

Лазерное ускорение ионов в плазме за счет радиационного трения

Е. Г. Гельфер¹, А.М. Федотов², С. Вебер¹



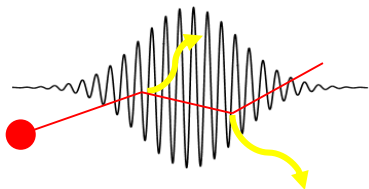
¹ELI Beamlines, Prague, Czech Republic

²НИЯУ «МИФИ», Москва, Россия



Введение: радиационное трение

$$I \sim 10^{23} - 10^{24} \text{ W/cm}^2$$



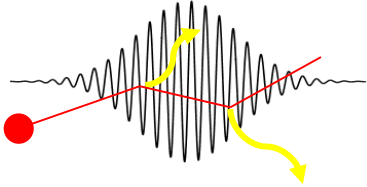
$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \right) + \mathbf{F}_{RF}$$



10 ПВт компрессор, ELI Beamlines

Введение: радиационное трение

$$I \sim 10^{23} - 10^{24} \text{ W/cm}^2$$



$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \right) + \mathbf{F}_{RF}$$



10 Пвт компрессор, ELI Beamlines

Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, «Теория поля»

$$\mathbf{F}_{RF} \approx -\frac{2\mathbf{v}}{3c} \alpha e E_{cr} \chi^2$$

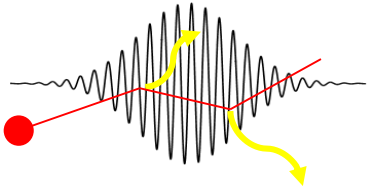
$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}, \quad E_{cr} = \frac{m^2 c^3}{e \hbar}$$

$$\chi = \frac{e \hbar}{m^2 c^3} \gamma \sqrt{\left(E + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \right)^2 - \frac{1}{c^2} (\mathbf{E} \mathbf{v})^2}$$

$$\chi \ll 1$$

Введение: радиационное трение

$$I \sim 10^{23} - 10^{24} \text{ W/cm}^2$$



$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \right) + \mathbf{F}_{RF}$$



10 Пвт компрессор, ELI Beamlines

Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, «Теория поля»

$$\mathbf{F}_{RF} \approx -\frac{2\mathbf{v}}{3c} \alpha e E_{cr} \chi^2$$

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}, \quad E_{cr} = \frac{m^2 c^3}{e \hbar}$$

$$\chi = \frac{e \hbar}{m^2 c^3} \gamma \sqrt{\left(E + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \right)^2 - \frac{1}{c^2} (\mathbf{E} \mathbf{v})^2}$$

$$\chi \ll 1$$

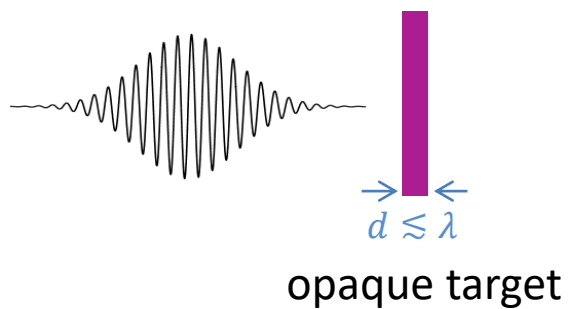
Квантовые поправки

J.G. Kirk, A.R. Bell, I. Arka *PPCF* **51** 085008 (2009)

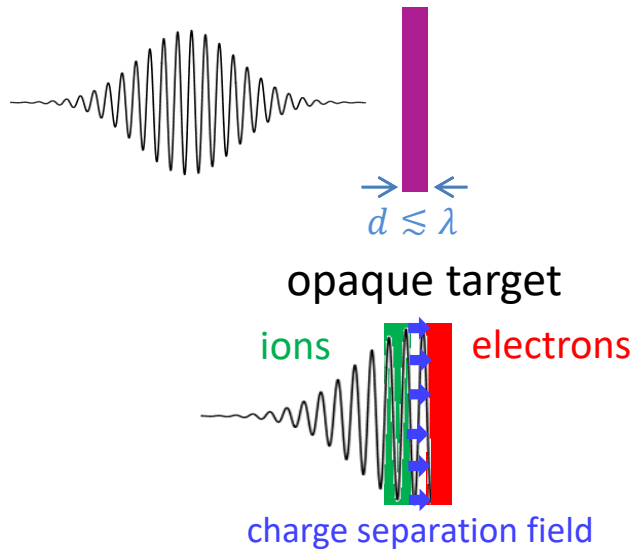
$$\mathbf{F}_{RF} \rightarrow g(\chi) \mathbf{F}_{RF}$$

$$g(\chi) \approx 1 - \frac{55\sqrt{3}}{16} \chi, \quad (\chi \lesssim 10^{-2})$$

