

Формфакторы $f_1(1285)$ мезона

А.С. Руденко^{1,2}

¹Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера
²Новосибирский государственный университет

11 марта 2020 / Академпарк, Новосибирск

Доклад основан на работах:

A.S. Rudenko, PRD 96 (2017) 076004,

A.I. Milstein, A.S. Rudenko, PLB 800 (2020) 135117

$f_1(1285)$ мезон: $I^G (J^{PC}) = 0^+ (1^{++})$

$$m_f = 1281.9 \pm 0.5 \text{ МэВ}, \quad \Gamma_f = 22.7 \pm 1.1 \text{ МэВ} \quad [\text{PDG}]$$

В ИЯФ проходит эксперимент по поиску $e^+e^- \rightarrow f_1(1285)$

Нужны теоретические предсказания!

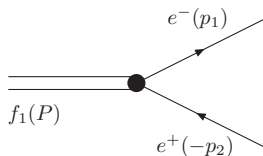
C -чётные мезоны распадаются на e^+e^- через два виртуальных фотона \Rightarrow ширины Γ содержат малый множитель α^4

Экспериментальные ограничения для C -чётных мезонов:

$$\Gamma (\eta'(958) \rightarrow e^+e^-) < 0.002 \text{ эВ}$$

$$\Gamma (f_2(1270) \rightarrow e^+e^-) < 0.11 \text{ эВ}$$

$$\Gamma (a_2(1320) \rightarrow e^+e^-) < 0.56 \text{ эВ}$$



P - и C -чётная инвариантная амплитуда:

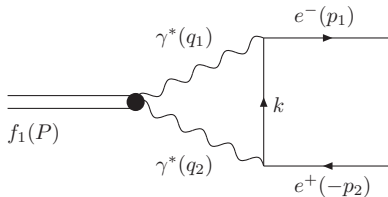
$$\mathcal{M}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-) = F_A \alpha^2 \tilde{e}_\mu \bar{u} \gamma^\mu \gamma^5 v$$

Здесь F_A – безразмерная константа связи, $m_e = 0$

$$\text{Ширина распада: } \Gamma(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-) = \frac{\alpha^4 |F_A|^2}{12\pi} m_f$$

Естественно считать $|F_A| \sim 1 \Rightarrow \Gamma(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-) \sim 0.1 \text{ эВ}$

Амплитуда перехода $f_1(1285) \rightarrow \gamma^* \gamma^*$



Амплитуда перехода $f_1(1285) \rightarrow \gamma^* \gamma^*$ параметризуется двумя безразмерными формфакторами $F_1(q_1^2, q_2^2)$ и $F_2(q_1^2, q_2^2)$:

$$\mathcal{M}(f_1(1285) \rightarrow \gamma^* \gamma^*) = \frac{\alpha}{m_f^2} i \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \left\{ F_1(q_1^2, q_2^2) q_1^\mu e_1^{*\nu} q_2^\rho e_2^{*\sigma} \tilde{e}^\tau (q_1 - q_2)_\tau \right. \\ \left. + F_2(q_1^2, q_2^2) q_1^\mu e_1^{*\nu} \tilde{e}^\rho \left[q_2^\sigma e_2^{*\lambda} q_{2\lambda} - e_2^{*\sigma} q_2^2 \right] + F_2(q_2^2, q_1^2) q_2^\mu e_2^{*\nu} \tilde{e}^\rho \left[q_1^\sigma e_1^{*\lambda} q_{1\lambda} - e_1^{*\sigma} q_1^2 \right] \right\}$$

Структура при формфакторе F_1 соответствует поляризованному состоянию TT (поляризации обоих фотонов поперечны), структура при формфакторе F_2 – комбинации состояний TT и LT . Состояние LL (поляризации обоих фотонов продольны) запрещено законами сохранения

