

Дифракционное рассеяние виртуальных фотонов на ядрах и его интерференция с процессом тормозного излучения мюонов

Сандрок А.<sup>1,2</sup>, Бугаев Э.В.<sup>1,3</sup>, Кокоулин Р.П.<sup>1</sup>, Петрухин А.А.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> НИЯУ МИФИ

<sup>2</sup> Technische Universität Dortmund

<sup>3</sup> ИЯИ РАН

12 марта 2020 г.

# Содержание

Введение

Модель Кельнера-Федотова

Амплитуда дифракционного рассеяния виртуальных фотонов

Численные результаты

Заключение

## Введение

- ▶ В связи с планированием и созданием новых больших нейтринных телескопов (IceCube-Gen2, Байкал-GVD, KM3NeT) возрос интерес к проблеме вычисления энергетических потерь мюонов и тау-лептонов.
- ▶ Интересующие нас дифференциальное сечение  $d\sigma/dy$ , где  $y = \omega/E$  – доля энергии, переданная при одном взаимодействии, и средние потери

$$\langle -dE/dX \rangle = n \sum_p \int Ey(d\sigma_p/dy)dy,$$

$$\left\langle -\frac{dE}{dX} \right\rangle = a + bE.$$

## Перенос лептонов

На больших глубинах даже маленькие поправки оказывают значительное влияние. Для степенного спектра мюонов на поверхности  $N(E) = N_0 E^{-\gamma}$  интенсивность на глубине  $X$  примерно экспоненциально зависит от  $b$

$$I(X) = N_0 \exp(-\gamma b X) \left\{ \frac{a}{b} [1 - \exp(-bX)] \right\}^{-\gamma}.$$

# Введение

## Основные процессы потерь энергий

- ▶ При малых энергиях главный процесс потерь энергий лептонов – ионизация.
- ▶ При больших энергиях ( $\gtrsim$  TeV) доминируют образование пар, тормозное излучение, и неупругое взаимодействие лептонов с ядрами.

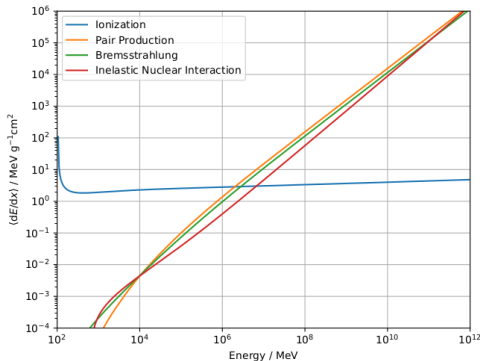


Рис.: Средние потери энергий мюонов во льду.

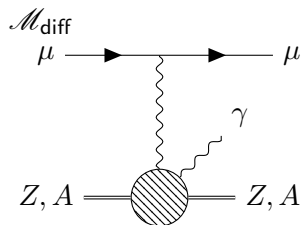
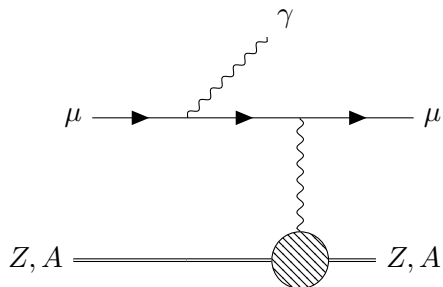
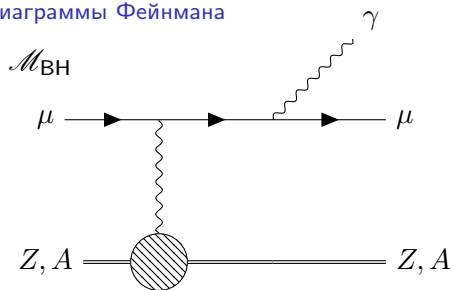
# Введение

## Виртуальное комптоновское рассеяние

- ▶ Одним из источников неопределённости в потерях энергии являются эксклюзивные дифракционные процессы.
- ▶ Впервые процесс дифракционного рассеяния с точки зрения энергетических потерь и переноса лептонов рассмотрен в работе Кельнера и Федотова 1999.
- ▶ Кельнер и Федотов получили большие поправки за счёт дифракции, с большой разницей между  $\mu^+$  и  $\mu^-$  ( $\approx 5\%$  при энергиях  $E \sim 5 \text{ TeV}$ ).
- ▶ Эта статья осталась почти незамеченной. Возможность отличать мюоны разных знаков представляет большой интерес. Поэтому мы ещё раз рассмотрели этот процесс.