Введение: ускорение ионов мощными лазерами



Введение: ускорение ионов мощными лазерами



Radiation pressure acceleration

S. C. Wilks et al., PRL **69**, 1383 (1992)

Light Sail model

T. Esirkepov et.al. PRL **92**, 175003 (2004)

$$\varepsilon_i \sim \frac{\varepsilon_L}{N_i} \sim m_e \frac{a_0^2 T}{\sigma_0} \quad T = \omega t_{pulse}, \quad \sigma_0 = \frac{n_0}{n_c} \omega d$$

pulse duration areal density

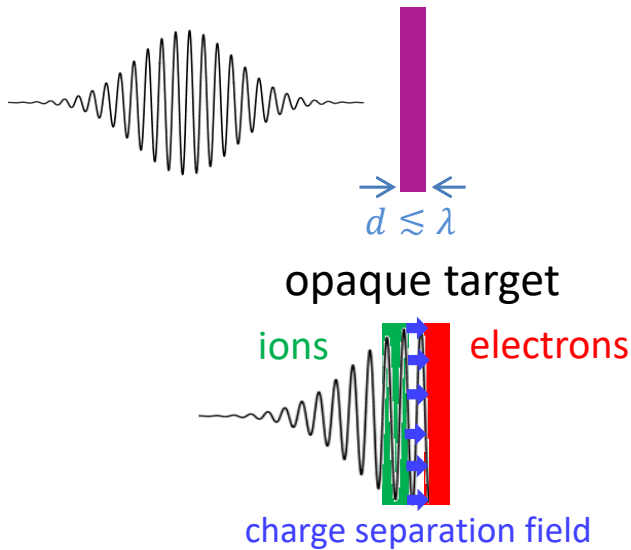
$$\sigma_0 > \sigma_{opaque}$$

Порог прозрачности

V. Vshivkov et. al., PoP **5**, 2727 (1998): $\sigma_{opaque} \sim a_0 = \frac{eE_0}{m\omega c}$

E. Gelfer et. al., Phys. Rev. E **101**, 033204: refined threshold

Введение: ускорение ионов мощными лазерами



Radiation pressure acceleration

S. C. Wilks et al., PRL **69**, 1383 (1992)

Light Sail model

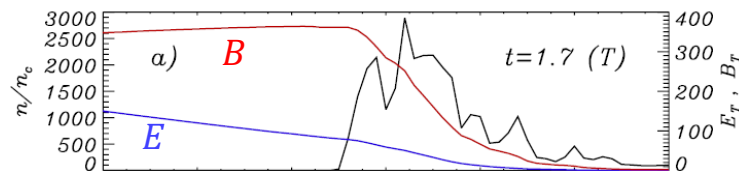
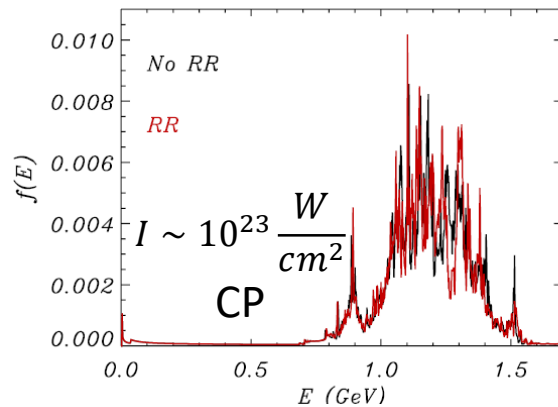
T. Esirkepov et.al. PRL **92**, 175003 (2004)

$$\varepsilon_i \sim \frac{\varepsilon_L}{N_i} \sim m_e \frac{a_0^2 T}{\sigma_0} \quad T = \omega t_{pulse}, \quad \sigma_0 = \frac{n_0}{n_c} \omega d$$

