

**Некоторые модели описания
взаимодействия мощных лазерных
импульсов с тонким плазменным слоем:
генерация циркулярно-поляризованных
аттосекундных импульсов и
влияние фазы несущей**

**Сергей Рыкованов
Сколковский Институт Науки и Технологий**

По мотивам 3 работ

Rapid Communication

Relativistic slingshot: A source for single circularly polarized attosecond x-ray pulses

Jingwei Wang, Sergei V. Bulanov, Min Chen, Bifeng Lei, Yuxue Zhang, Rishat Zagidullin, Veronika Zorina, Wei Yu, Yuxin Leng, Ruxin Li, Matt Zepf, and Sergey G. Rykovanov
Phys. Rev. E **102**, 061201(R) – Published 15 December 2020

Density dependent Carrier-Envelope Phase Shift in the Attosecond Pulse Generation from Relativistically Oscillating Mirrors

Stefan Tietze,^{1,2} Arnaud Debayle,^{1,2} M. Zepf,^{1,2} and Sergey G. Rykovanov^{3,*}

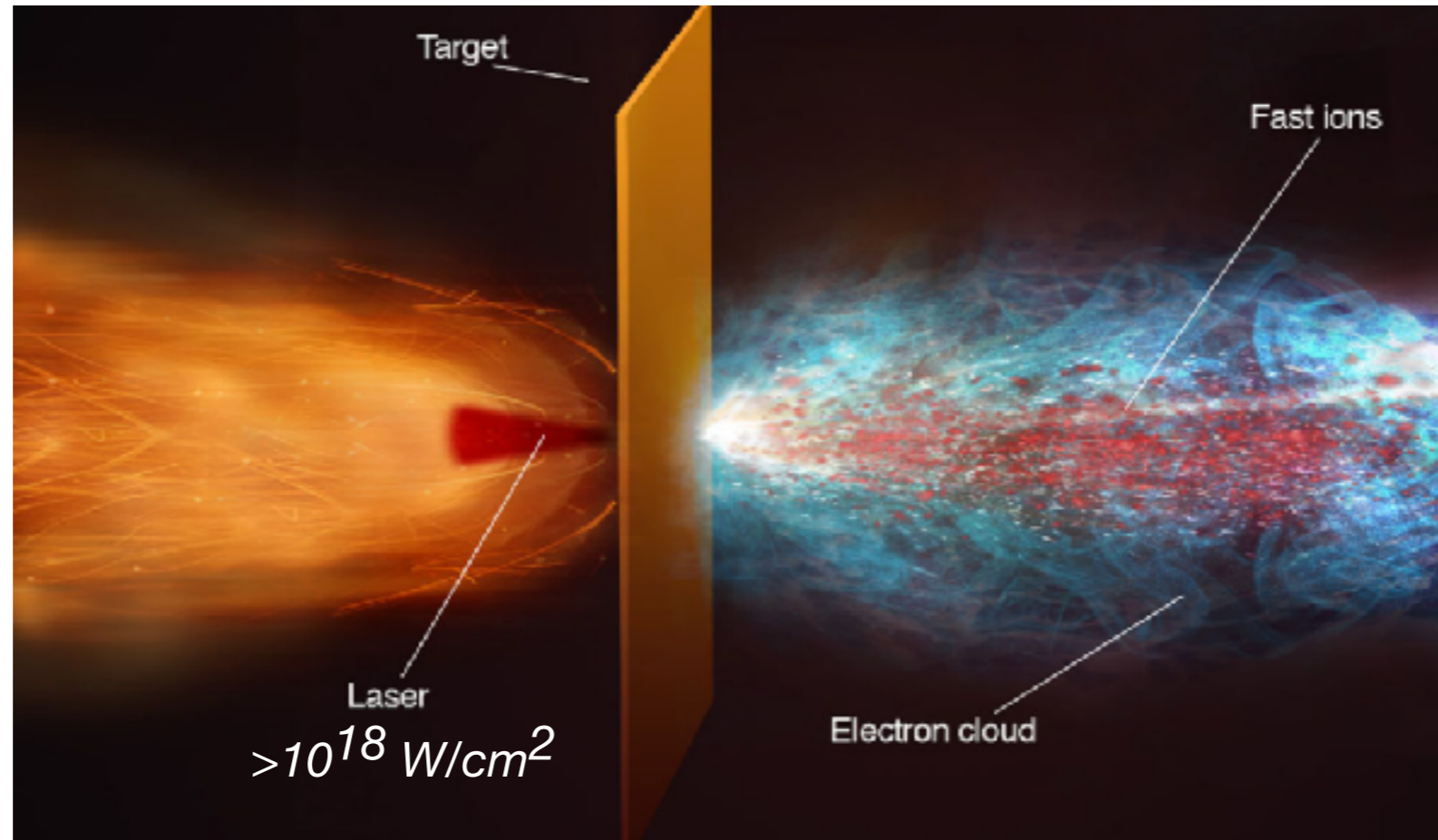
в работе

Strong field electrodynamics of a thin foil

Physics of Plasmas **20**, 123114 (2013); <https://doi.org/10.1063/1.4848758>

Sergei V. Bulanov^{1, a)}, Timur Zh. Esirkepov¹, Masaki Kando¹, Stepan S. Bulanov², Sergey G. Rykovanov³, and Francesco Pegoraro⁴

Мотивация

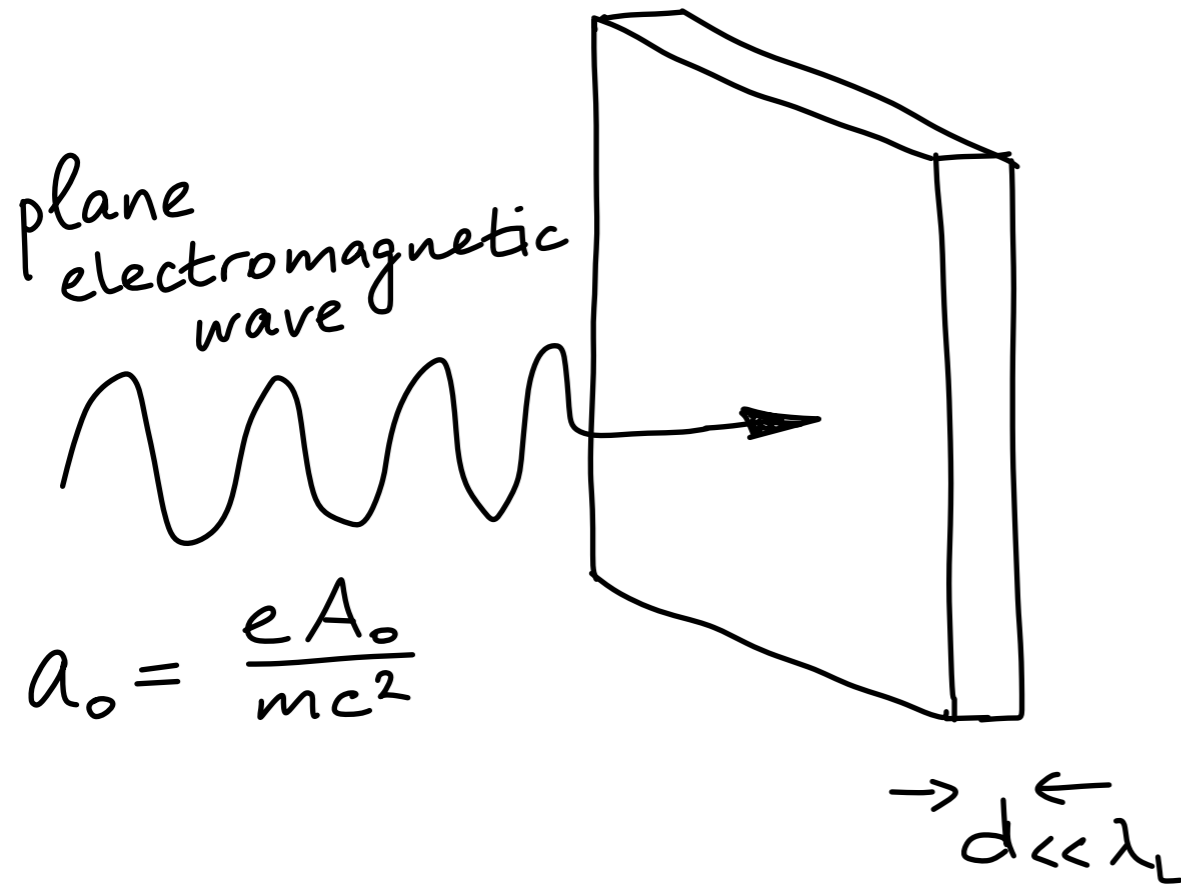


* From Macchi, Borghesi, Passoni, *RMP*, 85, 751 (2013)

Взаимодействие мощных коротких лазерных импульсов с твердотельными мишенями:

- источник заряженных частиц (электронов и ионов)
- источник УФ, рентгеновского и гамма излучения
- источник аттосекундных УФ импульсов
- интересная и захватывающая, сложная физика процессов
- помимо натуральных и численных экспериментов нужны (качественные) модели описания взаимодействия

Самосогласованная модель сверхтонкой пленки



Постановка задачи:

- 1D3P, нормальное падение
- плоская волна произвольной амплитуды a_0
- толщина пленки d много меньше длины волны падающего излучения
- при описании динамики пленки необходимо учесть излучение самой пленки
- пленка описывается дельта-функцией
- пленка описывается одной "частицей"
- ионы неподвижны (на данном этапе)

Стандартное обезразмеривание:

$$t \rightarrow \omega_L \tilde{t} \quad x \rightarrow k_L \tilde{x}$$

$$p \rightarrow \frac{\tilde{p}}{mc} \quad v \rightarrow \frac{\tilde{v}}{c}$$

$$n \rightarrow \frac{\tilde{n}}{n_{cr}}$$

$$n_{cr} = \frac{m\omega_L^2}{4\pi e^2 \tilde{n}}$$

* Vshivkov et al, *Physics of Plasmas* **5**, 2727 (1998)

* Pirozhkov et al, *Physics of Plasmas* **13**, 013107 (2006)

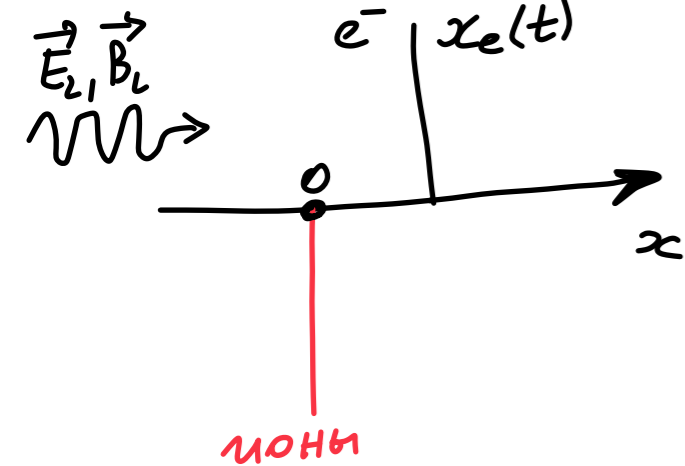
* Bulanov et al, *Physics of Plasmas* **20** (12), 123114 (2013)

Уравнения движения и поля

Динамику пленки будем описывать стандартно: ($\vec{u} = \vec{p}$)

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = -\vec{E} - \frac{\vec{u} \times \vec{B}}{\gamma}$$

Самый важный вопрос: что входит в \vec{E} и \vec{B} ?