# Введение

## Диаграммы Фейнмана



# Введение

## Дифракционные и интерференционные поправки

- ▶ Обычное тормозное излучение и комптоновское рассеяние на лептонном уровне имеют одинаковое конечное состояние  $\ell + A \rightarrow \ell + A + \gamma$ , поэтому амплитуды интерферируют

$$|\mathcal{M}|^2 = |\mathcal{M}_{\text{BH}}|^2 + |\mathcal{M}_{\text{diff}}|^2 + 2 \operatorname{Re}(\mathcal{M}_{\text{BH}} \mathcal{M}_{\text{diff}}^\dagger). \quad (1)$$

- ▶ Интерференционная поправка зависит от знака заряда  $e_\ell$  лептона, потому что  $\mathcal{M}_{\text{BH}} \propto e_\ell^2$ , а  $\mathcal{M}_{\text{diff}} \propto e_\ell$ .



# Модель Кельнера-Федотова

## Амплитуда

Амплитуда дифракционного рассеяния слабо виртуального фотона на ядре

$$\begin{aligned} f(k, l) &= \epsilon^{*\mu}(k) M_{\mu\nu}(k, l) \epsilon^\nu(l), \\ M_{\mu\nu}(k, l) &= 2(uk) \Delta_{\mu\nu} (\kappa + i\gamma) V F_n(k - l), \\ \Delta_{\mu\nu} &= -g_{\mu\nu} + \frac{l_\mu k_\nu}{(kl)} - \\ &\quad - (kl) \left( \frac{l_\mu}{(kl)} - \frac{u_\mu}{(uk)} \right) \left( \frac{k_\nu}{(kl)} - \frac{u_\nu}{(ul)} \right), \end{aligned} \tag{2}$$

где  $k, l$  – импульсы выходящего и входящего фотона,  $u$  – 4-скорость ядра,  $V$  – объём ядра,  $F_n$  – ядерный электромагнитный формфактор, и  $\kappa + i\gamma = \Pi$  – массовый оператор.

# Модель Кельнера-Федотова

## Амплитуда

- ▶ Из оптической теоремы

$$\frac{1}{\omega} \operatorname{Im} f(k, k) = \sigma_{\gamma A}(\omega) = 2V\gamma.$$

где  $\sigma_{\gamma A}$  – сечение фотопоглощения.

- ▶ Авторы предполагали, что нет разницы между реальными и виртуальными фотонами.

# Модель Кельнера-Федотова

## Чисто дифракционные поправки

Используя общепринятые обозначения, дважды-дифференциальное сечение чисто дифракционных поправок  $\propto |\mathcal{M}_{\text{diff}}|^2$  принимает вид

$$y \frac{d^2\sigma}{dy d\sqrt{-t}} = \frac{\sigma_{\gamma p}^2 (1 + \beta^2)}{16\pi} \times \\ \times \frac{\alpha}{\pi} \left\{ [1 + (1 - y)^2] \ln \frac{\sqrt{-t}}{\sqrt{|t|_{\min}}} - 2(1 - y) \right\} F_n^2(\sqrt{-t}) \sqrt{-t}, \quad (3)$$

где  $\beta = \kappa/\gamma \equiv \text{Re } f / \text{Im } f$  – отношение реальной и мнимой частей амплитуды фотопоглощения, и  $t$  – переменная Манделштама в системе  $\gamma^*p$ .

# Модель Кельнера-Федотова

## Чисто дифракционные поправки

В статье КФ используется ядерный формфактор, соответствующий однородному заряженному шару

$$F_n(Q) = \frac{3}{(Qr_A)^3} (\sin Qr_A - Qr_A \cos Qr_A).$$

В этом случае

$$y \frac{d\sigma_{\text{diff}}}{dy} = \frac{9\alpha}{64\pi^2 r_A^2} \sigma_{\gamma A}^2 (1 + \beta^2) \times \\ \times \left\{ [1 + (1 - y)^2] \left( \ln \frac{E(1 - y)}{m^2 y r_A} - C + \frac{7}{4} \right) - 2(1 - y) \right\}, \quad (4)$$

где  $r_A$  – среднеквадратичный радиус ядра,  $C \approx 0.577$  – постоянная Эйлера-Маскерони.

# Модель Кельнера-Федотова

## Интерференционные поправки

Интерференция дифракционной амплитуды

$\mathcal{M}_{\text{diff}} = e_l [\bar{u}(p_2) \gamma_\nu u(p_1)] M^{\mu\nu}(k, l) \epsilon_\mu^*(k) / l^2$  и

амплитуды процесса Бете-Гейтлера

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\text{BH}} = & Z e^3 \frac{F_n(\sqrt{-t}) - F_a(\sqrt{-t})}{t} u_\mu \epsilon_\alpha^*(k) \times \\ & \times \bar{u}(p_2) \left( \gamma^\alpha \frac{\hat{p}_2 + \hat{k} + m}{2p_2 k} \gamma^\mu - \gamma^\mu \frac{\hat{p}_1 - \hat{k} + m}{2p_1 k} \gamma^\alpha \right) u(p_1) \end{aligned}$$

