

Н.Н. Ачасов, А.В. Киселёв и А.А. Кожевников

Институт математики СО РАН, Новосибирск

Совместный анализ процессов
 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-, \omega\pi^0, \eta\pi^+\pi^-, K^+K^-, \pi^+\pi^-\pi^0$ в области
энергий от 1 до 2 ГэВ в обобщённой модели векторной
доминантности

Введение

- Обобщённая модель векторной доминантности (ОМВД) широко используется для описания процессов с участием векторных мезонов при низких энергиях.
- В области энергий от 1 до 2 ГэВ, помимо вкладов от $\rho(770)$, $\omega(782)$, $\phi(1020)$ присутствуют вклады от $\rho'_1(1450)$, $\rho'_2(1700)$, $\omega'_1(1420)$, $\omega'_2(1650)$, $\phi'_1(1680)$, $\phi'_2(2170)$.
- Различные версии ОМВД используются для описания данных по реакциям с уникальными для каждой реакции и даже наборов данных наборами параметров.

Вопросы:

- Возможно ли совместное описание данных в рамках ОМВД?
- Какова точность ОМВД?

В работах N.N. Achasov and A.A. Kozhevnikov, Phys. Rev. D55, 2663 (1997); Phys. Rev. D57, 4334 (1998) было представлено описание данных по реакциям $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-, \omega\pi^0, \eta\pi^+\pi^-, \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-, K^+K^-, \pi^+\pi^-\pi^0, \omega\pi^+\pi^-, K_S^0K^\pm\pi^\mp, K^{*0}K^-\pi^+ + \text{с.с}$ и ряда других. Представленные результаты основываются на формулах этой работы с некоторыми изменениями.

Для первого шага были выбраны реакции $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-, \omega\pi^0, \eta\pi^+\pi^-$, идущие через изовекторные $\rho(770), \rho'_1(1450), \rho'_2(1700)$, и $e^+e^- \rightarrow K^+K^-, \pi^+\pi^-\pi^0$, идущие в основном через изоскалярные $\omega(782), \omega'_1(1420), \omega'_2(1650), \phi(1020), \phi'_1(1680), \phi'_2(2170)$.

Реакции $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-, \omega\pi^0, \eta\pi^+\pi^-$

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \rho+\rho'_1+\rho'_2 \rightarrow f) = \frac{4\pi\alpha^2}{s^{3/2}} \left| \left(\frac{m_\rho^2}{f_\rho}, \frac{m_{\rho'_1}^2}{f_{\rho'_1}}, \frac{m_{\rho'_2}^2}{f_{\rho'_2}} \right) G_\rho^{-1}(s) \begin{pmatrix} g_{\rho f} \\ g_{\rho'_1 f} \\ g_{\rho'_2 f} \end{pmatrix} \right|^2 P_f, \quad (1)$$

где $f = \pi^+\pi^-, \omega\pi^0$ and $\eta\pi^+\pi^-$, P_f - фазовый объём:

$$P_f \equiv P_f(s) = \frac{2}{3s} q_{\pi\pi}^3, \quad \frac{1}{3} q_{\omega\pi}^3, \quad \frac{1}{3} \langle q_{\rho\eta}^3 \rangle \cdot \frac{2}{3}. \quad (2)$$

Матрица обратных пропагаторов:

$$G_\rho(s) = \begin{pmatrix} D_\rho & -\Pi_{\rho\rho'_1} & -\Pi_{\rho\rho'_2} \\ -\Pi_{\rho\rho'_1} & D_{\rho'_1} & -\Pi_{\rho'_1\rho'_2} \\ -\Pi_{\rho\rho'_2} & -\Pi_{\rho'_1\rho'_2} & D_{\rho'_2} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