pulse duration areal density

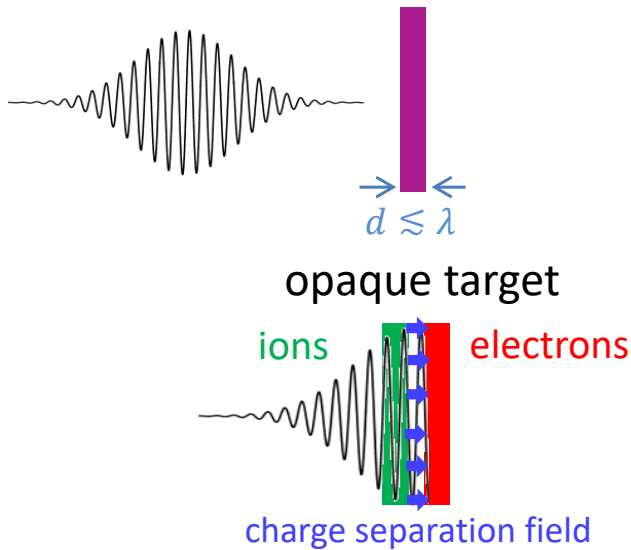
$$\sigma_0 > \sigma_{opaque}$$

Как радиационное трение влияет на LS?



M. Tamburini et.al. NJP **12**, 123005 (2010)

Введение: ускорение ионов мощными лазерами



Radiation pressure acceleration

S. C. Wilks et al., PRL **69**, 1383 (1992)

Light Sail model

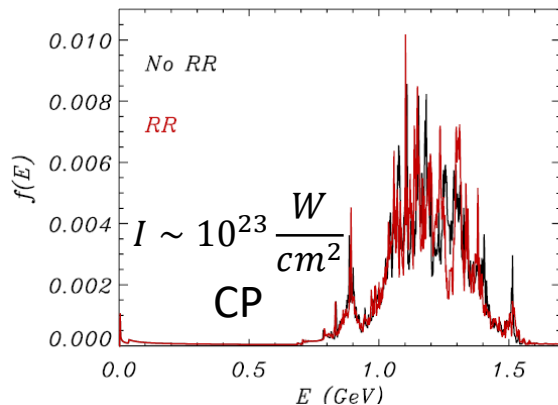
T. Esirkepov et.al. PRL **92**, 175003 (2004)

$$\varepsilon_i \sim \frac{\varepsilon_L}{N_i} \sim m_e \frac{a_0^2 T}{\sigma_0} \quad T = \omega t_{pulse}, \quad \sigma_0 = \frac{n_0}{n_c} \omega d$$

pulse duration areal density

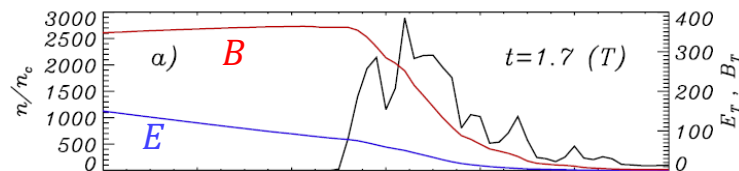
$$\sigma_0 > \sigma_{opaque}$$

Как радиационное трение влияет на LS?