в итоге довольно длинных вычислений приводит к выражению

$$y \frac{d\sigma_{\text{int}}}{dy} = -\text{sgn}(e_l) \frac{2\alpha^2 Z}{\pi} \beta \sigma_{\gamma A}(yE) f(y),$$

$$\begin{aligned} f(y) = & \int_0^\infty \frac{dx}{x} \{ 1 - y + [1 + (1 - y)^2] x^2 \} \frac{\ln(x + \sqrt{1 + x^2})}{x \sqrt{1 + x^2}} \times \\ & \times \left[ F_n^2(2myx) - F_n^2\left(\frac{2myx}{1 - y}\right) \right]. \end{aligned}$$

# Модель Кельнера-Федотова

## Реальная и мнимая часть амплитуды

КФ использовали двухреджеонную параметризацию сечения фотопоглощения  $\sigma_{\gamma A} = A[X(s/\text{GeV}^2)^\epsilon + Y(s/\text{GeV}^2)^{-\eta}]$ , где  $s = 2m_p\omega$ . Предполагая, что массовый оператор  $\Pi \propto (-s - i0)^\lambda$ , авторы получили

$$\beta = \frac{\kappa}{\gamma} = \frac{-X(s/\text{GeV}^2)^\epsilon \text{ctg}(\pi\epsilon) + Y(s/\text{GeV}^2)^{-\eta} \text{ctg}(\pi\eta)}{X(s/\text{GeV}^2)^\epsilon + Y(s/\text{GeV}^2)^{-\eta}}. \quad (6)$$

Затенение нуклонов не учитывали.

# Модель Кельнера-Федотова

## Замечания к модели

- ▶ Мы проверили все математические вычисления, нашли лишь маленькие опечатки в промежуточных результатах.
- ▶ Однако, отношение реальной и мнимой части является неправильным, так как амплитуда, связанная с этим массовым оператором, не кроссинг-инвариантна. Нужна амплитуда фотопоглощения в виде

$$\mathcal{A} \propto (s+i0)^{1+\lambda} + (-s-i0)^{1+\lambda} \Leftrightarrow \Pi \propto (-s-i0)^\lambda - (s+i0)^\lambda,$$

откуда отношение мнимой и реальной части

$$\beta = \frac{X(s/\text{GeV}^2)^\epsilon \operatorname{tg}(\pi\epsilon/2) - Y(s/\text{GeV}^2)^{-\eta} \operatorname{tg}(\pi\eta/2)}{X(s/\text{GeV}^2)^\epsilon + Y(s/\text{GeV}^2)^{-\eta}}. \quad (7)$$

# Модель Кельнера-Федотова

## Замечания к модели

- ▶ Значения  $Q^2$  в этом процессе малы ( $Q^2 \gtrsim m^2 y^2 / (1 - y)$ ), но тем не менее влияние виртуальности фотона нужно учитывать.
- ▶ Амплитуды процессов  $\gamma^* A \rightarrow \gamma^* A$  и  $\gamma^* A \rightarrow \gamma A$ , как правило, не совпадают (за исключением предела реального фотона  $\gamma^* \rightarrow \gamma$ ).



## Замечания к модели

- ▶ Если взаимодействие происходит на отдельных нуклонах, то ядерного формфактора нет (или только за счёт затенения) и должен появляться формфактор нуклона. В отсутствие затенения поправка равна  $A$  умноженному над поправку сечения на протонах.
- ▶ Если взаимодействие происходит на ядре целиком, из КХД ожидаются такие эффекты, как глюонное насыщение, которые должны изменить характер процесса при интересующих нас сверхвысоких энергиях. В отсутствие затенения и нелинейных эффектов поправка масштабирует примерно  $\propto A^2/r_A^2 \sim A^{4/3}$ .
- ▶ Интерференция возможно только при взаимодействии на ядре целиком без его развала.
- ▶ Оба канала примерно равны в отсутствие нелинейных эффектов и затенения.

# Амплитуда дифракционного рассеяния виртуальных фотонов

Связь с сечением фотопоглощения

- ▶ Согласно оптической теореме, сечение фотопоглощения определяется мнимой частью амплитуды  $\mathcal{M}_{\gamma^*N \rightarrow \gamma^*N}$  упругого комптоновского рассеяния вперед

$$\sigma_{\gamma^*N} = \frac{\text{Im } \mathcal{M}_{\gamma^*N \rightarrow \gamma^*N}(s, t = 0)}{2\sqrt{sp_{\text{cm}}}}. \quad (8)$$

- ▶ Интересующий нас процесс на фотонном уровне описывается амплитудой  $\mathcal{M}_{\gamma^*N \rightarrow \gamma N}$ . Так как входящий фотон виртуальный, а выходящий фотон реальный, это неупругий процесс.
- ▶ В пределе фоторождения  $\gamma N \rightarrow \gamma N$ , т. е. в случае реального входящего фотона, амплитуды совпадают.