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(f_1(1285) \rightarrow \gamma^* \gamma^*) = & \frac{\alpha}{m_f^2} i \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \left\{ F_1(q_1^2, q_2^2) q_1^\mu e_1^{*\nu} q_2^\rho e_2^{*\sigma} \tilde{e}^\tau (q_1 - q_2)_\tau \right. \\ & \left. + F_2(q_1^2, q_2^2) q_1^\mu e_1^{*\nu} \tilde{e}^\rho \left[q_2^\sigma e_2^{*\lambda} q_{2\lambda} - e_2^{*\sigma} q_2^2 \right] + F_2(q_2^2, q_1^2) q_2^\mu e_2^{*\nu} \tilde{e}^\rho \left[q_1^\sigma e_1^{*\lambda} q_{1\lambda} - e_1^{*\sigma} q_1^2 \right] \right\} \end{aligned}$$

Из-за бозе-симметрии формфактор $F_1(q_1^2, q_2^2)$ должен быть антисимметричным, $F_1(q_1^2, q_2^2) = -F_1(q_2^2, q_1^2)$

Распад $f_1(1285) \rightarrow \gamma\gamma$ запрещён по теореме Ландау-Янга \Rightarrow амплитуда обращается в нуль, когда оба фотона на массовой поверхности. Первое слагаемое обращается в нуль, т.к. $F_1(0, 0) = 0$, остальные слагаемые равны нулю, т.к. $q^2 = 0$ и $e^\lambda q_\lambda = 0$ для реальных фотонов

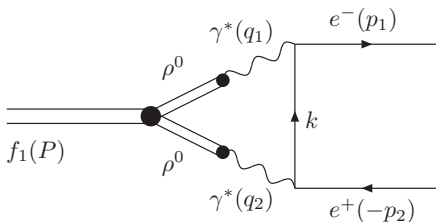
Амплитуда распада $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$, которая соответствует однопетлевой диаграмме:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-) = & \frac{4\pi i \alpha^2}{m_f^2} \left\{ -4 \tilde{e}^\mu P^\nu \bar{u} \gamma^\lambda \gamma^5 v \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{k_\mu k_\nu k_\lambda}{k^2 q_1^2 q_2^2} F_1(q_1^2, q_2^2) \right. \\ & - 2 \tilde{e}^\mu \bar{u} \gamma^\nu \gamma^5 v \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{k_\mu k_\nu}{k^2 q_1^2 q_2^2} \left[F_2(q_1^2, q_2^2) q_2^2 + F_2(q_2^2, q_1^2) q_1^2 \right] \\ & + \tilde{e}_\mu \bar{u} \gamma^\mu \gamma^5 v \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 q_1^2 q_2^2} \left[F_2(q_1^2, q_2^2) \{ k^2(p_1 p_2 + p_1 k - p_2 k) - 2q_2^2(p_1 k) + 2q_2^2 k^2 \} \right. \\ & \left. + F_2(q_2^2, q_1^2) \{ k^2(p_1 p_2 + p_1 k - p_2 k) + 2q_1^2(p_2 k) + 2q_1^2 k^2 \} \right] \left. \right\}, \end{aligned}$$

где $P = p_1 + p_2$, $q_1 = p_1 - k$ и $q_2 = p_2 + k$

Явный вид формфакторов $F_1(q_1^2, q_2^2)$ и $F_2(q_1^2, q_2^2)$ неизвестен \Rightarrow нужно найти параметризацию, которая будет находиться в согласии с экспериментальными данными

Для нахождения такой параметризации действуем в духе **модели векторной доминантности** и предполагаем, что главный вклад в амплитуду $\mathcal{M}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-)$ даёт промежуточное состояние, когда оба виртуальных фотона взаимодействуют с $f_1(1285)$ мезоном посредством **промежуточных ρ^0 мезонов**



Аргументы в пользу такой модели:

- Экспериментальные данные показывают, что один из основных распадов $f_1(1285)$ мезона, распад $f_1(1285) \rightarrow 4\pi$, относительная вероятность которого составляет около 33%, происходит главным образом через промежуточное $\rho\rho$ состояние
- Ещё одним свидетельством в пользу сильного $f_1(1285)\rho^0\rho^0$ взаимодействия является довольно большая, около 5.5%, относительная вероятность радиационного распада $f_1(1285) \rightarrow \rho^0\gamma$

Ограничения на параметры модели можно получить из экспериментальных данных о распаде $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma$

$$\mathcal{M}(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma) = \frac{\alpha}{m_f^2} i \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \left\{ g_1 p^\mu \epsilon^{*\nu} q^\rho e^{*\sigma} \tilde{e}^\tau (p - q)_\tau - m_\rho^2 g_2 \tilde{e}^\mu \epsilon^{*\nu} q^\rho e^{*\sigma} \right\}$$

Здесь g_1 и g_2 – комплексные константы связи

Структура при константе g_1 соответствует поляризованному состоянию T , а структура при константе g_2 – комбинации поляризованных состояний T и L

T – поляризация ρ^0 мезона поперечна

L – поляризация ρ^0 мезона продольна

В итоге, мы записываем формфакторы F_1 и F_2 в следующем виде:

$$F_1(q_1^2, q_2^2) = \frac{g_1 g_{\rho\gamma} (m_\rho^2 - im_\rho \Gamma_\rho) (q_2^2 - q_1^2)}{(q_1^2 - m_\rho^2 + im_\rho \Gamma_\rho) (q_2^2 - m_\rho^2 + im_\rho \Gamma_\rho)}$$

$$F_2(q_1^2, q_2^2) = \frac{g_2 g_{\rho\gamma} (m_\rho^2 - im_\rho \Gamma_\rho) (-m_\rho^2)}{(q_1^2 - m_\rho^2 + im_\rho \Gamma_\rho) (q_2^2 - m_\rho^2 + im_\rho \Gamma_\rho)}$$

$m_\rho = 775.26$ МэВ и $\Gamma_\rho = 147.8$ МэВ – масса и ширина ρ^0 мезона,
 $g_{\rho\gamma}$ – безразмерная константа связи перехода $\rho^{0*} \rightarrow \gamma^*$,

$$\mathcal{M}(\rho^{0*} \rightarrow \gamma^*) = g_{\rho\gamma} (q^2 g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu) \epsilon^\mu e^{*\nu} \Rightarrow g_{\rho\gamma} = \sqrt{\frac{3\Gamma(\rho^0 \rightarrow e^+e^-)}{\alpha m_\rho}} \approx 0.06$$

Ширина распада $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma$:

$$\Gamma(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma) = \frac{\alpha^2}{96\pi} m_f (1 - \xi)^3 \times [(1 - \xi)^2 |g_1|^2 + \xi(1 + \xi) |g_2|^2 + 2\xi(1 - \xi) |g_1| |g_2| \cos \delta],$$

где $\xi = m_\rho^2 / m_f^2 \approx 0.37$

Поскольку в амплитуде структуры при константах g_1 и g_2 не соответствуют различным поляризационным состояниям ρ^0 мезона, интерференционный член в квадрате амплитуды не исчезает после суммирования по поляризациям. В результате ширина распада $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma$ зависит от относительной фазы $\delta = \phi_1 - \phi_2$ комплексных констант g_1 и g_2

Помимо $\Gamma(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma)$ ещё одно соотношение между $|g_1|$, $|g_2|$ и δ можно получить из данных эксперимента коллаборации VES, в котором измерены угловые распределения в распаде $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$:

$$|\mathcal{M}(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma)|^2 \propto \rho_{LL} \cos^2 \theta + \rho_{TT} \sin^2 \theta,$$

где ρ_{LL} и ρ_{TT} – элементы матрицы плотности, отвечающие продольно и поперечно поляризованным ρ^0 мезонам, соответственно; θ – угол между импульсами π^+ мезона и фотона в системе покоя ρ^0 мезона