E_x - возвращающая сила ионов

$$E_x = \frac{nd}{2} \cdot \text{sign}(x_e)$$

$$\alpha \equiv nd$$

$$\epsilon \equiv \frac{nd}{2}$$

$$E_x = \epsilon \text{sign}(x_e)$$

Как насчет \vec{E}_\perp , \vec{B}_\perp ?

$$E_y = \underbrace{E_{y,L}}_{\text{поле лазера}} + \underbrace{E_{y, \text{FOIL}}}_{\text{поле, излучаемое пленкой}}$$

Как найти излучение пленки

\vec{a} - векторный потенциал

$$\alpha = nd$$

$$\frac{\partial^2 \vec{a}}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \vec{a}}{\partial x^2} = \vec{j} = -\alpha \delta(x - x_e(t)) \vec{v}$$

Функция Грина 1D волнового уравнения:

$$G(t, t', x, x') = \frac{1}{2} \Theta(t - t' - |x - x'|)$$

Θ - ф-я Хевисайда

1D поля Лиенара - Вихерта:

слева от пленки
 $x < x_e$

$$\vec{E}(t, x) = -\frac{\alpha}{2} \frac{\vec{v}(t^*)}{1 + v_x(t^*)}$$

$$t^* = t + x - x_e(t^*) \quad \text{запазд. время}$$

$$E_y = -B_z$$

$$E_z = B_y$$

справа от пленки
 $x > x_e$

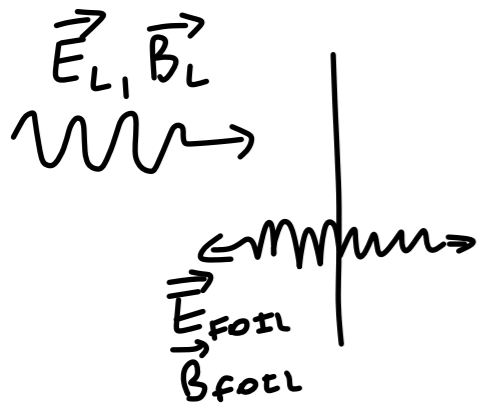
$$\vec{E}(t, x) = -\frac{\alpha}{2} \frac{\vec{v}(t^*)}{1 - v_x(t^*)}$$

$$t^* = t - x + x_e(t^*)$$

$$E_y = B_z$$

$$E_z = -B_y$$

Как найти излучение пленки



На пленке:

$$\vec{E} = \vec{E}_L + \frac{1}{2} \left\{ \vec{E}_{\text{FOIL, LEFT}} + \vec{E}_{\text{FOIL, RIGHT}} \right\}$$

$$\vec{B} = \vec{B}_L + \frac{1}{2} \left\{ \vec{B}_{\text{FOIL, LEFT}} + \vec{B}_{\text{FOIL, RIGHT}} \right\}$$

$$\epsilon \equiv \frac{\alpha}{2}$$

$$E_x = R(x)$$

$$= \epsilon \operatorname{sign}(x_e)$$

$$E_y = E_{y,L} + \epsilon \frac{u_y}{\gamma} \gamma_x^2$$

$$E_z = E_{z,L} + \epsilon \frac{u_z}{\gamma} \gamma_x^2$$

$$B_x = 0$$

$$B_y = -E_{z,L} - \epsilon \frac{u_x u_z}{\gamma^2} \gamma_x^2$$

$$B_z = E_{y,L} + \epsilon \frac{u_x u_y}{\gamma^2} \gamma_x^2$$

$$\gamma = \sqrt{1 + u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}$$

$$\gamma_x = \frac{1}{\sqrt{1 - v_x^2}}$$

В принципе поля найдены,
можем решать динамику:

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = -\vec{E} - \frac{\vec{u} \times \vec{B}}{\gamma}$$

Самосогласованная динамика пленки

$$\frac{du^\mu}{d\tau} = -F^{\mu\nu}u_\nu$$

Получаем следующие уравнения:

$$\begin{aligned}\frac{d\gamma}{d\tau} &= -E_x u_x - E_{y,L} u_y - E_{z,L} u_z - \epsilon \frac{\gamma_x^2}{\gamma} (u_y^2 + u_z^2) \\ \frac{du_x}{d\tau} &= -\gamma E_x - H_{z,L} u_y + H_{y,L} u_z - \epsilon \frac{u_x \gamma_x^2}{\gamma^2} (u_y^2 + u_z^2) \\ \frac{du_y}{d\tau} &= -E_{y,L} (\gamma - u_x) - \epsilon u_y \\ \frac{du_z}{d\tau} &= -E_{z,L} (\gamma - u_x) - \epsilon u_z \\ &+ \\ \frac{dx_e}{d\tau} &= u_x\end{aligned}$$

Самосогласованная динамика пленки

$$\begin{aligned}\xi &\equiv t - x \\ h &\equiv \gamma - u_x \\ u_{\perp} &\equiv u_y^2 + u_z^2\end{aligned}$$

+ Немного алгебры

Финальная система уравнений:

$$\begin{aligned}h' &= E_x - \epsilon \frac{u_{\perp}^2}{1 + u_{\perp}^2} \\ x' &= \frac{1 + u_{\perp}^2 - h^2}{2h^2} \\ y' &= \frac{u_y}{h} \\ z' &= \frac{u_z}{h}\end{aligned}$$

$$u_y = a_{y,L} - \epsilon y$$

$$u_z = a_{z,L} - \epsilon z$$

Элементарно и быстро решается с помощью, например, RK4 ([scipy.integrate.ode](https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/integrate.html))

Релятивистская

“рогатка” (Relativistic slingshot)

полное “выдавливание”
электронов из
пленки

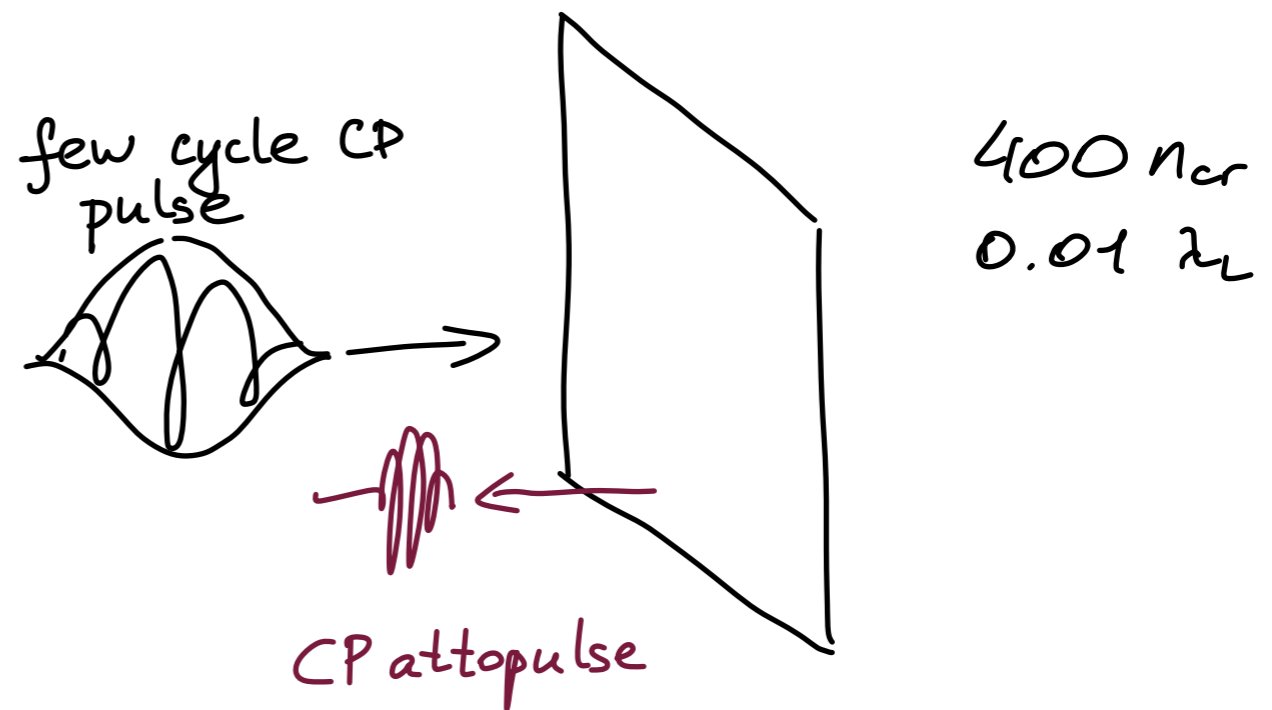
$$a_0 > \frac{nd}{2} = 4\pi$$

$$a_0 = 20$$

$$d = 2\pi \cdot 0.01$$

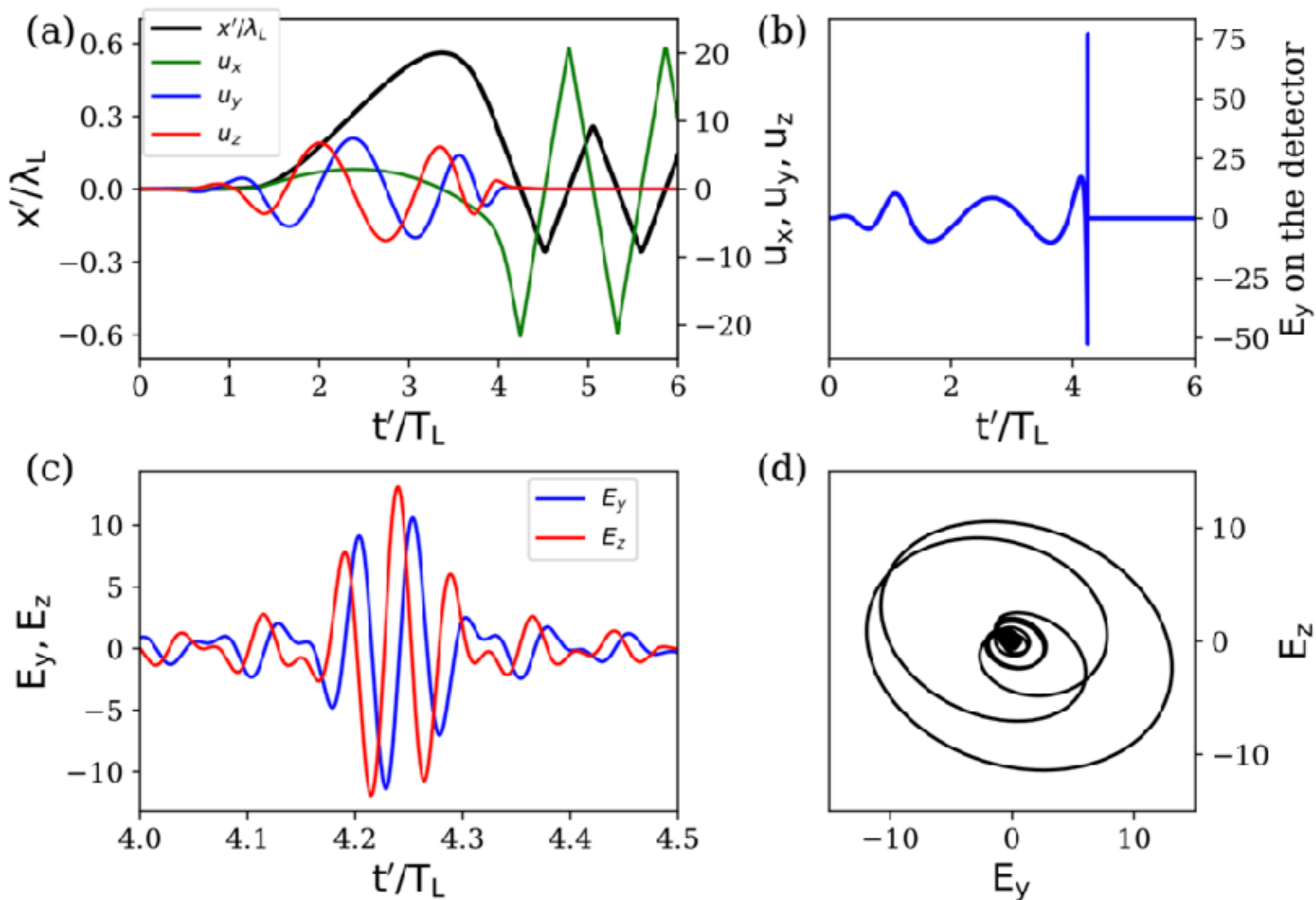
$$n = 400n_{cr}$$

2 cycle CP pulse



Релятивистская “рогатка” (Relativistic slingshot)