# Амплитуда дифракционного рассеяния виртуальных фотонов

Сечение виртуального комптоновского рассеяния

- ▶ Дифференциальное сечение упругого процесса  $\gamma^* N \rightarrow \gamma^* N$  вперёд

$$\left. \frac{d\sigma}{dt} \right|_{t=0} = \frac{|\mathcal{M}_{\gamma^* N \rightarrow \gamma^* N}|^2(s, t=0)}{64\pi s p_{\text{cm}}^2}.$$

- ▶ В силу оптической теоремы мы знаем мнимую часть этой амплитуды. Пусть  $\beta \equiv \text{Re } \mathcal{M} / \text{Im } \mathcal{M}$  отношение реальной и мнимой части. Тогда

$$\left. \frac{d\sigma}{dt} \right|_{t=0} = \frac{(\sigma_{\gamma^* N})^2(1 + \beta^2)}{16\pi} \quad (9)$$

# Амплитуда дифракционного рассеяния виртуальных фотонов

Сечение виртуального комптоновского рассеяния

- ▶ Пусть отношение мнимых частей этих амплитуд

$$R = \frac{\text{Im } \mathcal{M}_{\gamma^* N \rightarrow \gamma^* N}(s, t=0)}{\text{Im } \mathcal{M}_{\gamma^* N \rightarrow \gamma N}(s, t=0)}, \quad (10)$$

где, очевидно,  $R|_{Q^2=0} = 1$ .

- ▶ Тогда дифференциальное сечение процесса  $\gamma^* N \rightarrow \gamma N$

$$\left. \frac{d\sigma}{dt} \right|_{t=0} = \frac{(\sigma_{\gamma^* N})^2 (1 + \beta^2)}{16\pi R^2} \quad (11)$$

# Амплитуда дифракционного рассеяния виртуальных фотонов

## Двухкомпонентная модель фотопоглощения

- ▶ Следуя Bugaev и Shlepin 2003, разложим сечение в мягкий компонент описываемый VMD, и жёсткий компонент описываемый моделью цветного диполя Forshaw и др. 1999.
- ▶ Жёсткий компонент оказывается численно малым ( $\simeq 20\%$  при энергиях порядка 100 TeV), в отличие от случая фотоядерного взаимодействия.
- ▶ Мягкий компонент параметризуется одним векторным мезоном массой  $m_1$  и континуумом векторных мезонов массой больше  $m_2$  (ср. Sakurai и Schildknecht 1972)

$$\sigma_{\gamma^* p}^T(Q^2, \nu) = \sigma_{\gamma p}(\nu) \left[ 0.75 \frac{m_1^4}{(m_1^2 + Q^2)^2} + 0.25 \frac{m_2^2}{m_2^2 + Q^2} \right],$$
$$m_1^2 = 0.54 \text{ GeV}^2, \quad m_2^2 = 1.8 \text{ GeV}^2. \quad (12)$$

# Амплитуда дифракционного рассеяния виртуальных фотонов

- ▶ В интересующем нас режиме малых  $Q^2$  и больших  $s$ :  
 $R \approx 0,5 \div 1$ .
- ▶ Возможно расчёт по модели цветного диполя

$$R = \frac{\int d^2r \int_0^1 dz |\Psi_T(r, z, Q^2)|^2 \sigma_{dp}(s^*, r)}{\int d^2r \int_0^1 dz \Psi_T^*(r, z, 0) \Psi_T(r, z, Q^2) \sigma_{dp}(s^*, r)} \quad (13)$$

- ▶ Используя модель Golec-Biernat и Wüsthoff 1999, с точностью  $\lesssim 12\%$  можно параметризовать

$$R = \frac{1 + ax + by + cx^2 + dy^2 + exy}{1 + ax + fy + cx^2 + gy^2 + hxy} \quad (14)$$

где

$$a = 0.281, b = -1.44, c = 0.0204, d = 1.04,$$

$$e = 0.487, f = 1.72, g = 1.96, h = 0.352$$

$$x = \ln(2m_p\nu/\text{GeV}^2), y = Q^2/\text{GeV}^2.$$

# Численные результаты

## Дифракционные поправки

- ▶ Экспериментально наблюдаемая зависимость  $\propto \exp(Bt)$ , где  $B \approx 6.2 \text{ GeV}^{-2}$  (Aktas и др. 2006), соответствует гауссовому распределению заряда в рамках формализма КФ. Так  $\sigma_{\gamma^* N \rightarrow \gamma N} = (1/B)(d\sigma_{\gamma^* N \rightarrow \gamma N}/dt)|_{t=0}$ .
- ▶ Сечение процесса на лептонном уровне определяется

$$\frac{d\sigma}{dy} = \int_{\mu^2 y^2/(1-y)}^{2m_p y E} n_T(y, Q^2) \sigma_{\gamma^* N \rightarrow \gamma N} dQ^2, \quad (15)$$