Экспериментальное значение отношения

$$r = \frac{\rho_{LL}}{\rho_{TT}} = 3.9 \pm 0.9 \pm 1.0$$

можно использовать для получения ограничений на константы g_1 и g_2

В нашей модели:

$$r = \frac{2\xi |g_2|^2}{(1 - \xi)^2 |g_1|^2 + \xi^2 |g_2|^2 + 2\xi(1 - \xi) |g_1| |g_2| \cos \delta}$$

Из экспериментальных данных $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma) = (5.5 \pm 1.3)\%$ и $r = 3.9 \pm 0.9 \pm 1.0$ в нашей модели можно найти абсолютную величину константы g_2 :

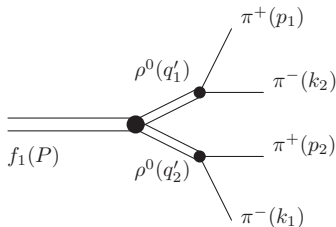
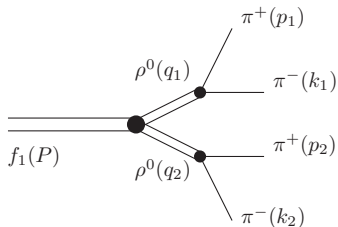
$$\alpha |g_2| = 1.49 \pm 0.20$$

К сожалению, из экспериментальных данных о распаде $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma$ невозможно получить точное значение $|g_1|$. Можно только выразить $|g_1|$ через $\cos \delta \Rightarrow$ в нашей модели остаётся только один свободный параметр – фаза δ

Учитывая, что $-1 \leq \cos \delta \leq 1$, получаем

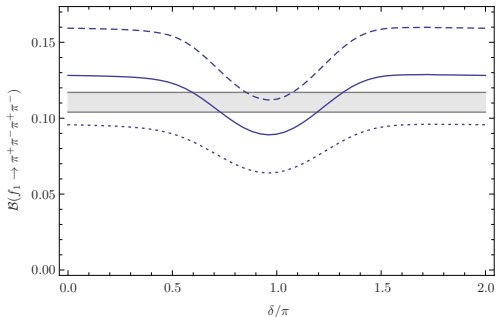
$$0.16 \lesssim \alpha |g_1| \lesssim 1.87$$

Экспериментальные данные указывают на то, что основной вклад в распад $f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ даёт промежуточное состояние с двумя виртуальными ρ^0 мезонами



Сравним результаты наших вычислений с экспериментальным значением, $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-) = (11.0^{+0.7}_{-0.6})\%$

Распад $f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$



Сплошная линия – относительная вероятность $B(f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-)$, вычисленная для средних значений всех величин.

Штриховая и пунктирная линии – отклонение 1σ .

Горизонтальная полоса – экспериментальное значение

Предсказания нашей модели совпадают со средним экспериментальным значением **11.0%** при одном из двух возможных значений фазы:

$$\delta \approx 0.67\pi \quad \text{либо} \quad \delta \approx 1.25\pi$$

Наши предсказания для ширины распада $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$:

$$\Gamma(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-) \approx \begin{cases} 0.13 \text{ эВ} & \text{при } \delta \approx 0.67 \pi, \\ 0.14 \text{ эВ} & \text{при } \delta \approx 1.25 \pi \end{cases}$$

Наивная оценка $\Gamma(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-) \sim 0.1 \text{ эВ}$ хорошо согласуется с этими значениями.