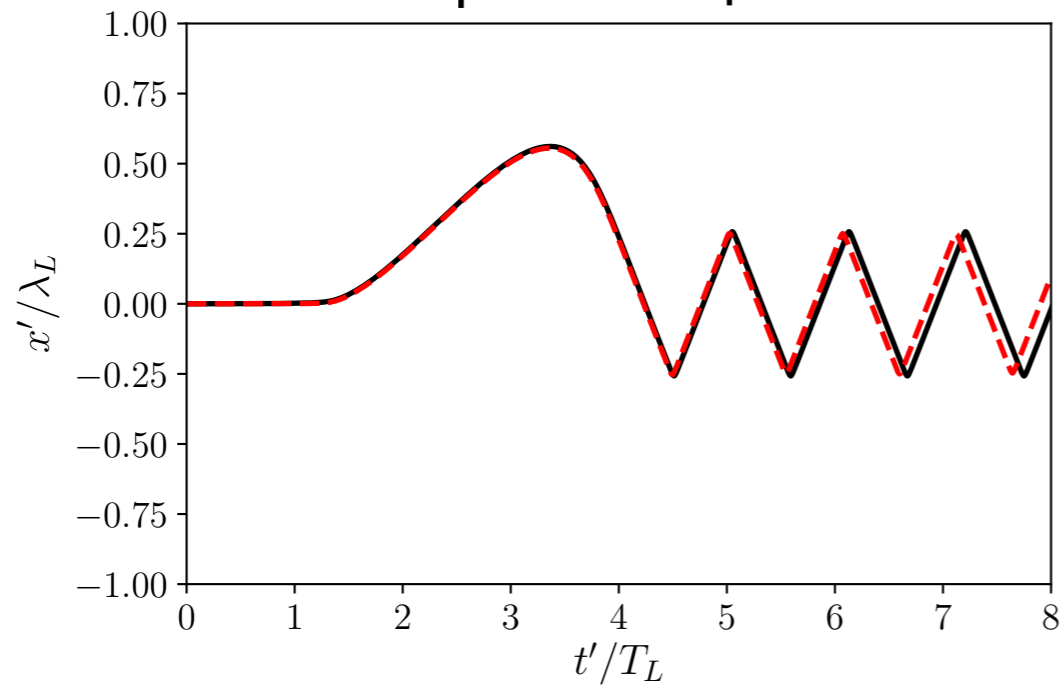
Расчеты по самосогласованной модели



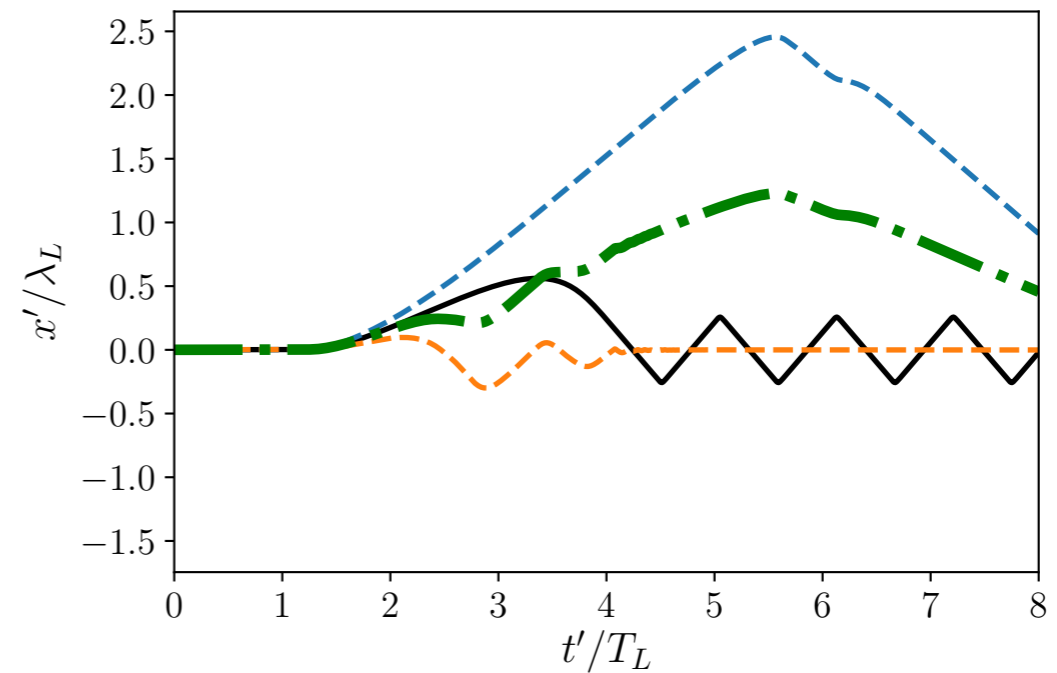
Сравнение с PIC

Черным цветом - результат модельных расчетов

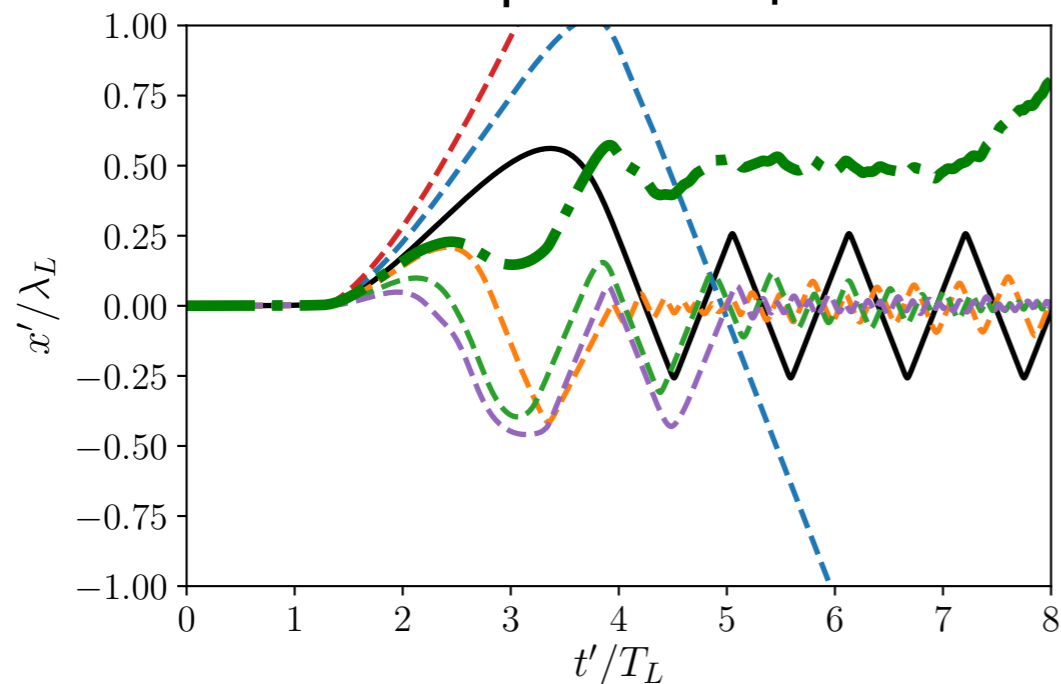
1 макрочастица в PIC