$$D_{\rho_i}(s) = m_{\rho_i}^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_{\rho_i}(s),$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Im}\Pi_{\rho_i\rho_j} = & \sqrt{s} \left[\frac{g_{\rho_i\pi\pi}g_{\rho_j\pi\pi}}{6\pi s} q_{\pi\pi}^3 + \frac{g_{\rho_i\omega\pi}g_{\rho_j\omega\pi}}{12\pi} (q_{\omega\pi}^3 + q_{K^*K}^3 + \frac{2}{3}\langle q_{\rho\eta}^3 \rangle) + \right. \\ & \left. \frac{3}{2}g_{\rho_i\rho^0\pi^+\pi^-}g_{\rho_j\rho^0\pi^+\pi^-}W_{\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-}(s) + g_{\rho_i\rho^+\rho^-}g_{\rho_j\rho^+\rho^-}W_{\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0}(s) \right]. \end{aligned}$$

$$\sqrt{s}\Gamma_{\rho_i}(s) = \mathbf{Im}\Pi_{\rho_i\rho_i}$$

Реакции $e^+e^- \rightarrow K^+K^-, \pi^+\pi^-\pi^0$

$$\sigma_f = \frac{(4\pi\alpha)^2}{s^{3/2}} \left| \left(g_{\gamma\rho}, g_{\gamma\rho'_1}, g_{\gamma\rho'_2} \right) G_\rho^{-1}(s) \begin{pmatrix} g_{\rho f} \\ g_{\rho'_1 f} \\ g_{\rho'_2 f} \end{pmatrix} \right.$$

$$\left. + \left(g_{\gamma\omega}, g_{\gamma\omega'_1}, g_{\gamma\omega'_2}, g_{\gamma\varphi}, g_{\gamma\varphi'_1}, g_{\gamma\varphi'_2} \right) G_{\omega\varphi}^{-1}(s) \begin{pmatrix} g_{\omega f} \\ g_{\omega'_1 f} \\ g_{\omega'_2 f} \\ g_{\varphi f} \\ g_{\varphi'_1 f} \\ g_{\varphi'_2 f} \end{pmatrix} \right|^2 P_f.$$

$$P_f \equiv P_f(s) = \frac{W_{3\pi}(\sqrt{s})}{4\pi}, \frac{q_{KK}^3}{6\pi s}.$$

$$G_{\omega\varphi}(s) = \begin{pmatrix} D_{\omega} & -\Pi_{\omega\omega'_1} & -\Pi_{\omega\omega'_2} & -\Pi_{\omega\varphi} & -\Pi_{\omega\varphi'_1} & -\Pi_{\omega\varphi'_2} \\ -\Pi_{\omega\omega'_1} & D_{\omega'_1} & -\Pi_{\omega'_1\omega'_2} & -\Pi_{\omega'_1\varphi} & -\Pi_{\omega'_1\varphi'_1} & -\Pi_{\omega'_1\varphi'_2} \\ -\Pi_{\omega\omega'_2} & -\Pi_{\omega'_1\omega'_2} & D_{\omega'_2} & -\Pi_{\omega'_2\varphi} & -\Pi_{\omega'_2\varphi'_1} & -\Pi_{\omega'_2\varphi'_2} \\ -\Pi_{\omega\varphi} & -\Pi_{\omega'_1\varphi} & -\Pi_{\omega'_2\varphi} & D_{\varphi} & -\Pi_{\varphi\varphi'_1} & -\Pi_{\varphi\varphi'_2} \\ -\Pi_{\omega\varphi'_1} & -\Pi_{\omega'_1\varphi'_1} & -\Pi_{\omega'_2\varphi'_1} & -\Pi_{\varphi\varphi'_1} & D_{\varphi'_1} & -\Pi_{\varphi'_1\varphi'_2} \\ -\Pi_{\omega\varphi'_2} & -\Pi_{\omega'_1\varphi'_2} & -\Pi_{\omega'_2\varphi'_2} & -\Pi_{\varphi\varphi'_2} & -\Pi_{\varphi'_1\varphi'_2} & D_{\varphi'_2} \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$D_{V_i}(s) = m_{V_i}^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_{V_i}(s)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Im}\Pi_{V_i V_j}(s) = & \sqrt{s} \left(g_{V_i \rho \pi} g_{V_j \rho \pi} P_{\pi^+ \pi^- \pi^0} \right. \\ & + 2g_{V_i K^+ K^-} g_{V_j K^+ K^-} P_{K^+ K^-} \\ & + 4g_{V_i K^{*+} K} g_{V_j K^{*+} K^-} P_{K_S^0 K^+ \pi^-} \\ & \left. + g_{V_i V_1 \pi^+ \pi^-} g_{V_j V_1 \pi^+ \pi^-} W_{VP\pi} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