M. Tamburini et.al. NJP **12**, 123005 (2010)

M. Chen, A. Pukhov, et. al. PPCF **53**, 014004 (2011)

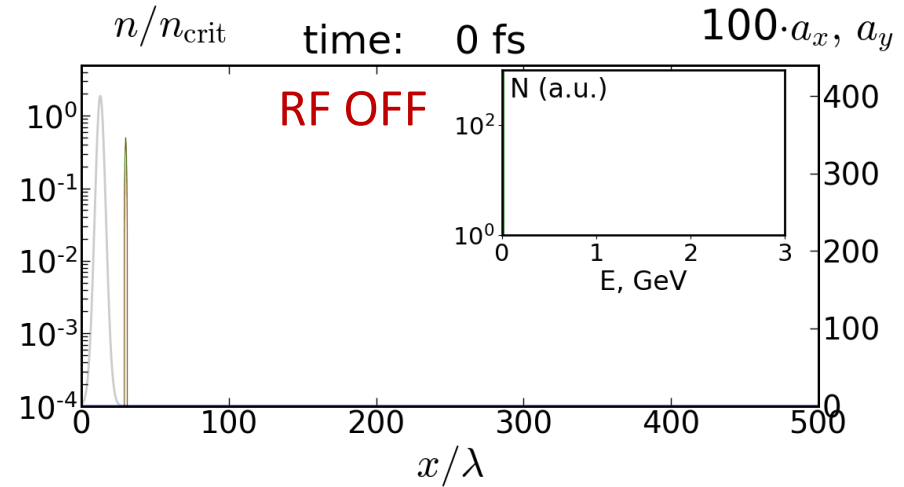
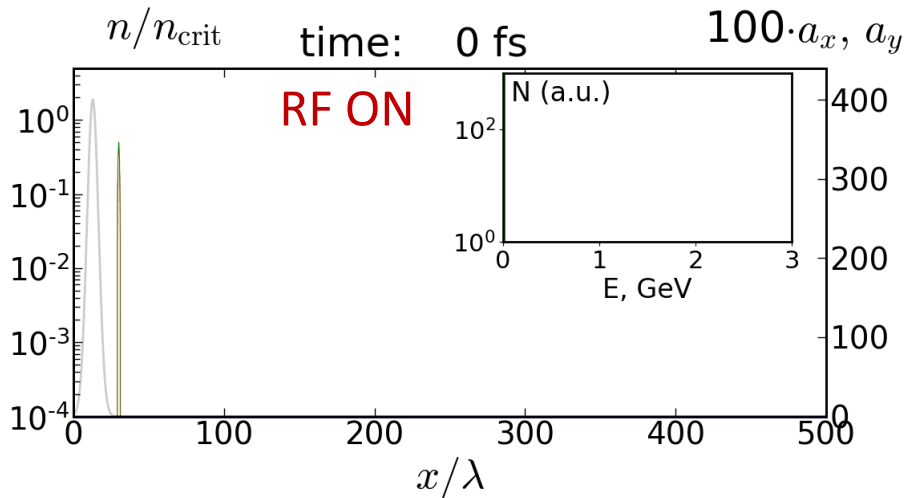


А что, если мишень прозрачная?

1D PIC расчеты с и без РТ

Параметры лазера и мишени:

$$I \sim 4.4 \cdot 10^{23} \frac{W}{cm^2} \quad (a_0 = 400), \text{ FWHM pulse duration } t_p = 30 \text{ fs}$$
$$n = 0.5n_c, \quad d = \lambda = 1 \mu m, \quad H^+ \text{ ions}$$



Grey – поле лазера, Blue – продольное электрическое поле,
Red – плотность электронов, Green – плотность ионов



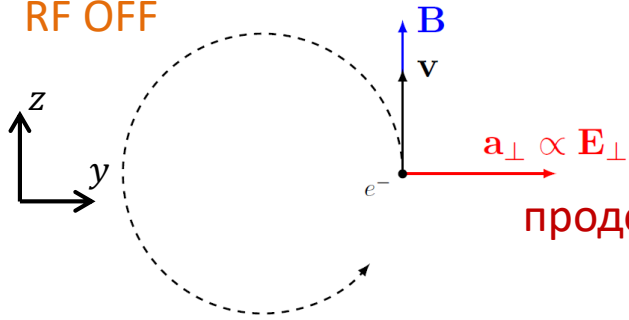
- ❑ Почему радиационное трение может способствовать ускорению?
- ❑ Одномерная аналитическая модель радиационно-индуцированного ускорения
- ❑ Квантовые и многомерные эффекты
- ❑ Толстая мишень: генерация продольных волн
- ❑ Заключение

E. Gelfer, A. Fedotov, S. Weber, *Radiation induced acceleration of ions in a laser irradiated transparent foil*, NJP, **23** 095002 (2021)

Радиационное трение и ускорение электронов

Монохроматическая
плоская волна (CP)

RF OFF



$$\frac{du_{\perp}}{d\varphi} = a$$

$$\frac{du_x}{d\varphi} = \frac{(v_{\perp} a)}{1 - v_x} = 0$$

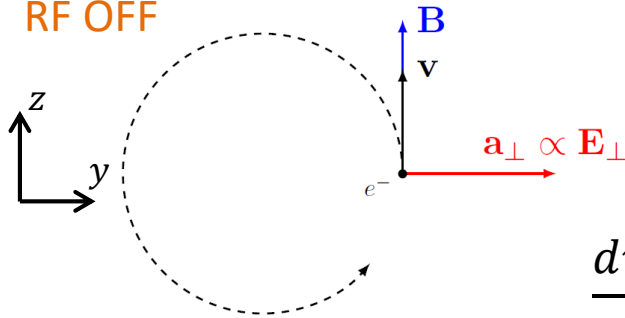
продольное ускорение не возникает

$$a = \frac{eE}{m\omega c}, \quad u = \frac{p_e}{mc},$$
$$\varphi = \omega \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

Радиационное трение и ускорение электронов

Монохроматическая плоская волна (CP)