где плотность виртуальных фотонов (Budnev и др. 1975)

$$n_T(y, Q^2) = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{1}{yQ^2} \left( 1 + (1-y)^2 - \frac{\mu^2 y^2}{Q^2} \right).$$

- ▶ Аналитическое интегрирование формулы Кельнера и Федотова (3) с формфактором  $F_n(\sqrt{-t}) = \exp(r^2 t/3)$  приводит к выражению

$$y \frac{d\sigma}{dy} = \frac{3\alpha\sigma_{\gamma p}^2(1 + \beta^2)}{32\pi^2 r_p^2} \left\{ [1 + (1 - y)^2] \ln \frac{\sqrt{3e^{-C}}}{r_p \sqrt{-t_{\min}}} - (1 - y) \right\}. \quad (16)$$

- ▶ Аналитическое интегрирование формулы (15) при приближении  $\sigma_{\gamma^* p}/R \rightarrow \sigma_{\gamma p}$  приводит к выражению

$$y \frac{d\sigma}{dy} = \frac{\alpha\sigma_{\gamma p}^2(1 + \beta^2)}{32\pi^2 B} \left\{ [1 + (1 - y)^2] \ln \frac{m_p}{\sqrt{-t_{\min}}} - (1 - y) \right\}. \quad (17)$$

- ▶ Идентифицируя  $B = r_p^2/3$ , эти формулы отличаются только множителю порядка 1 в аргументе логарифма.
- ▶ Формулы Кельнера и Федотова дают практически тот же самый ответ при очень малых  $y$  как наши формулы.



# Численные результаты

## Чисто дифракционные поправки

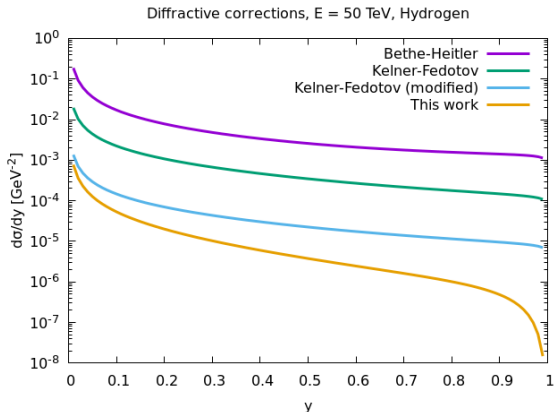


Рис.: Поправки к дифференциальному сечению дифракционного рассеяния  $d\sigma/dy$  мюонов на протоне при энергии 50 TeV.

# Численные результаты

## Чисто дифракционные поправки

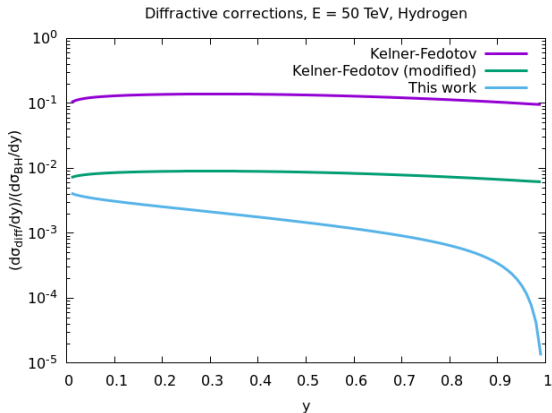


Рис.: Относительные поправки к дифференциальному сечению дифракционного рассеяния  $d\sigma/dy$  мюонов на протоне при энергии 50 TeV.

# Численные результаты

## Дифракционные поправки

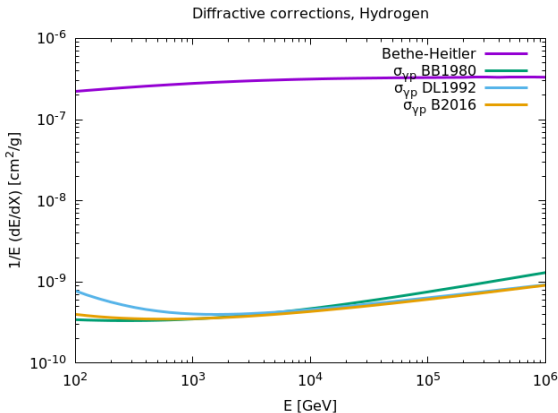


Рис.: Поправки к средним потерям  $\langle -dE/dX \rangle$  мюонов на протонах. Показаны поправки для параметризации сечения фотопоглощения  $\sigma_{\gamma p}$  Безруков и Бугаев 1980; Donnachie и Landshoff 1992; Белоусов и др. 2016.