$$W_{VP\pi} \equiv W_{VP\pi}(\sqrt{s}, m_{V_1}, m_\pi).$$

$$\sqrt{s}\Gamma_{V_i}(s) = \mathbf{Im}\Pi_{V_i V_i}(s). \quad (6)$$

Подавление роста ширины

$$C_{VP}(s) = \frac{1 + (R_{VP} m_0)^2}{1 + (R_{VP} \sqrt{s})^2}$$

Соотношения для констант

$$\begin{aligned}g_{\rho_{1,2,3}K^{*+}K^{-}} &= \frac{1}{2}g_{\omega_{1,2,3}\rho\pi}, \\g_{\omega_{1,2,3}K^{*+}K^{-}} &= \frac{1}{2}g_{\omega_{1,2,3}\rho\pi}, \\g_{\varphi_{1,2,3}K^{*+}K^{-}} &= \frac{1}{\sqrt{2}}g_{\omega_{1,2,3}\rho\pi},\end{aligned}\tag{7}$$

$$\begin{aligned}g_{\rho_{1,2,3}^0K^{+}K^{-}} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}g_{\varphi_{1,2,3}K^{+}K^{-}} = -g_{\rho_{1,2,3}^0K^0\bar{K}^0}, \\g_{\omega_{1,2,3}K^{+}K^{-}} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}g_{\varphi_{1,2,3}K^{+}K^{-}} = g_{\omega_{1,2,3}K^0\bar{K}^0},\end{aligned}\tag{8}$$

Данные

$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$: BABAR-2012;

$e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$: SND-2016 ($e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$);

$e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$: SND-2017;

$e^+e^- \rightarrow K^+K^-$: SND-2016;

$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$: SND-2015.

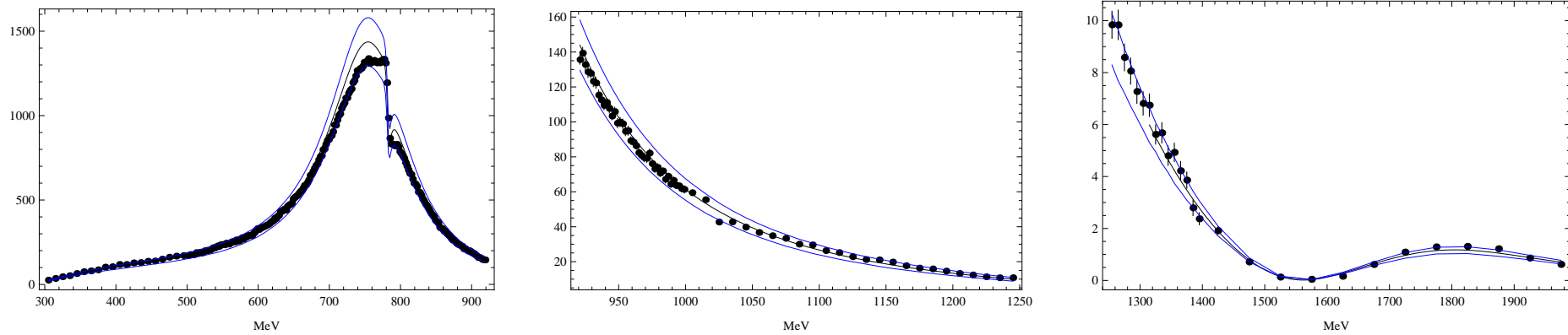


Рис. 1: $\sigma(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-)$, нб.