RF OFF



$$\frac{d\mathbf{u}_\perp}{d\varphi} = \mathbf{a} - \mu g a^2 \mathbf{u}_\perp (\gamma - u_x)$$

$$\frac{du_x}{d\varphi} = \frac{(\mathbf{v}_\perp \mathbf{a})}{1 - v_x} - \mu g a^2 u_x (\gamma - u_x)$$

$$\frac{du_x}{dt} = \frac{1}{2\gamma} \frac{du_\perp^2}{d\varphi} + \mu g a^2 (1 + u_\perp^2) \frac{1 - v_x}{1 + v_x}$$

ponderomotive term

RF induced term

$$\mathbf{a} = \frac{e\mathbf{E}}{m\omega c}, \quad \mathbf{u} = \frac{\mathbf{p}_e}{mc},$$

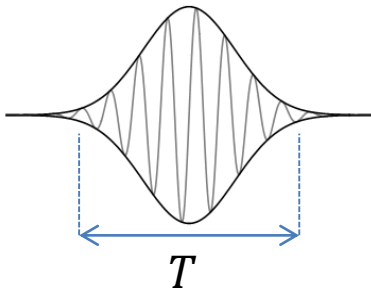
$$\varphi = \omega \left(t - \frac{x}{c} \right),$$

$$\mu = \frac{2}{3} \frac{\alpha \hbar \omega}{mc^2} \approx 1.18 \cdot 10^{-8}$$

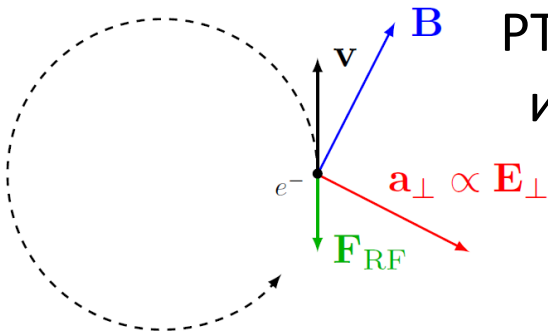
$t \rightarrow \omega t$

$$d\varphi = dt(1 - v_x)$$

Лазерный импульс



RF ON



РТ модифицирует **поперечное** движение электрона и индуцирует **ускорение** в **продольном** направлении

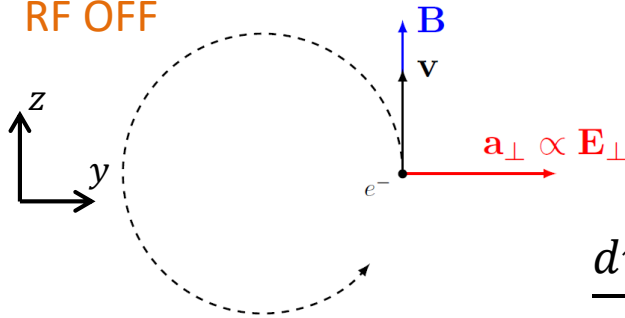
B.S. Voronin, A.A. Kolomenskii, *Sov. Phys. JETP* **65** 1027 (1965)
 Y.B. Zeldovich, *Sov. Phys. Usp.* **18** 79 (1975)
 D.M. Fradkin, *Phys. Rev. Lett.* **42** 1209 (1975)

Точное решение: A. Di Piazza *Lett. Math. Phys.* **83** 305–313 (2008)

Радиационное трение и ускорение электронов

Монохроматическая плоская волна (CP)

RF OFF



$$\frac{d\mathbf{u}_\perp}{d\varphi} = \mathbf{a} - \mu g a^2 \mathbf{u}_\perp (\gamma - u_x)$$

$$\frac{du_x}{d\varphi} = \frac{(\mathbf{v}_\perp \mathbf{a})}{1 - v_x} - \mu g a^2 u_x (\gamma - u_x)$$

$$\frac{du_x}{dt} = \frac{1}{2\gamma} \frac{du_\perp^2}{d\varphi} + \mu g a^2 (1 + u_\perp^2) \frac{1 - v_x}{1 + v_x}$$