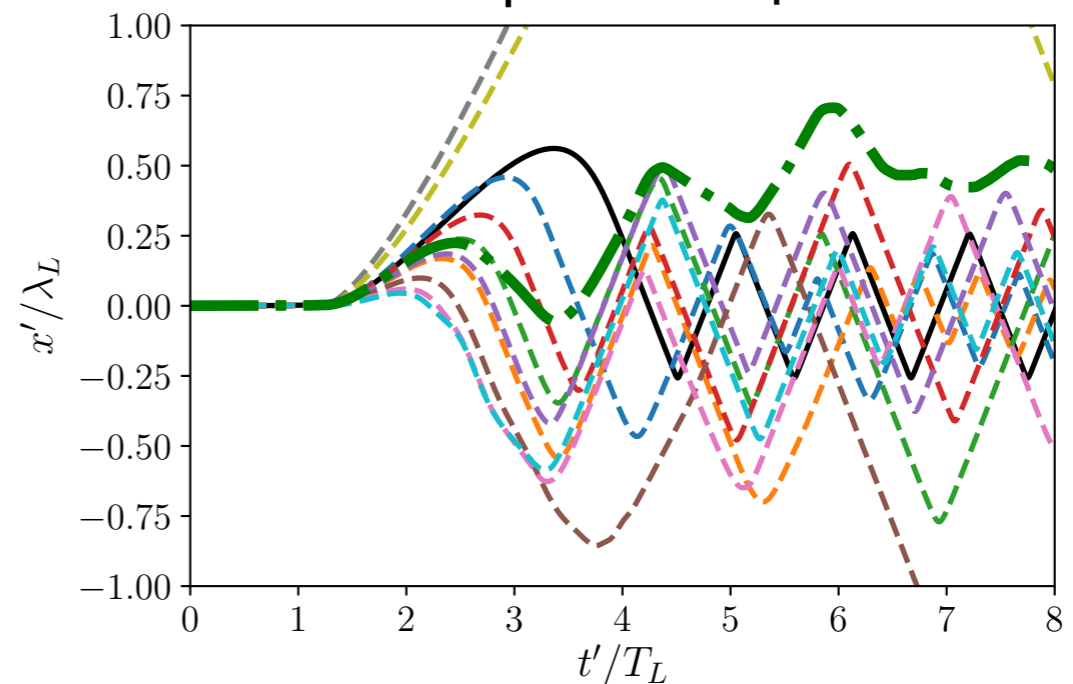
2 макрочастицы в PIC



5 макрочастиц в PIC



10 макрочастиц в PIC

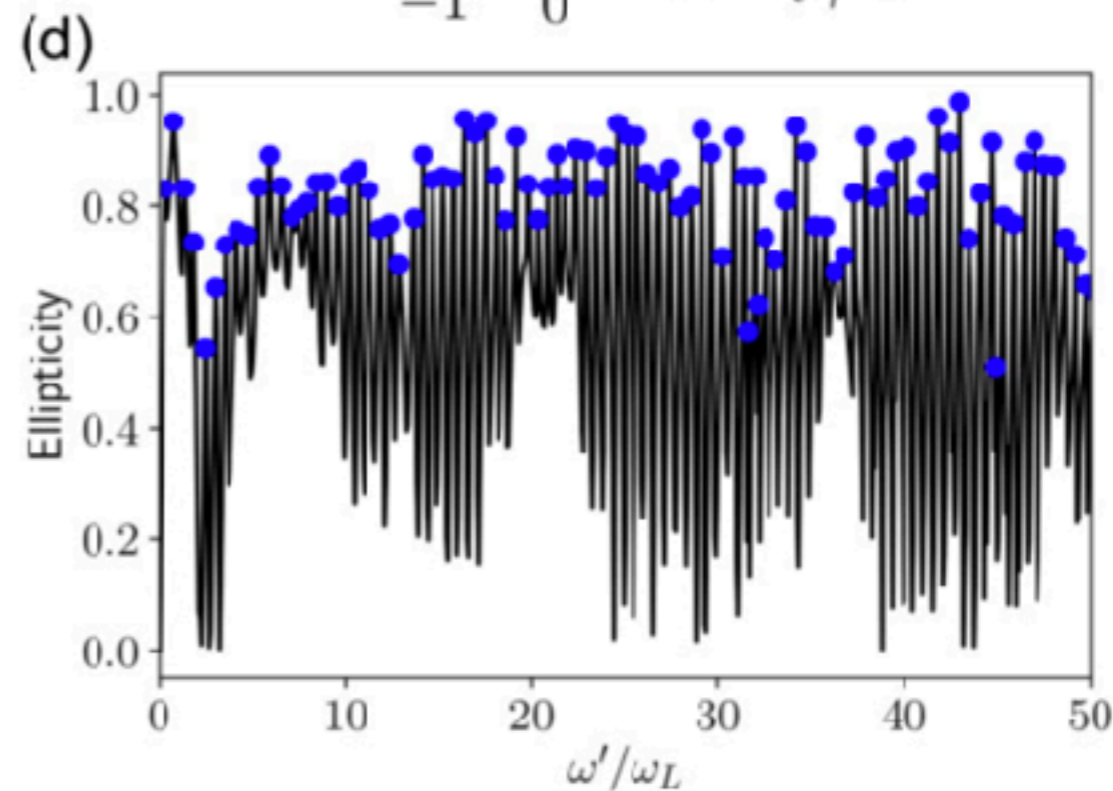
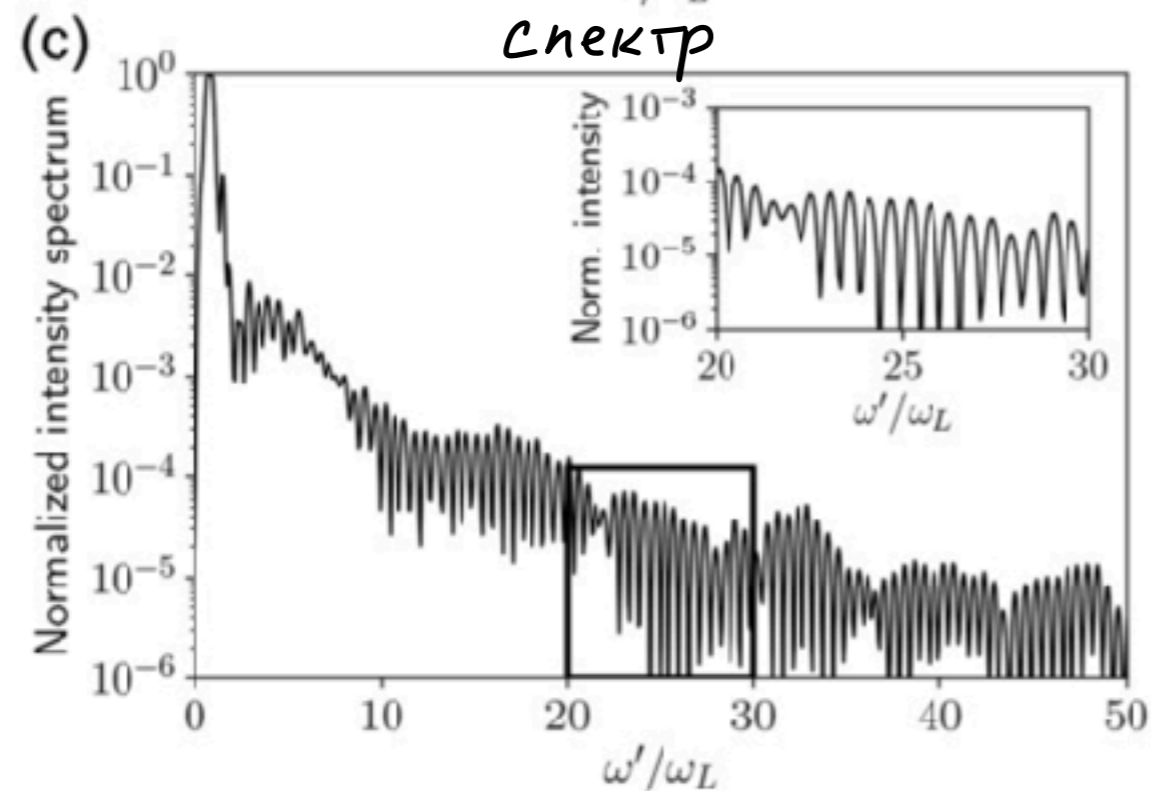
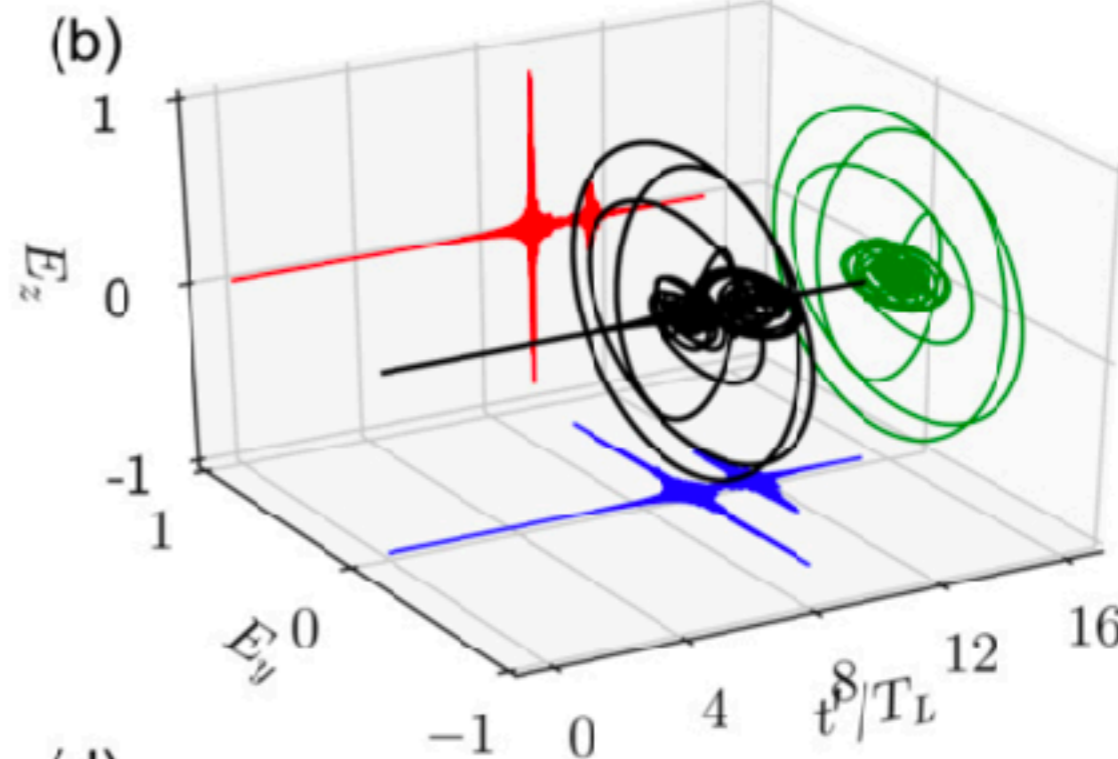
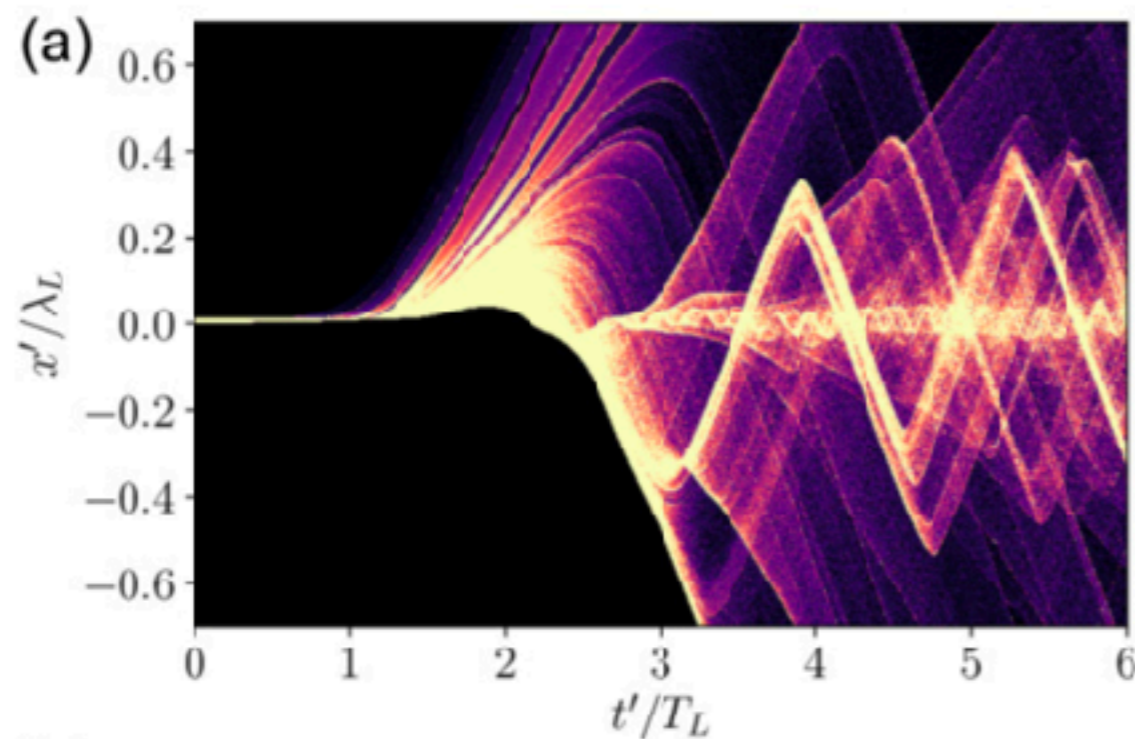