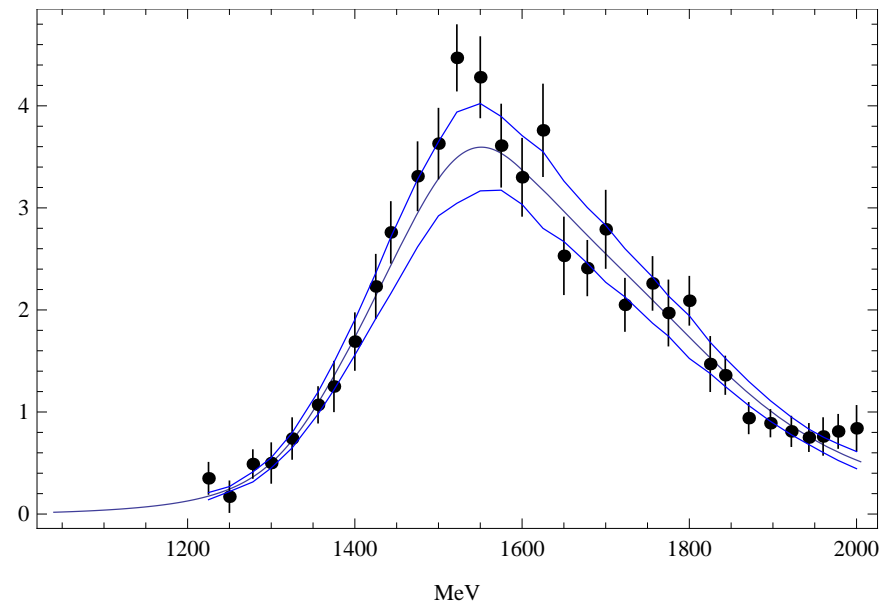
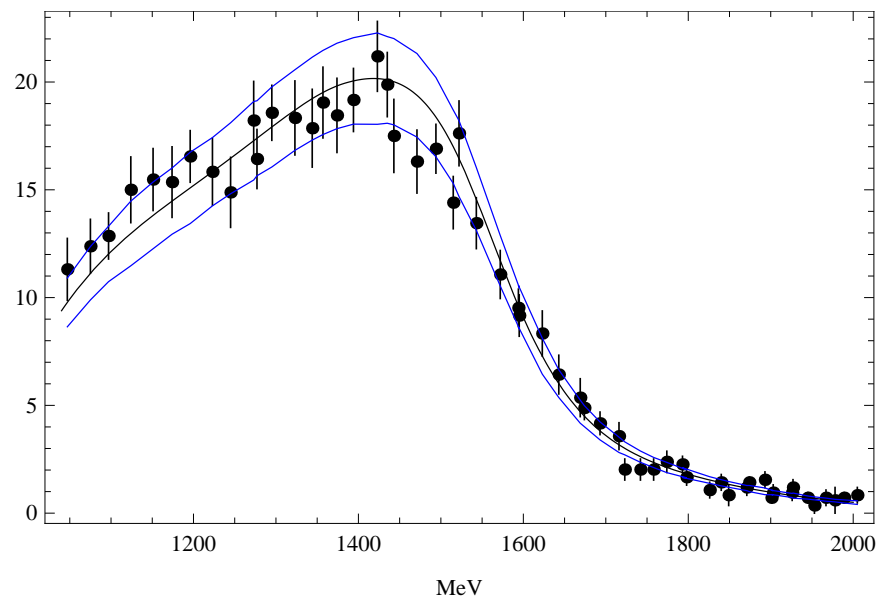


Рис. 2: $\sigma(e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0)$ и $\sigma(e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-)$, нб.

