c1}$ и $\pi^0\chi_{c1}$), представляют большой интерес. Например, в $c\bar{c}$-сценарии для $X(3872) = \chi_{c1}(2P)$ предсказывается [Ачасов, Рогозина; Ачасов] большое число разнообразных двухглюонных распадов $X(3872) \to (gluon{+}gluon) \to light\ hadrons$. Ситуация здесь качественно такая же, как для распадов известного аксиального $c\bar{c}$-мезона $\chi_{c1}(1P, 3510) \to (gluon + gluon) \to light\ hadrons$.