Расчет “рогатки” с помощью PIC

1D расчет

цветом - плотность электронов

поперечные поля
после фильтрации

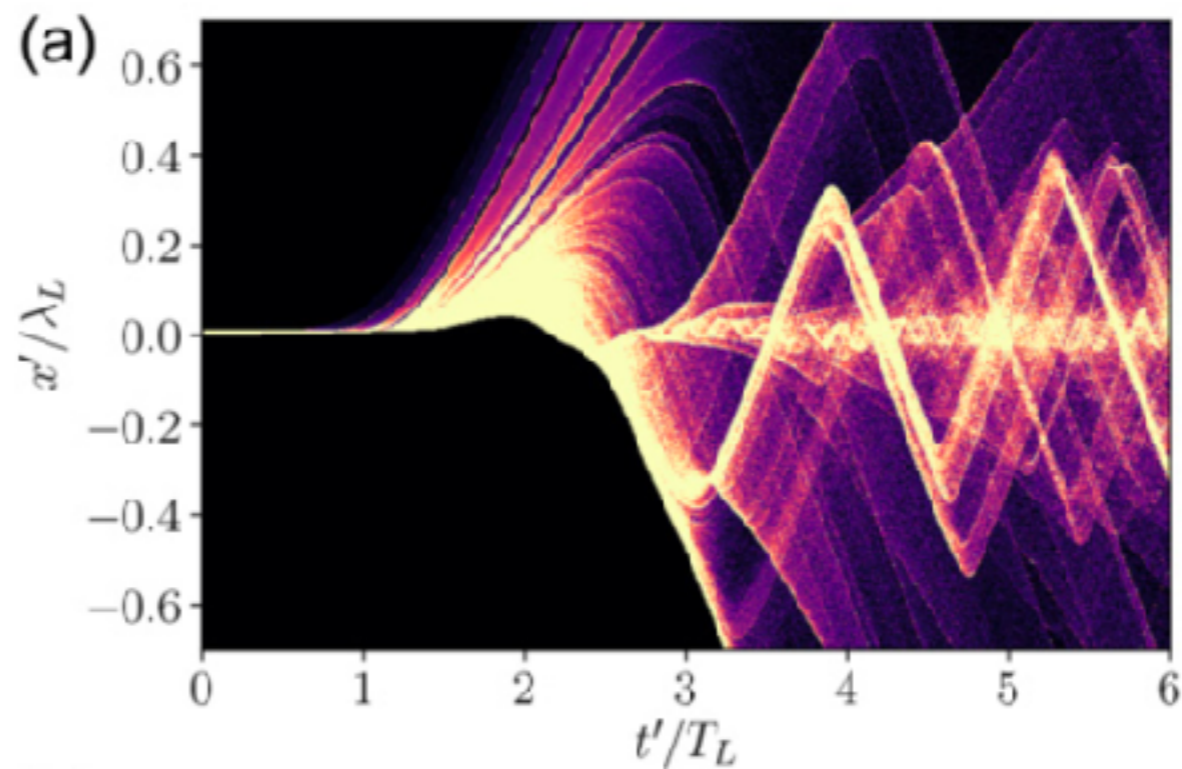
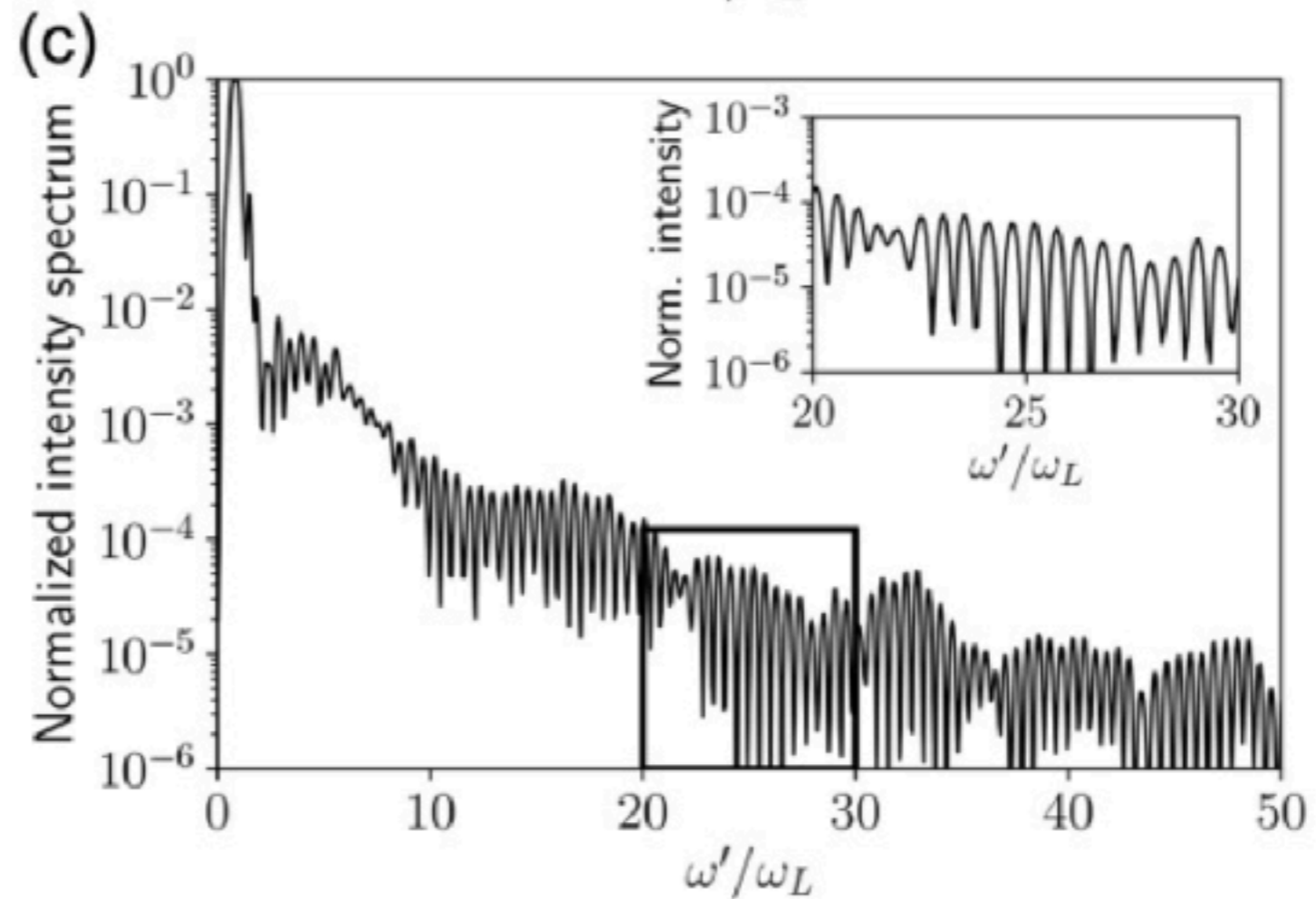
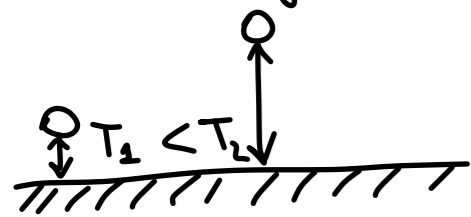


Гармоники динамики пленки

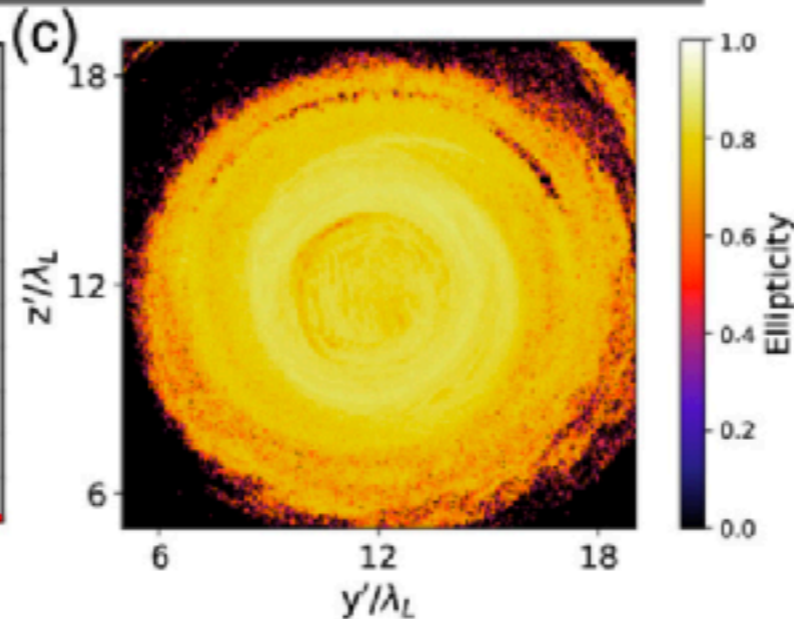
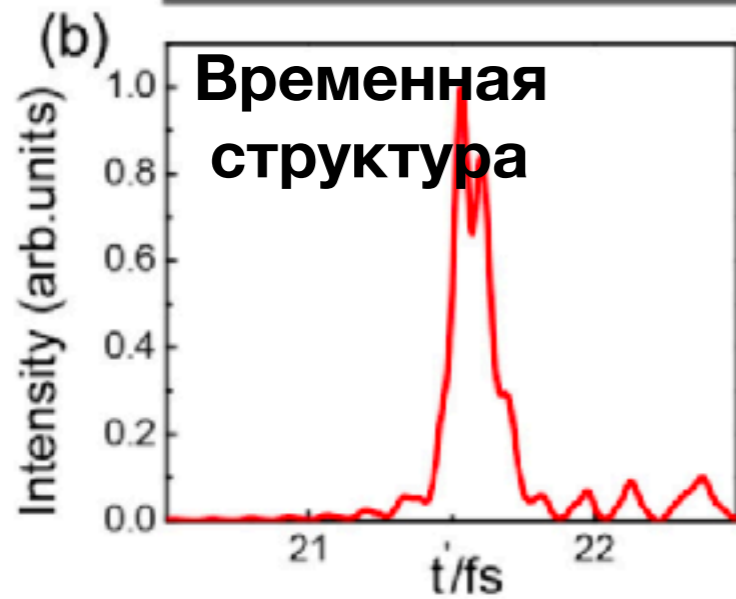
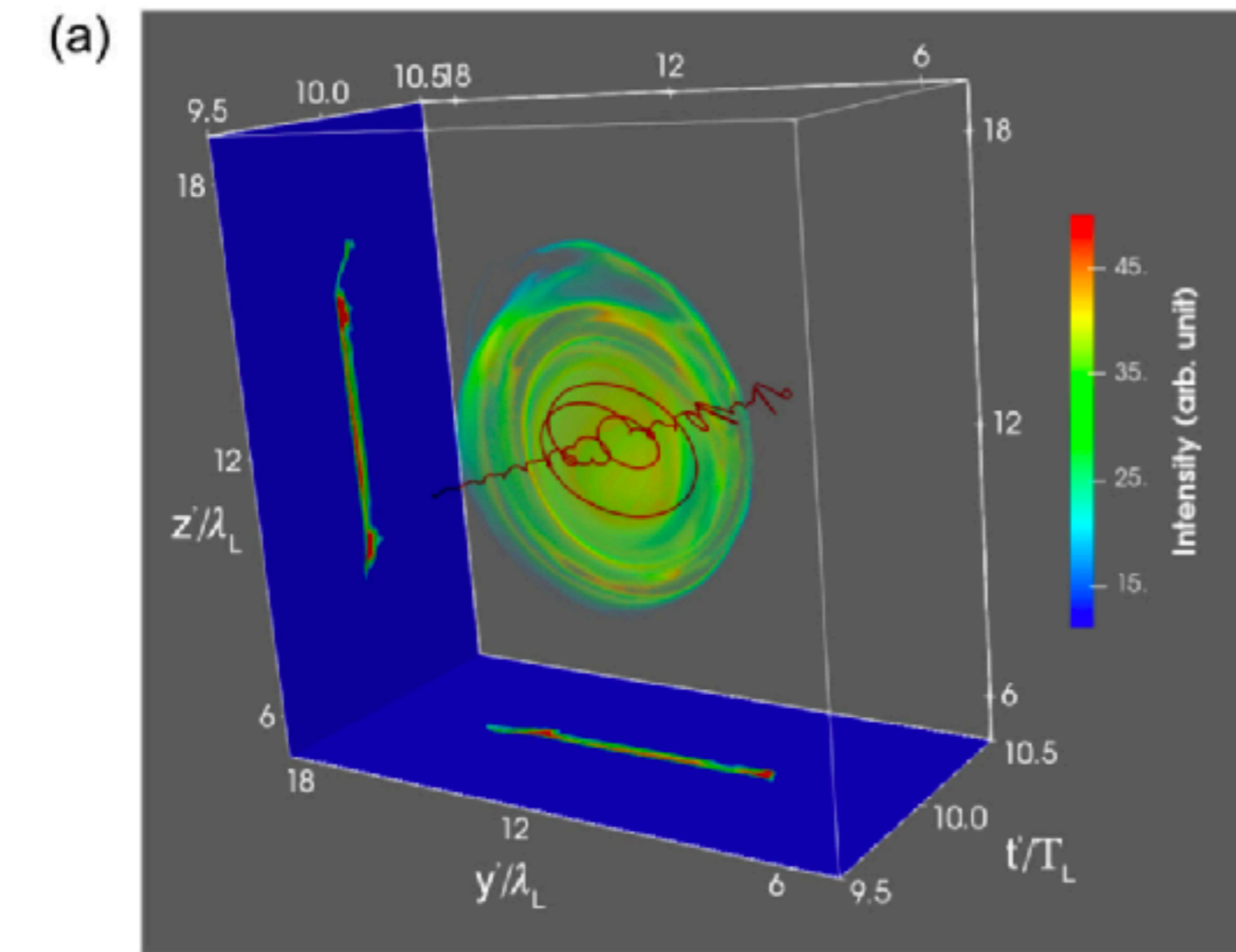
$$\Delta\omega_H \approx 0.55\omega_L$$