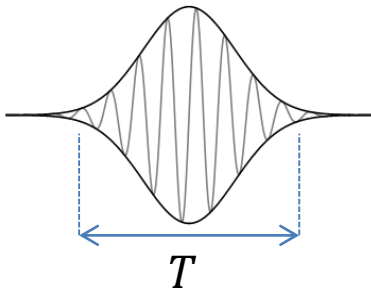
ponderomotive term

RF induced term

$$\mu g a^2 u_\perp^2$$

$$-\mu g a^2 u_x (\gamma - u_x)$$

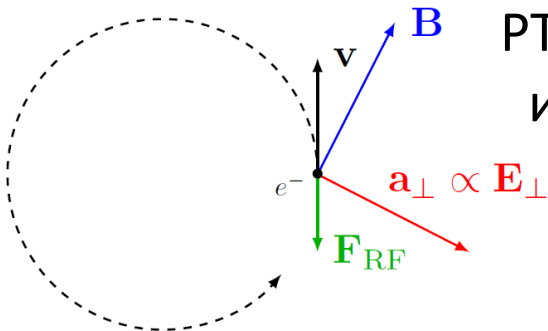
Лазерный импульс



B.S. Voronin, A.A. Kolomenskii, *Sov. Phys. JETP* **65** 1027 (1965)
 Y.B. Zeldovich, *Sov. Phys.Usp.* **18** 79 (1975)
 D.M. Fradkin, *Phys. Rev. Lett.* **42** 1209 (1975)

Точное решение: A. Di Piazza *Lett. Math. Phys.* **83** 305–313 (2008)

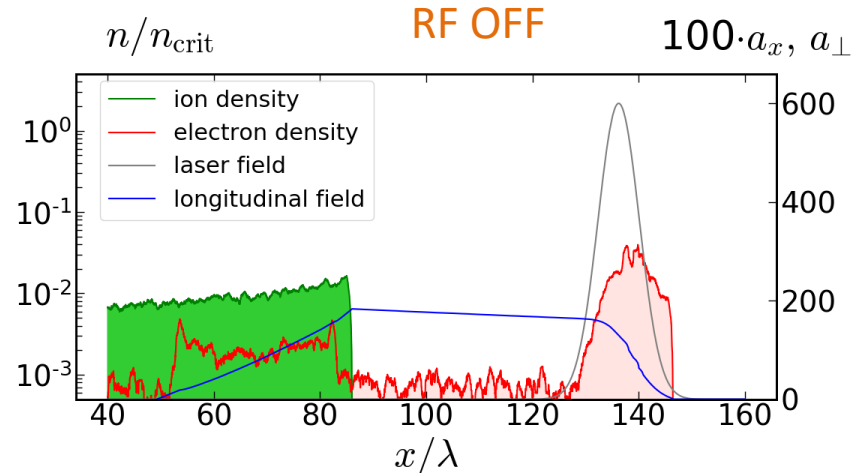
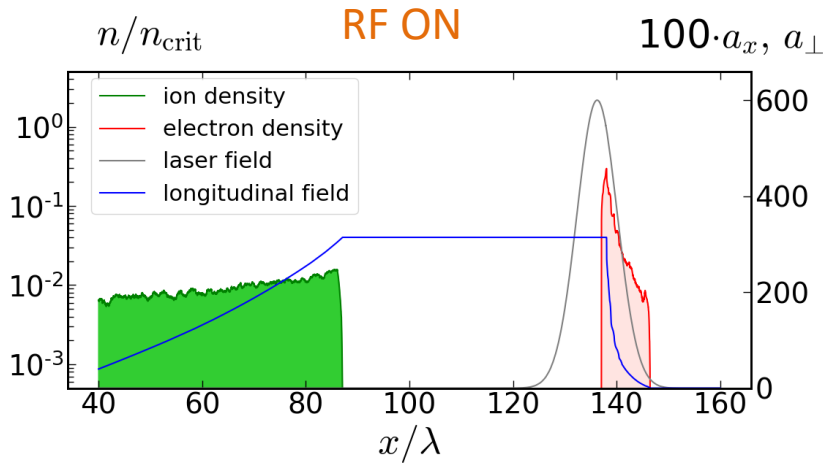
RF ON



РТ модифицирует **поперечное** движение электрона и индуцирует **ускорение** в **продольном** направлении

Радиационно индуцированное ускорение ионов: модель

E. Gelfer, A. Fedotov, S. Weber, NJP, **23** 095002 (2021)



$$\frac{du_x}{dt} = \frac{1}{2\gamma} \frac{da^2}{d\varphi} + \mu a^4 \frac{1-v_x}{1+v_x} - \sigma$$

ponderomotive term RF induced term longitudinal field

$$u_{\perp}^2 \approx a^2 \gg 1$$

$$\sigma(t, x) = \frac{\omega}{c} \int_x^{\infty} \frac{n(t, x')}{n_c} dx'$$

$$n_c = \frac{m_e \omega^2}{4\pi e^2}$$

уравнение непрерывности $\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial \varphi} (1 - v_x) = 0$

$$\sigma_p(t) \equiv \sigma(t, \varphi = T) = \int_{-\infty}^T \frac{n(t, \varphi')}{n_c} d\varphi'$$