# Численные результаты

## Дифракционные поправки

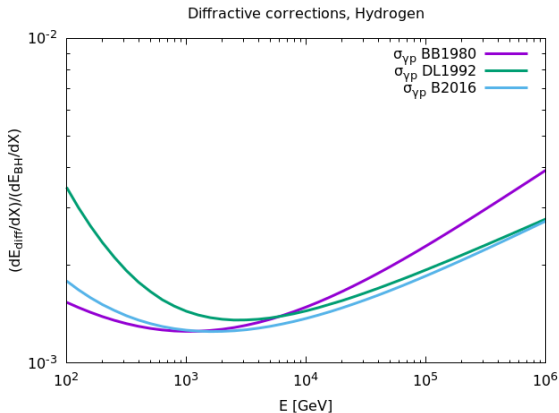


Рис.: Поправки к средним потерям  $\langle -dE/dX \rangle$  мюонов на протонах. Показаны поправки для параметризации сечения фотопоглощения  $\sigma_{\gamma p}$  Безруков и Бугаев 1980; Donnachie и Landshoff 1992; Белоусов и др. 2016.

# Численные результаты

## Интерференционные поправки

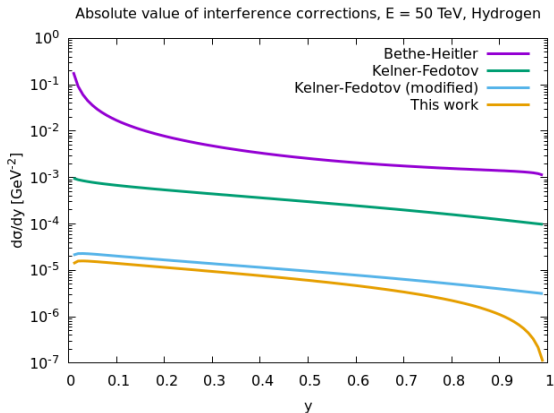


Рис.: Интерференционные поправки к дифференциальному сечению  $d\sigma/dy$  тормозного излучения мюонов на протонах при энергии 50 TeV.

# Численные результаты

## Интерференционные поправки

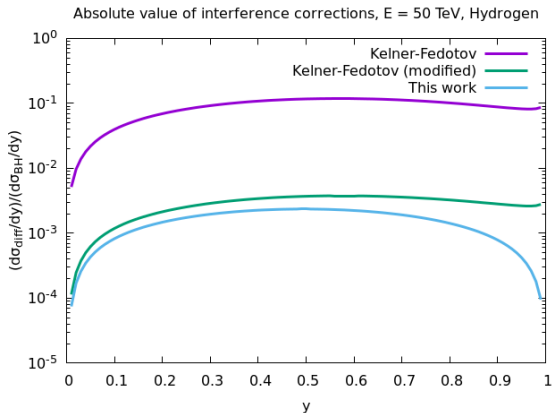


Рис.: Интерференционные поправки к дифференциальному сечению  $d\sigma/dy$  дифракционного рассеяния мюонов на протонах при энергии 50 TeV.

# Численные результаты

## Интерференционные поправки

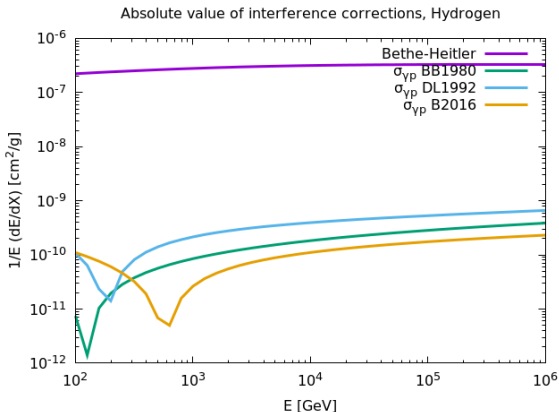


Рис.: Интерференционные поправки к средним потерям  $\langle -dE/dX \rangle$  мюонов на протонах. Показаны поправки для параметризаций сечения фотопоглощения  $\sigma_{\gamma p}$  Безруков и Бугаев 1980; Donnachie и Landshoff 1992; Белоусов и др. 2016.

# Численные результаты

## Интерференционные поправки

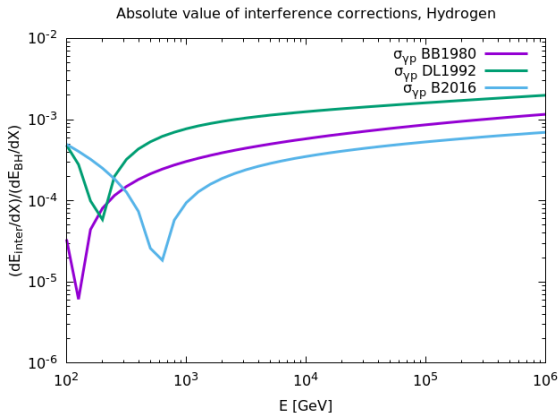


Рис.: Интерференционные поправки к средним потерям  $\langle -dE/dX \rangle$  мюонов на протонах. Показаны поправки для параметризаций сечения фотопоглощения  $\sigma_{\gamma p}$  Безруков и Бугаев 1980; Donnachie и Landshoff 1992; Белоусов и др. 2016.