$$\Delta T_{SAW} \approx 1.8T_L$$

Ping-pong + earth gravity



3D PIC моделирование



ЭЛЛИПТИЧНОСТЬ

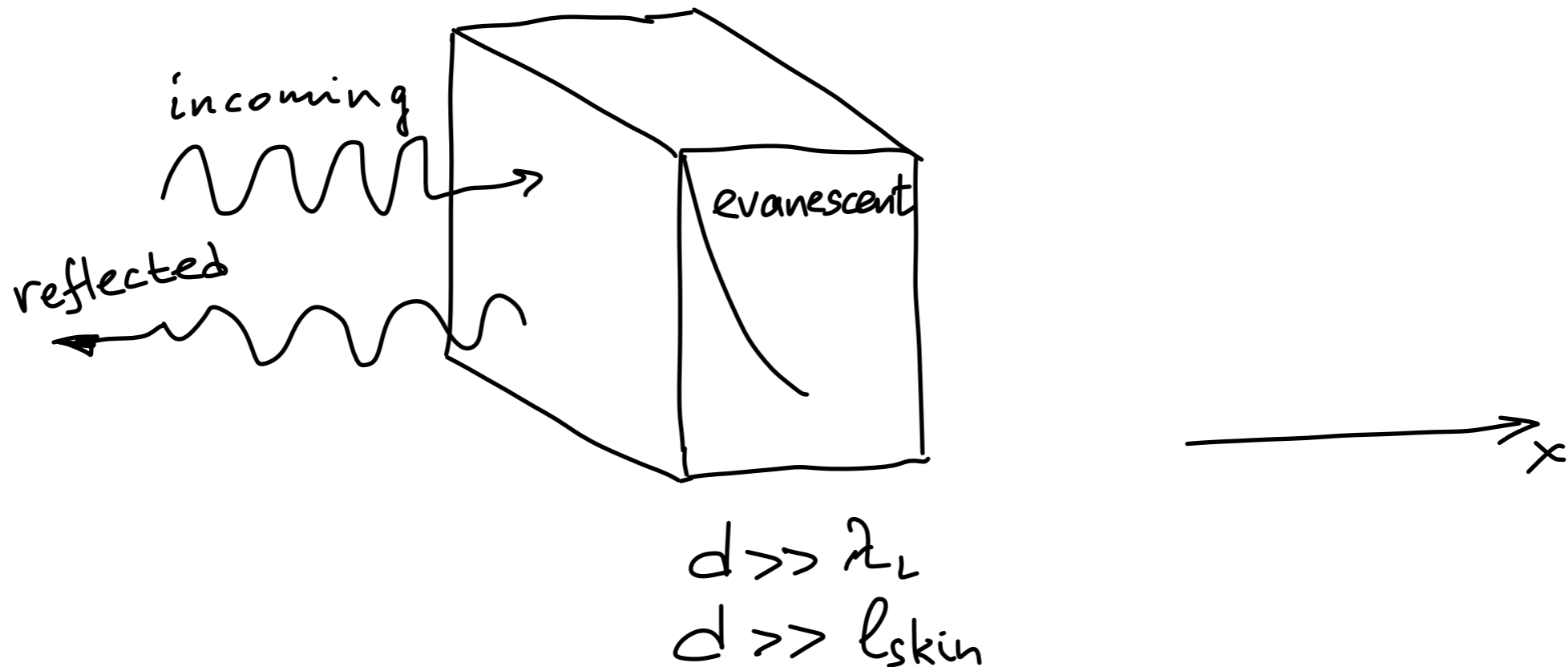
Заключение по модели для пленки

- рассказано об самосогласованной модели тонкой дельтообразной пленки
- модель имеет серьезные ограничения, но качественно описывает некоторые явления
- предложен способ генерации циркулярных аттосекундных импульсов

Дальнейшее развитие:

- многочастичность
- включение движения ионов
- падение лазерного импульса под углом
- взаимодействие с “экзотическими” лазерными импульсами

Влияние фазы несущей (carrier envelope phase) на генерацию аттосекундных импульсов



Всё еще:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{E} - \frac{\vec{v} \times \vec{B}}{\gamma}$$

$$E_x = \mathcal{N}_e \cdot \mathcal{X}_e$$

restoring force of oscillator

Граничные условия

Поперечные электромагнитные поля непрерывны:

На поверхности:

$$\vec{A}_{\text{incoming}} + \vec{A}_{\text{reflected}} = \vec{A}_{\text{evanescent}} \quad \left(+ \text{ то же } \frac{\partial \vec{A}}{\partial x} \right)$$

В общем виде

$$A_{\text{incoming}, y} = a_0 \cdot g(t-x) \cdot \sin(t-x + \varphi_0)$$

$$A_{\text{reflected}, y} = a_r \cdot g(t+x) \cdot \sin(t+x + \varphi_r)$$

$$A_{\text{evanescent}, y} = a_t \cdot g(t) \cdot \sin(t + \varphi_t) \cdot f(x)$$

$f(x)$ - скин слой, зависит от параметров плазмы

В простейшем случае: $f(x) = e^{-x/l_s}$; $l_s = \frac{1}{\omega_p}$

Граничные условия

Непрерывность электрического поля

$$a_0 \cos(t + \varphi_0) + a_r \cos(t + \varphi_r) = a_t \cos(t + \varphi_t) f(0)$$

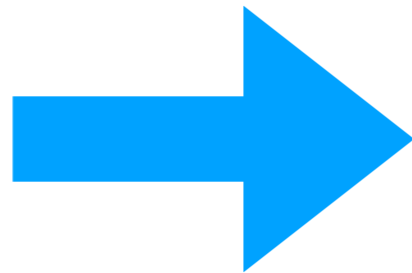
Непрерывность магнитного поля

$$a_0 \cos(t + \varphi_0) - a_r \cos(t + \varphi_r) = -a_t \sin(t + \varphi_t) f'(0)$$

$$a_t = \frac{2a_0}{\sqrt{1 + \omega_p^2}}$$

$$\varphi_t = \varphi_0 - \arctan\left(\frac{f'(0)}{f(0)}\right)$$

$$\varphi_r = \varphi_0 - 2 \arctan\left(\frac{f'(0)}{f(0)}\right)$$



Ступенька

$$\varphi_t = \varphi_0 + \arctan\left(\sqrt{\omega_p^2 - \omega_0^2}\right)$$

Линейная преплазма

$$\varphi_t = \varphi_0 + \arctan\left(\frac{\left(\frac{n_0}{L}\right)^{1/3} \text{Ai}'\left(-\omega_0^2 \left(\frac{n_0}{L}\right)^{-2/3}\right)}{\text{Ai}\left(-\omega_0^2 \left(\frac{n_0}{L}\right)^{-2/3}\right)}\right)$$

Все поля известны, можем смотреть на (слаборелятивистскую) динамику

Динамика плазмы - осциллирующее зеркало

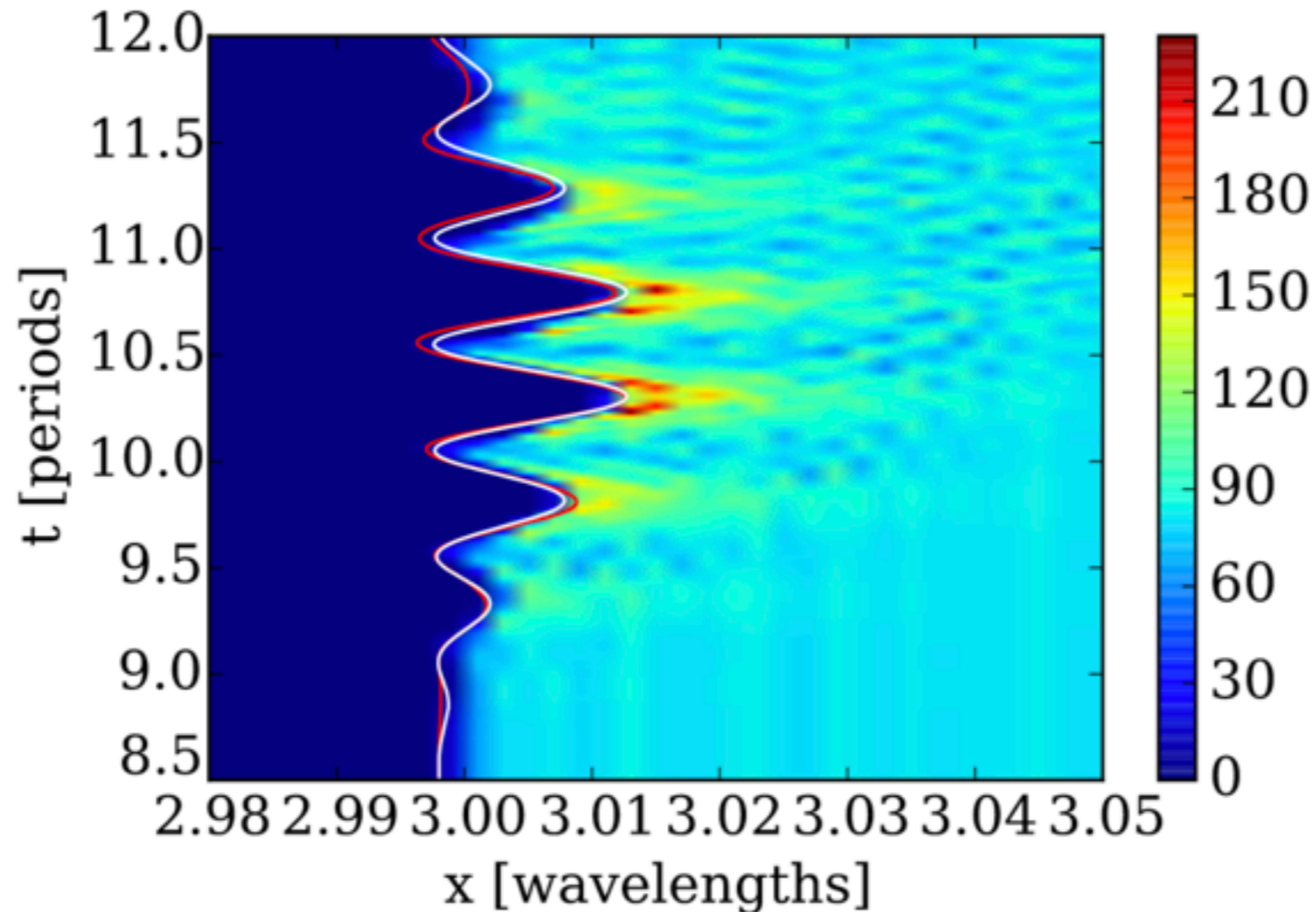


FIG. 1. Spatio-temporal electron density distribution from 1D PIC simulation using the code PICWIG, zoomed on the plasma surface. The surface oscillates, as the laser is interacting with the plasma. Analytic solution (solid white line) and numeric solution (solid red line) for a single particle are shown for comparison. The parameters were $n = 81$, $a_0 = 5$ and a laser pulse with a \sin^2 -envelope and duration of 4 optical cycles and linear polarization has been used.