поверхностная плотность заряда внутри импульса

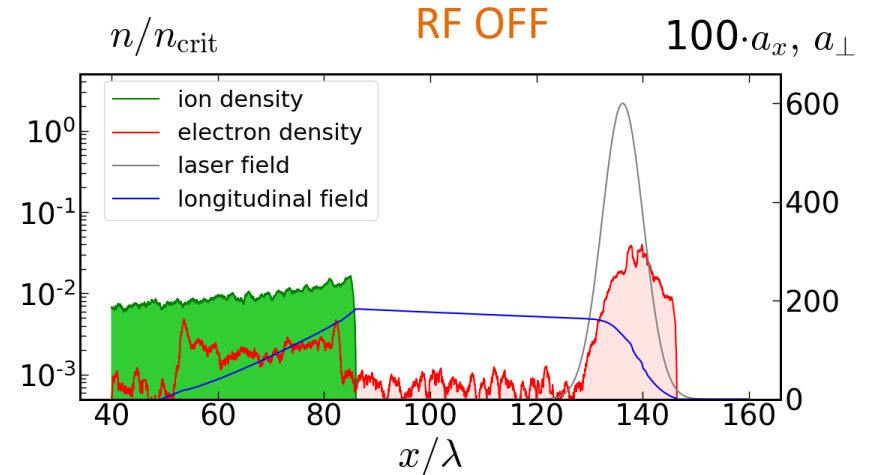
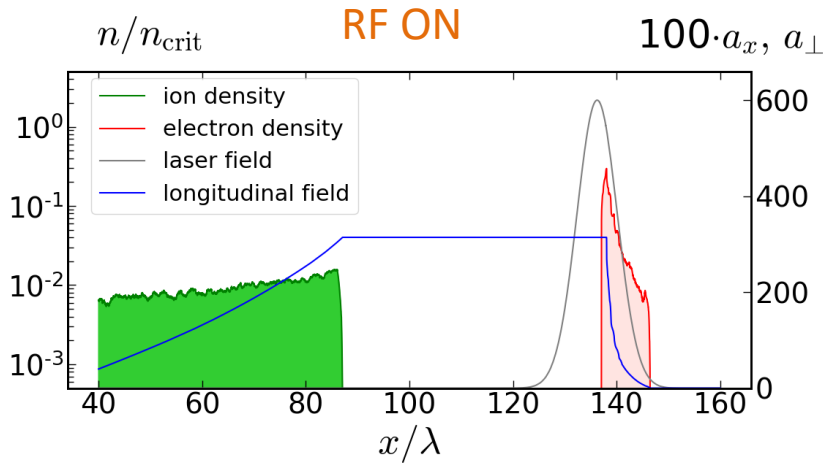
$$u_{i,max}(t) = \frac{m_e}{m_i} \int_0^t \sigma_p(t') dt'$$

$$\mathcal{E}_{i,max}(t) = m_i c^2 \sqrt{1 + u_{i,max}^2(t)}$$

максимальные 4-скорость и энергия ионов 14

Радиационно индуцированное ускорение ионов: модель

E. Gelfer, A. Fedotov, S. Weber, NJP, **23** 095002 (2021)



ультрарелятивистский предел

$$\frac{du_x}{dt} = \frac{1}{2u_x} \frac{da^2}{d\varphi} + \frac{\mu a^6}{4u_x^2} - \sigma$$

ponderomotive term RF induced term longitudinal field

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial \varphi} \frac{a^2}{2u_x^2} = 0$$

$$\begin{aligned} 1 - v_x &\approx \frac{a^2}{2u_x^2} \\ 1 + v_x &\approx 2 \\ \gamma &\approx u_x \end{aligned}$$