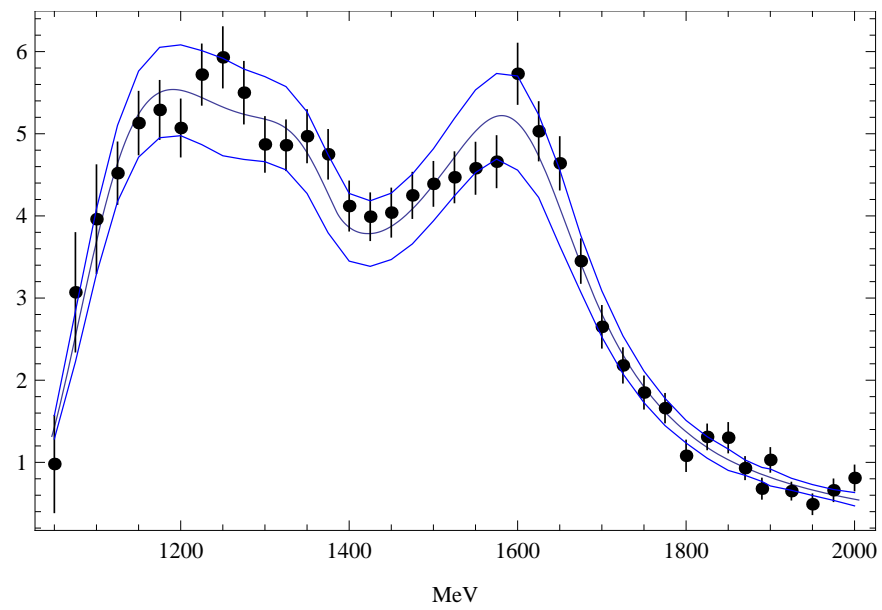
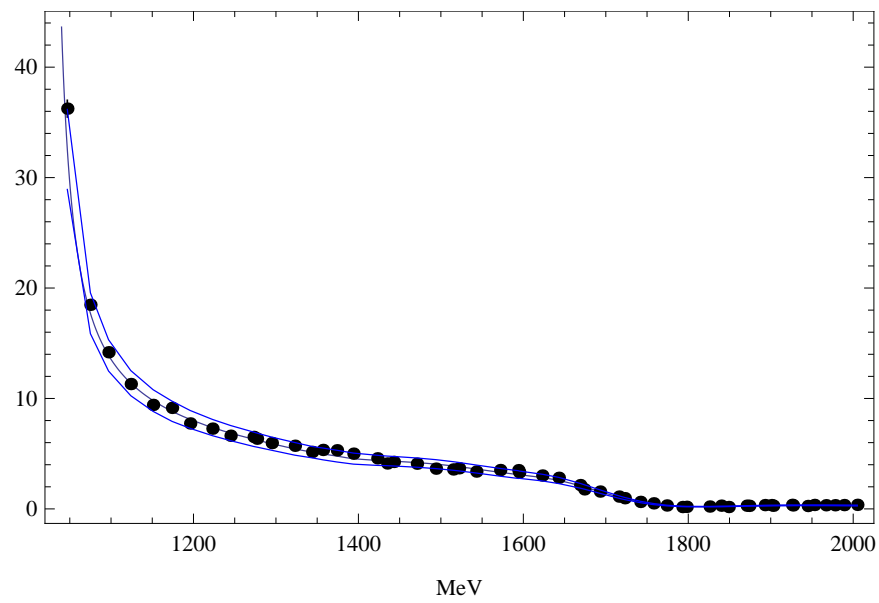


Рис. 3: $\sigma(e^+e^- \rightarrow K^+K^-)$ и $\sigma(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)$, нб.

Остаточный χ^2

Обычный χ^2 :

$$\sum_i (x_i^{exp} - x_i^{th}) / \sigma_i^2.$$

Остаточный χ^2 :

$$\sum_i \theta(\Delta_i) \Delta_i^2 / \sigma_i^2,$$

$$\Delta_i = |x_i^{exp} - x_i^{th}| - d, \quad d = 0.1 \times \text{Max}(x^{exp}, x^{th}).$$

Заключение

1. Предложена процедура определения согласия приближённой теории и эксперимента.
2. Сечения процессов удаётся описать с точностью не хуже 10
3. Есть возможности развития теории, в том числе учёт зависимости реальных частей поляризационных операторов от энергии.
4. Предполагается описать все рассмотренные процессы от порога и учитывать новые процессы.