Влияние фазы несущей и параметров плазмы

Ступенька

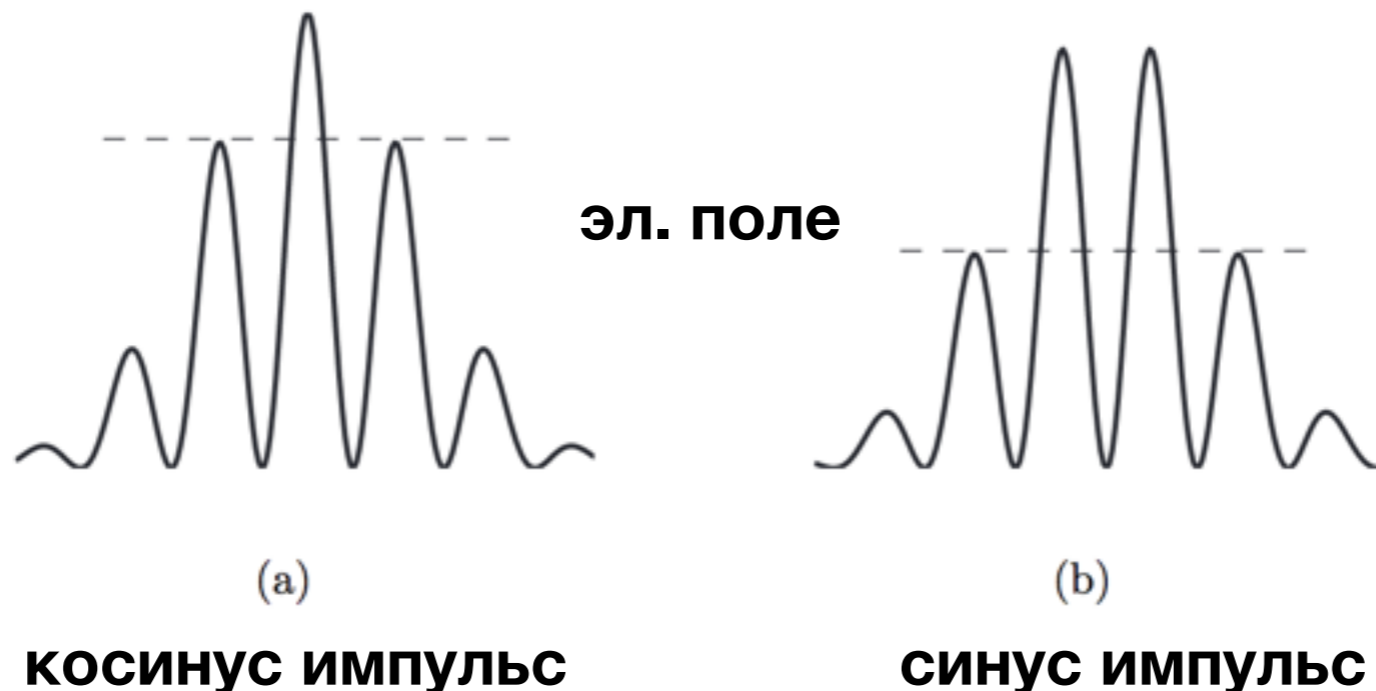
$$\varphi_t = \varphi_0 + \arctan \left(\sqrt{\omega_p^2 - \omega_0^2} \right)$$

Линейная преплазма

$$\varphi_t = \varphi_0 + \arctan \left(\frac{\left(\frac{n_0}{L}\right)^{1/3} \text{Ai}' \left(-\omega_0^2 \left(\frac{n_0}{L}\right)^{-2/3}\right)}{\text{Ai} \left(-\omega_0^2 \left(\frac{n_0}{L}\right)^{-2/3}\right)} \right)$$

Фаза вынуждающего поля, зависящая от параметров плазмы

Intensity gating for single attosecond pulses



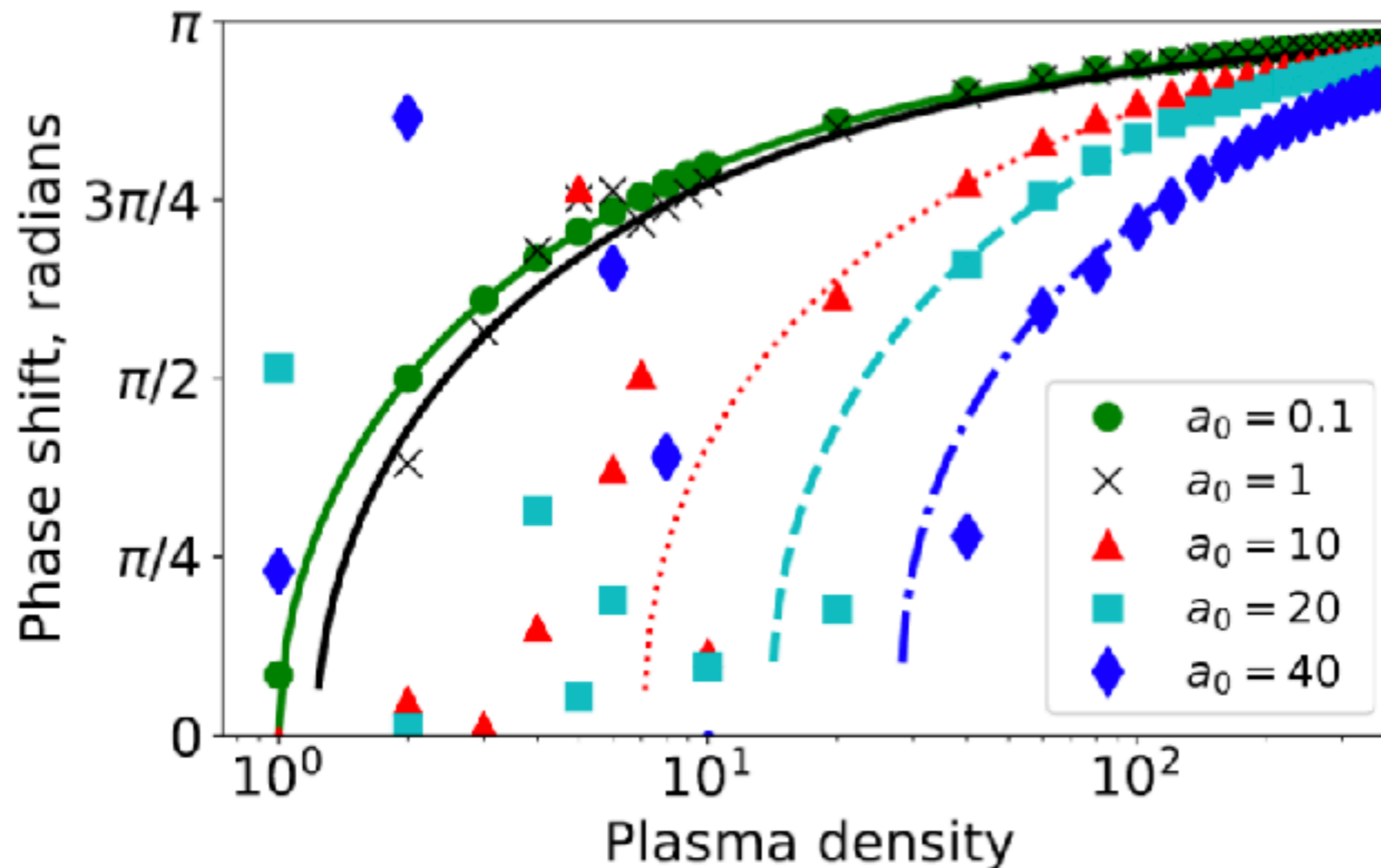
Влияние фазы несущей и параметров плазмы

Ступенька

$$\varphi_t = \varphi_0 + \arctan\left(\sqrt{\omega_p^2 - \omega_0^2}\right)$$

$$n_{0,\text{rel}} = \frac{n_0}{\sqrt{1 + \frac{a_0^2}{2}}}$$

Зависимость фазы отраженного света от плотности плазмы



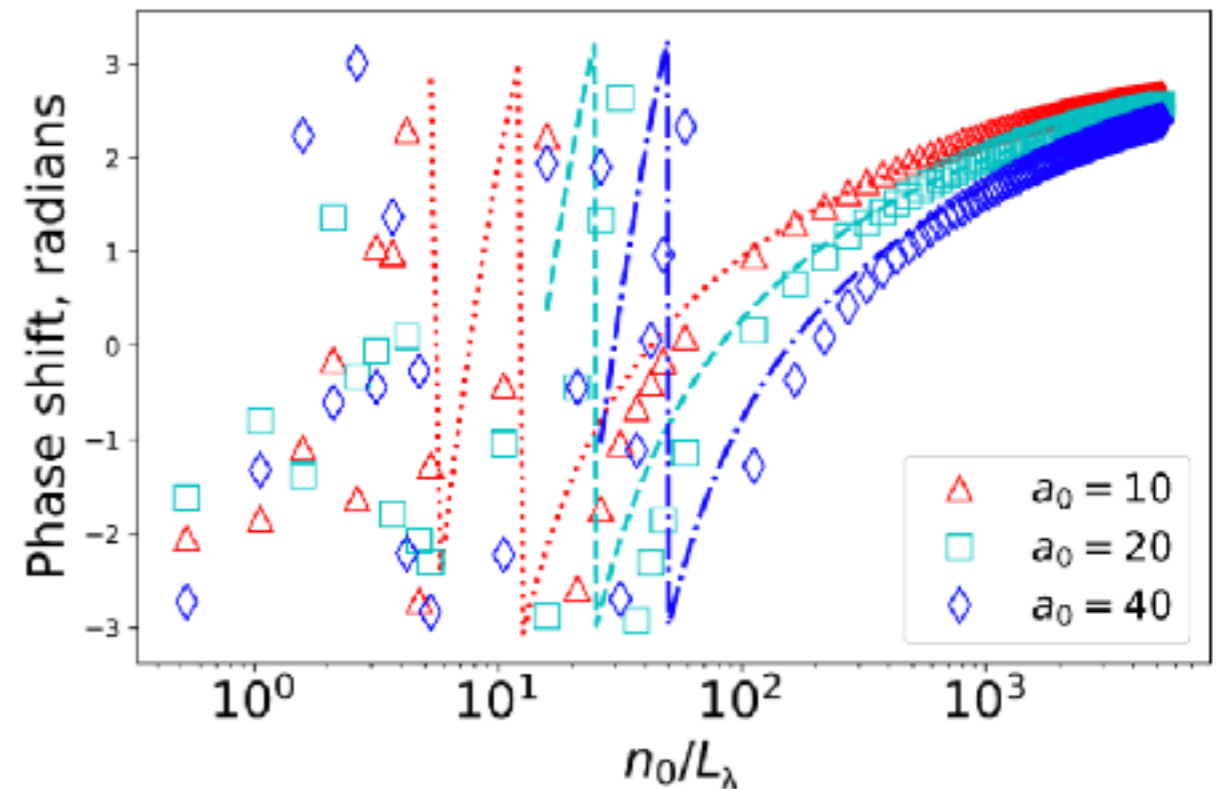
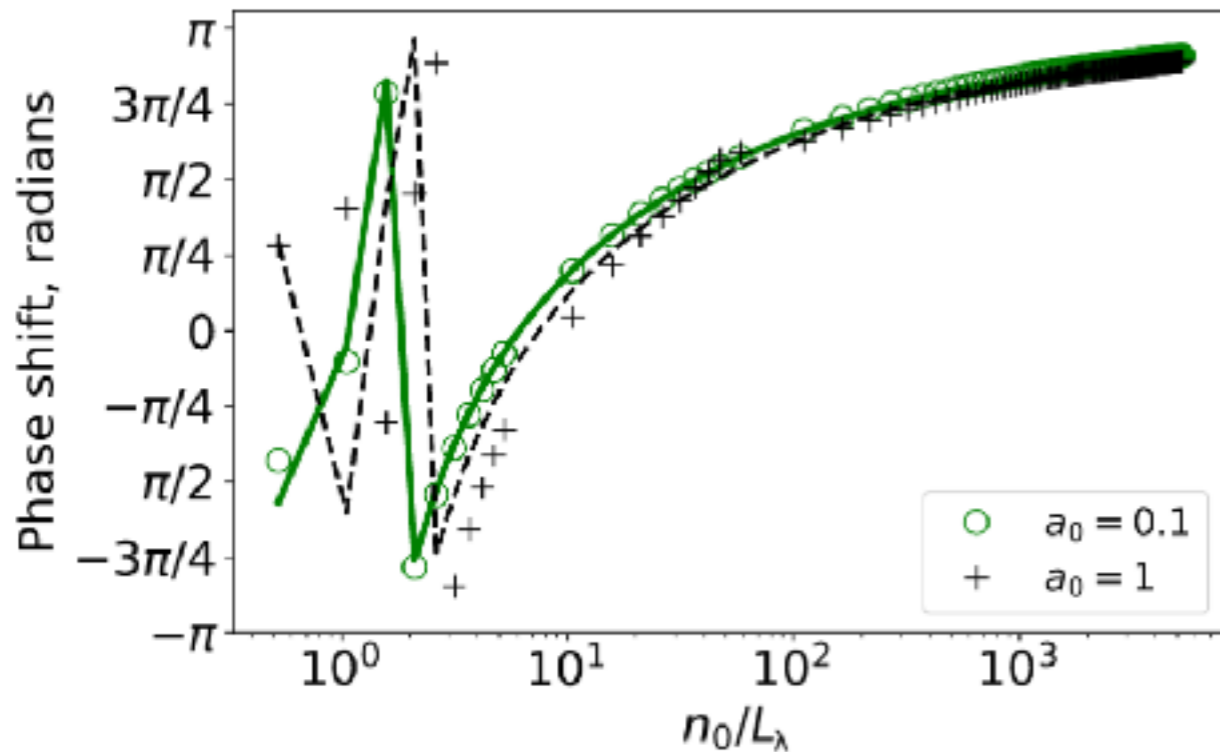
Влияние фазы несущей и параметров плазмы