## Заключение






- ▶ Сечение и потери увеличиваются на  $\sim [(A^{4/3} + A)/Z^2]0.3\%$  при энергиях порядка  $\sim 100$  TeV.
- ▶ Нелинейные эффекты, как насыщение глюонов, могут изменить эту простую оценку.
- ▶ Результаты близки к формулам Кельнера и Федотова после исправления ошибки, касающийся реальной части амплитуды.
- ▶ Эти исправления значительно уменьшают численную величину поправки.
- ▶ Различие между лептонами и антилептонами за счёт интерференции мало.

Спасибо за внимание!

## Список литературы I

-  Aktas, A. и др. (2006). «Diffractive deep-inelastic scattering with a leading proton at HERA». в: *Eur. Phys. J. C* 48, с. 749.
-  Budnev, V. M. и др. (1975). «The Two-Photon Particle Production Mechanism. Physical Problem. Applications. Equivalent Photon Approximation». в: *Phys. Rep. C* 15, с. 181.
-  Bugaev, E. V. и Yu. V. Shlepin (2003). «Photonuclear interaction of high energy muons and tau-leptons». в: *Phys.Rev. D* 67, с. 034027.
-  Donnachie, A. и P. V. Landshoff (1992). в: *Phys. Lett. B* 296, с. 227.
-  Forshaw, J. R., G. Kerley и G. Shaw (1999). «Extracting the dipole cross section from photo- and electroproduction total cross-section data». в: *Phys. Rev. D* 60, с. 074012.

## Список литературы II

-  Golec-Biernat, K. и M. Wüsthoff (1999). «Saturation effects in deep inelastic scattering at low  $Q^2$  and its implications on diffraction». в: *Phys. Rev. D* 59, с. 014017.
-  Sakurai, J. J. и D. Schildknecht (1972). «Generalized vector dominance and inelastic electron-proton scattering». в: *Phys. Lett. B* 40, с. 121.
-  Безруков, Л. Б. и Э. В. Бугаев (1980). в: *Яд. Физ.* 32, с. 1636.
-  Белоусов, В. И. и др. (2016). «Полные сечения адронных столкновений в модели HPR1R2». в: *Яд. Физ.* 79, с. 55.
-  Кельнер, С. Р. и А. М. Федотов (1999). «Дифракционные поправки к тормозному излучению мюонов». в: *Яд. Физ.* 62, с. 307.

# Амплитуда дифракционного рассеяния виртуальных фотонов

## Жёсткий компонент фотопоглощения

Модель цветного диполя описывает сечение фотопоглощения

$$\sigma_{\gamma^* N}^T(Q^2, s) = \int dz \int d^2 r_{\perp} \sigma^{\text{unit}}(r_{\perp}, s) |\psi_{\gamma}^T(r_{\perp}, z, Q^2)|^2, \quad (18)$$

где квадрат волновой функции фотона

$$\begin{aligned} |\psi_{\gamma}^T(r_{\perp}, z, Q^2)|^2 &= \frac{3\alpha}{2\pi^2} \sum_f \left(\frac{e_f}{e}\right)^2 \times \\ &\times \{ [z^2 + (1-z)^2] \bar{Q}^2 K_1^2(\bar{Q}r_{\perp}) + m_f^2 K_0^2(\bar{Q}r_{\perp}) \}, \\ \bar{Q}^2 &= Q^2 z(1-z) + m_f^2 \end{aligned}$$

и  $\sigma(r_{\perp}, s)$  сечение диполя рассеяния диполя с поперечным размером  $r_{\perp}$  на нуклоне при энергии  $\sqrt{s}$  в системе центра масса фотона и нуклона.

# Амплитуда дифракционного рассеяния виртуальных фотонов

## Сечение диполя

Используем унитаризованное сечение диполя (Bugaeв и Shlepin 2003; Forshaw и др. 1999)

$$\sigma^{\text{unit}}(r_{\perp}, s) = 2\pi R^2 \left\{ \ln \frac{\sigma(r_{\perp}, s)}{2\pi R^2} + C - \text{Ei} \left( -\frac{\sigma(r_{\perp}, s)}{2\pi R^2} \right) \right\},$$

$$\sigma(r_{\perp}, s) = (a_1 r_{\perp} + a_2 r_{\perp}^2 + a_3 r_{\perp}^3)^2 e^{-r_{\perp}/r_{\perp}^0} (r_{\perp}^2 s)^{\lambda_H},$$

$$R \simeq 10 \text{ GeV}^{-2}.$$

# Амплитуда дифракционного рассеяния виртуальных фотонов

Жёсткий компонент виртуального комптоновского рассеяния

- ▶ Для виртуального комптоновского рассеяния

$$\frac{\text{Im } \mathcal{M}_{\gamma^* N \rightarrow \gamma N}}{2m_N \sqrt{\nu^2 + Q^2}} = \int dz \int d^2 r_{\perp} \sigma^{\text{unit}}(r_{\perp}, s) [\psi_{\gamma}^{\text{T}\dagger} \psi_{\gamma^*}^{\text{T}}](r_{\perp}, z, Q^2), \quad (19)$$