Относительная вероятность распада $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$:

$$\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-) \approx \begin{cases} 5.5 \cdot 10^{-9} & \text{при } \delta \approx 0.67 \pi, \\ 5.8 \cdot 10^{-9} & \text{при } \delta \approx 1.25 \pi \end{cases}$$

Значение, полученное в эксперименте ИЯФ [PLB 800 (2020) 135074]:

$$\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-) = \left(5.1_{-2.7}^{+3.7} \right) \cdot 10^{-9}$$

Полное сечение прямого рождения $f_1(1285)$ мезона в e^+e^- аннигиляции:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285)) = \frac{12\pi}{m_f^2} \mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-)$$

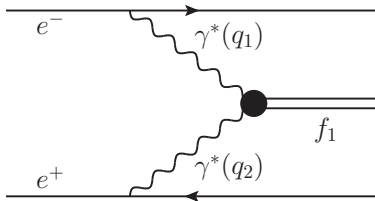
Наши теоретические предсказания:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285)) \approx \begin{cases} 49 \text{ пб} & \text{при } \delta \approx 0.67 \pi, \\ 52 \text{ пб} & \text{при } \delta \approx 1.25 \pi \end{cases}$$

Значение, полученное в эксперименте ИЯФ [PLB 800 (2020) 135074]:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285)) = 45_{-24}^{+33} \text{ пб}$$

Однако, оказалось, что предсказания этой модели для процесса $e^+e^- \rightarrow e^+e^- f_1(1285)$ недостаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными



Коллаборация L3 исследовала зависимость сечения рождения $f_1(1285)$ мезона в столкновении реального и виртуального фотонов, $\sigma(\gamma\gamma^* \rightarrow f_1(1285))$, от виртуальности второго фотона $Q^2 = -q_2^2 > 0$

$$\sigma(\gamma\gamma^* \rightarrow f_1(1285)) = \frac{48\pi\tilde{\Gamma}_{\gamma\gamma}\Gamma_f}{(s - m_f^2)^2 + m_f^2\Gamma_f^2} \left(1 + \frac{Q^2}{m_f^2}\right) \frac{Q^2}{m_f^2} \left(1 + \frac{Q^2}{2m_f^2}\right) F_0(Q^2)$$

Здесь $F_0(Q^2)$ – эффективный формфактор

$$F_0(Q^2) = \frac{1}{(1 + Q^2/\Lambda_0^2)^4}$$

где Λ_0 – свободный параметр, экспериментальное значение которого было получено в результате фитирования: $\Lambda_0 = 1.04 \pm 0.06 \pm 0.05$ ГэВ

Наша модель в приближении $\Gamma_\rho \ll m_\rho$:

$$F_0(Q^2) = \frac{1}{(1 + Q^2/m_\rho^2)^2}$$

Коллаборацией L3 было проведено исследование такого формфактора и показано, что он не согласуется с экспериментальными данными

Для описания $e^+e^- \rightarrow e^+e^- f_1(1285)$ нужна другая модель!

Формфакторы для амплитуды перехода $f_1(1285) \rightarrow \gamma^* \gamma^*$:

$$F_1(q_1^2, q_2^2) = \frac{g_1 m_f^3 (q_2^2 - q_1^2)}{q (q_1^2 - \mu_\rho^2) (q_2^2 - \mu_\rho^2)},$$

$$F_2(q_1^2, q_2^2) = \frac{g_2 m_f^5}{q (q_1^2 - \mu_\rho^2) (q_2^2 - \mu_\rho^2)},$$

где g_1 и g_2 – константы, $\mu_\rho^2 = m_\rho^2 - im_\rho \Gamma_\rho$. Величина q в знаменателях выглядит следующим образом:

$$q = \frac{1}{m_f} \sqrt{\nu^2 - q_1^2 q_2^2}, \quad \text{где} \quad \nu = q_1 q_2 = \frac{1}{2} (m_f^2 - q_1^2 - q_2^2),$$

и в системе покоя $f_1(1285)$ мезона равна абсолютному значению импульса фотонов, $q = |\mathbf{q}_1| = |\mathbf{q}_2|$