Линейная преплазма

$$\varphi_t = \varphi_0 + \arctan \left(\frac{\left(\frac{n_0}{L}\right)^{1/3} \text{Ai}' \left(-\omega_0^2 \left(\frac{n_0}{L}\right)^{-2/3}\right)}{\text{Ai} \left(-\omega_0^2 \left(\frac{n_0}{L}\right)^{-2/3}\right)} \right)$$

$$n_{0,\text{rel}} = \frac{n_0}{\sqrt{1 + \frac{a_0^2}{2}}}$$

Зависимость фазы отраженного света от плотности плазмы



Влияние фазы несущей и параметров плазмы

Необходимо заботиться не только о CEP (carrier envelope phase) лазера, но и подбирать фазу правильно в соответствии с параметрами плазмы. Примеры для ступеньки;

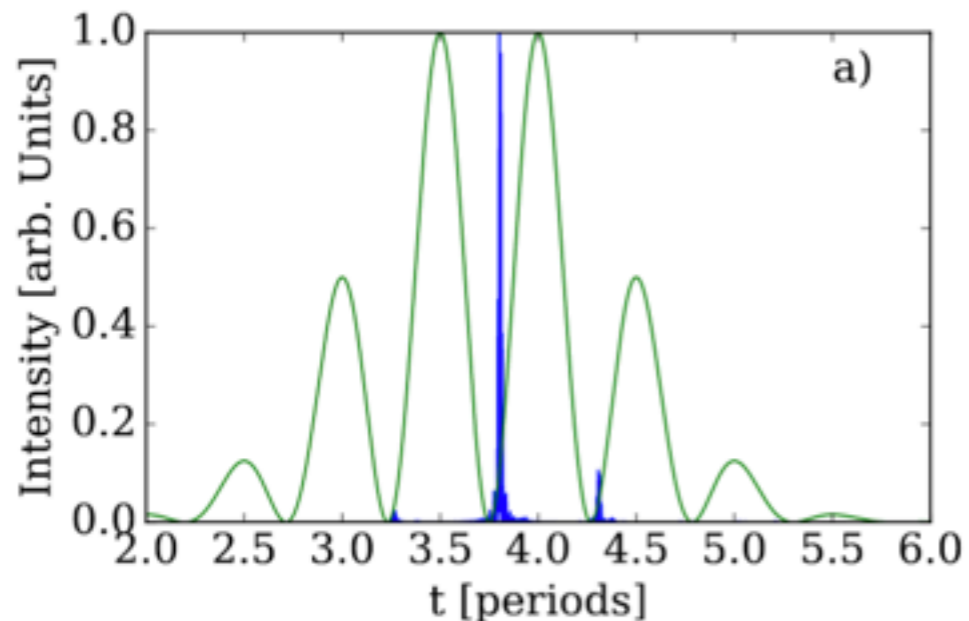
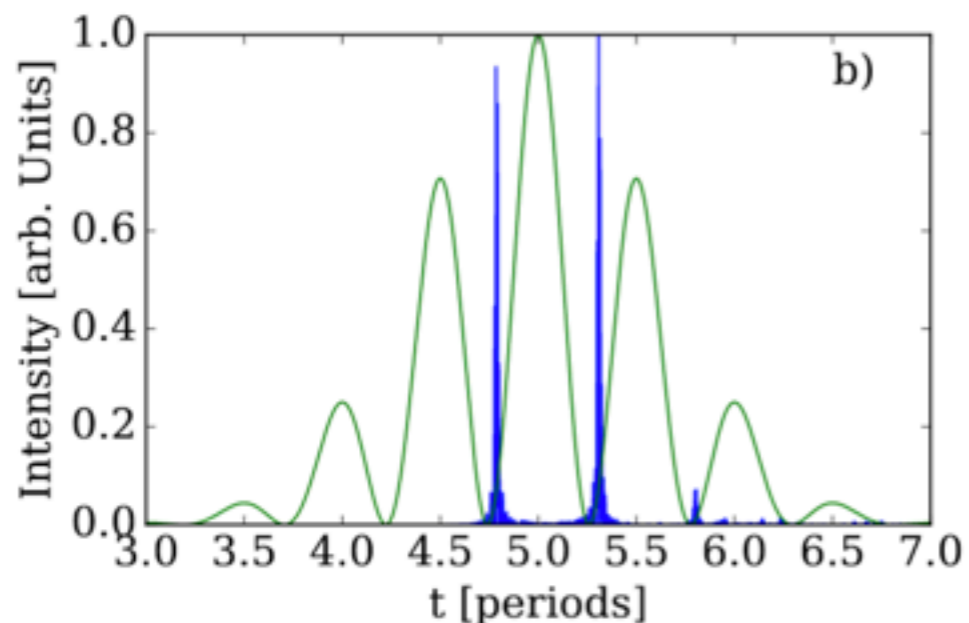


FIG. 8. Attosecond XUV pulses generated by a 3-cycle incident pulse with $a_0 = 20$ normally incident on a step-like target with $n_e = 80n_c$. The incident (green) and reflected

В отражении



Влияние фазы несущей и параметров плазмы

Необходимо заботиться не только о CEP (carrier envelope phase) лазера, но и подбирать фазу правильно в соответствии с параметрами плазмы. Примеры для ступеньки

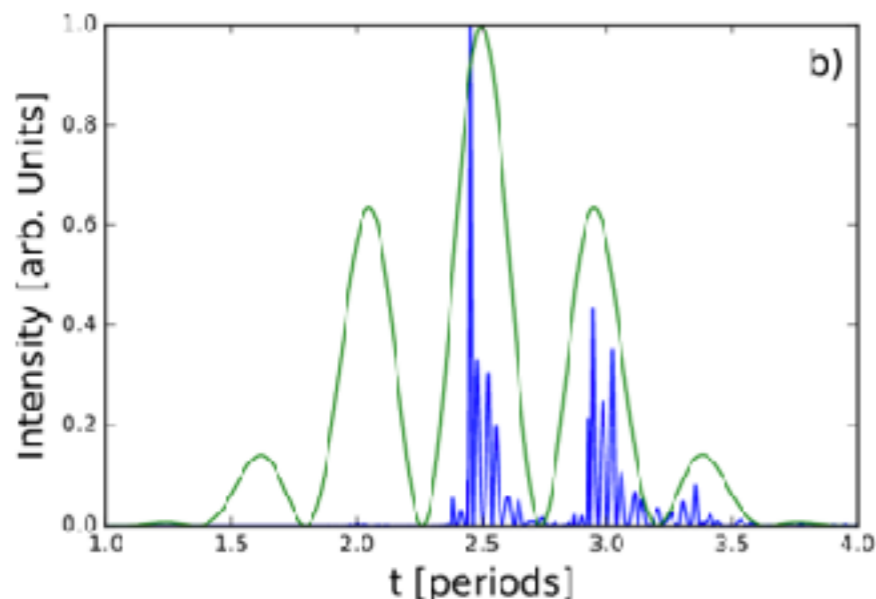
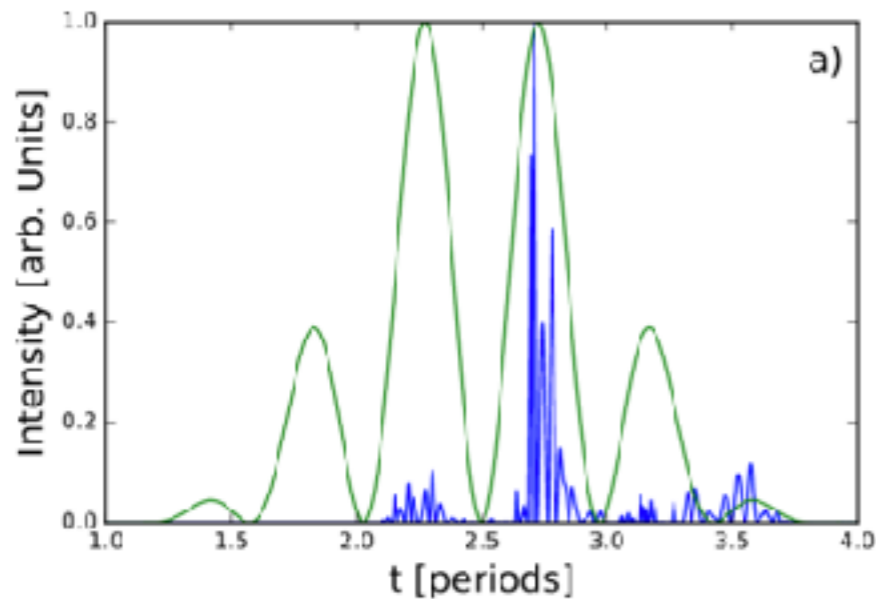


FIG. 8. Attosecond XUV pulses generated by a 3-cycle incident pulse with $a_0 = 20$ normally incident on a step-like target with $n_e = 80n_c$. The incident (green) and reflected

**В прошедшем свете
(без фильтрации —
плазма сама отфильтровывает)**

Заключение

- Представлена простейшая осцилляторная модель для динамики поверхности твердотельной плазмы
- Показано наличие сдвига фазы зависящего от параметров плазмы
- Показано влияние фазы несущей и параметров плазмы на генерацию одиночных аттосекундных импульсов
- В процессе: применение нелинейной гидродинамической модели движения поверхности (with Arnaud Debayle) — получены похожие результаты

Self-consistent theory of high-order harmonic generation by relativistic plasma mirror

A. Debayle, J. Sanz, and L. Gremillet
Phys. Rev. E **92**, 053108 – Published 17 November 2015

- Исследование 3хмерных задач — генерация импульсов с ОАМ