где

$$[\psi_{\gamma}^{\text{T}\dagger} \psi_{\gamma^*}^{\text{T}}](r_{\perp}, z, Q^2) = \frac{3\alpha}{2\pi^2} \sum_f \left(\frac{e_f}{e}\right)^2 \times \\ \times \{ [z^2 + (1-z)^2] \bar{Q} K_1(\bar{Q} r_{\perp}) K_1(m_f r_{\perp}) + m_f^2 K_0(\bar{Q} r_{\perp}) K_0(m_f r_{\perp}) \}.$$

## Формфактор в дифракционных поправках I

Следуя Armesto 2002; Lappi и Mäntysaari 2011; Gonçalves и Pires 2015, амплитуда когерентного комптоновского рассеяния

$\mathcal{M}_{\gamma^* A \rightarrow \gamma A}$  описывается обобщением модели цветного диполя на основе формализма Глаубера-Грибова<sup>1</sup>

$$\mathcal{M}_{\gamma^* A \rightarrow \gamma A} = \int d^2b \int d^2r \int_0^1 dz [\Psi_\gamma^* \Psi_{\gamma^*}](r, z, Q^2) \sigma_{dA}(s^*, r, b), \quad (20)$$

где  $b$  – прицельный параметр,  $r$  – поперечный радиус диполя,  $z$  – доля импульса фотона, переданная одному из кварков диполя, и  $\sigma_{dA}$  – сечение взаимодействия диполя на ядре

$$\sigma_{dA}(s^*, r, b) = 2 \left[ 1 - \exp \left( -\frac{1}{2} AT_A(b) \sigma_{dp}(s^*, r) \right) \right] \quad (21)$$

с сечением диполя на протоне  $\sigma_{dp}$ . Переменная  $s^*$  равна либо  $W^2$ , либо  $x$ , в зависимости от модели сечения диполя.



## Формфактор в дифракционных поправках II

Структура ядра при этом входит через поперечную плотность вещества

$$T_A(b) = \int_{-\infty}^{\infty} d\zeta \rho(b, \zeta), \quad \int d^2b T_A(b) = 1. \quad (22)$$

Здесь  $\zeta$  – продольная координата.

Предел разбавления, т. е. отсутствия затенения, получается разложением показательной функции при  $\sigma_{dp}AT_A \ll 1$  как

$$\sigma_{dA}(s^*, r, b) \approx AT_A(b)\sigma_{dp}(s^*, r). \quad (23)$$

Тогда зависимость дифракционного рассеяния от прицельного параметра  $b$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\gamma^*A \rightarrow \gamma A}(s^*, b^2) &\approx AT_A(b) \left\{ \int d^2r \int_0^1 dz [\Psi_\gamma^* \Psi_{\gamma^*}](r, z, Q^2) \sigma_{dp}(s^*, r) \right\} = \\ &= AT_A(b) \mathcal{M}_{\gamma^*p \rightarrow \gamma p} \end{aligned}$$

(24)

## Формфактор в дифракционных поправках III

Это зависимость связана с зависимостью от  $t$   
Фурье-образованием

$$\mathcal{M}_{\gamma^*A \rightarrow \gamma A}(s^*, t) = \int d^2b e^{-ib \cdot \Delta} \mathcal{M}_{\gamma^*p \rightarrow \gamma p}, \quad \Delta^2 = -t. \quad (25)$$

Фурье-образование поперечной плотности соответствует  
формфактору




$$F_n(q) = \int d^3r e^{iq \cdot r} \rho(r), \quad F_n(0) = 1, \quad (26)$$

потому что

$$\begin{aligned} \int d^2b e^{-ib \cdot \Delta} T_A(b) &= \int d^2b \int d\zeta \rho(b, \zeta) = \\ &= \int d^3r e^{-ir \cdot \Delta} \rho(r) = F_n(\Delta), \end{aligned} \quad (27)$$

где без потери общности  $\vec{\Delta} = (\Delta, 0, 0)$ .

## Формфактор в дифракционных поправках IV

-  Armesto, N. (2002). в: *Eur. Phys. J. C* 26, с. 35.
-  Gonçalves, V. P. и D. S. Pires (2015). в: *Phys. Rev. C* 91, с. 055207.
-  Lappi, T. и H. Mäntysaari (2011). в: *Phys. Rev. C* 83, с. 065202.

---

<sup>1</sup>Ср. уравнение (17) у Лаппи, (5) у Гонсалвеса, (8) у Арместо.