Формфакторы для амплитуды перехода $f_1(1285) \rightarrow \rho^{0*} \rho^{0*}$:

$$F_1^{\rho\rho}(q_1^2, q_2^2) = \frac{\tilde{g}_1 m_f^3 (q_2^2 - q_1^2)}{q}, \quad F_2^{\rho\rho}(q_1^2, q_2^2) = \frac{\tilde{g}_2 m_f^5}{q},$$

где $g_1 = (ef_\rho)^2 \tilde{g}_1$ и $g_2 = (ef_\rho)^2 \tilde{g}_2$. Здесь ef_ρ – константа перехода ρ^0 мезона в фотон:

$$ef_\rho = \sqrt{\frac{3\Gamma_{\rho \rightarrow ee} m_\rho^3}{4\pi\alpha}}$$

Формфакторы для амплитуды перехода $f_1(1285) \rightarrow \rho^{0*} \gamma^*$:

$$F_1^{\rho\gamma}(q_1^2, q_2^2) = \frac{(ef_\rho) \tilde{g}_1 m_f^3 (q_2^2 - q_1^2)}{q(q_2^2 - \mu_\rho^2)}, \quad F_2^{\rho\gamma}(q_1^2, q_2^2) = \frac{(ef_\rho) \tilde{g}_2 m_f^5}{q(q_2^2 - \mu_\rho^2)}.$$

Из экспериментальных данных о ширине распада $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma$ и данных коллаборации VES о распаде $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ можно найти

$$|g_2| = (2.9 \pm 0.4) \cdot 10^{-4},$$

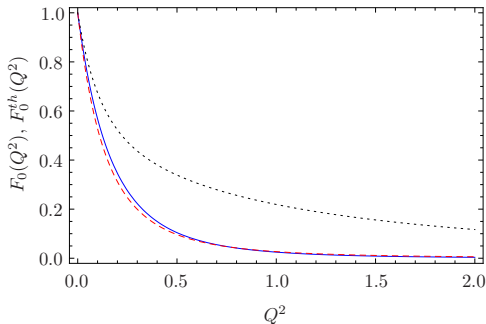
$$\left| \frac{g_1}{g_2} \right| = \frac{\cos \phi + \sqrt{b/a^2 - \sin^2 \phi}}{1 - a^2},$$

где ϕ – относительная фаза констант g_1 и g_2 , $g_1/g_2 = |g_1/g_2| e^{i\phi}$,
 $a = m_\rho/m_f \approx 0.6$,

$$b = \left| \frac{(1 - a^2)F_1^{\rho\gamma}(m_\rho^2, 0) + a^2 F_2^{\rho\gamma}(m_\rho^2, 0)}{a F_2^{\rho\gamma}(m_\rho^2, 0)} \right|^2 = \frac{2}{r} = 0.51 \pm 0.18$$

Сечение $\sigma(\gamma\gamma^* \rightarrow f_1(1285))$ содержит формфактор $F_0(Q^2)$, который в новой модели равен

$$F_0^{th}(Q^2) = \frac{2 + x|1 - (1+x)g_1/g_2|^2}{(2+x)(1+x)^2(1+x/a^2)^2}, \quad \text{где } x = \frac{Q^2}{m_f^2}$$



$F_0(Q^2)$ – сплошная линия, $F_0^{th}(Q^2)$ при $\phi = \pi$ – штриховая линия, $F_0^{th}(Q^2)$ при $\phi = 0$ – пунктирная линия. Видно, что $\phi \approx \pi$

Наши теоретические предсказания в новой модели для сечения процесса $e^+e^- \rightarrow f_1(1285)$:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285)) \approx \begin{cases} (6 \pm 2) \text{ пб} & \text{при } \phi = 0, \\ (31 \pm 16) \text{ пб} & \text{при } \phi = \pi \end{cases}$$

Значение, полученное в эксперименте ИЯФ [PLB 800 (2020) 135074]:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285)) = 45_{-24}^{+33} \text{ пб}$$

Спасибо за внимание!