$$\sigma(t, x) = \frac{\omega}{c} \int_x^\infty \frac{n(t, x')}{n_c} dx'$$

$$n_c = \frac{m_e \omega^2}{4\pi e^2}$$

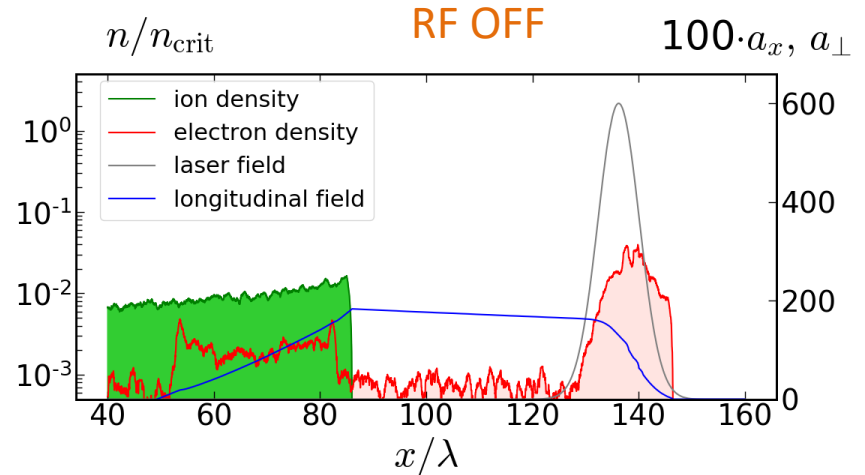
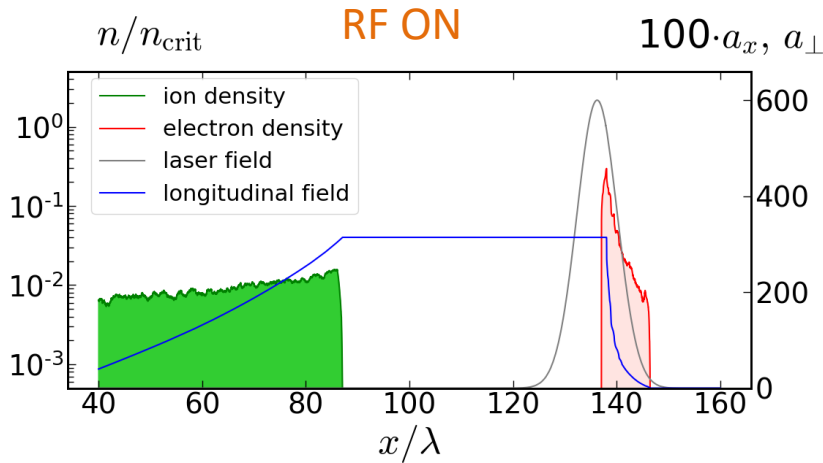
Механизмы ускорения

Радиационно индуцированное ускорение (RIA)
(пренебрегаем
пондермоторным слагаемым)

Пондермоторное ускорение (PA)
(пренебрегаем
РТ индуцированным слагаемым)

Радиационно индуцированное ускорение ионов: модель

E. Gelfer, A. Fedotov, S. Weber, NJP, **23** 095002 (2021)



$$\frac{du_x}{dt} \sim \frac{\mu g a^6}{4u_x^2} - \sigma, \quad u_x \sim \frac{a^3}{2} \sqrt{\frac{\mu g}{\sigma}}$$

Пробой: $\varphi(t_{bd}) = \int_0^{t_{bd}} (1 - v_x) dt \sim T$
 длительность импульса

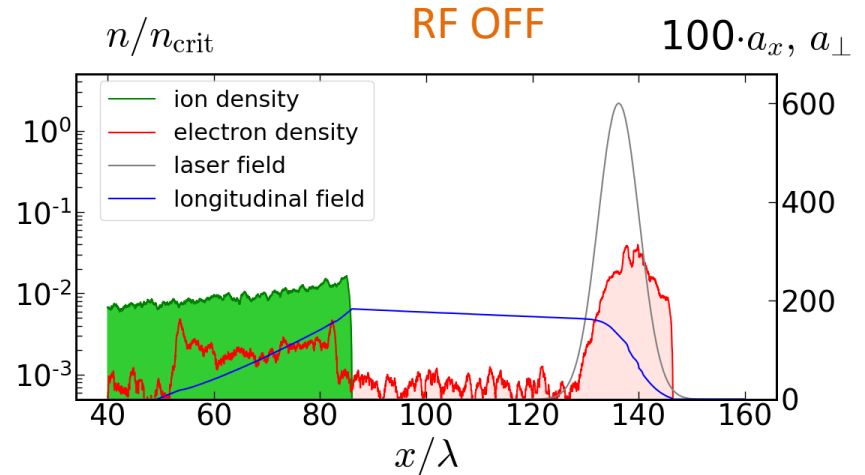
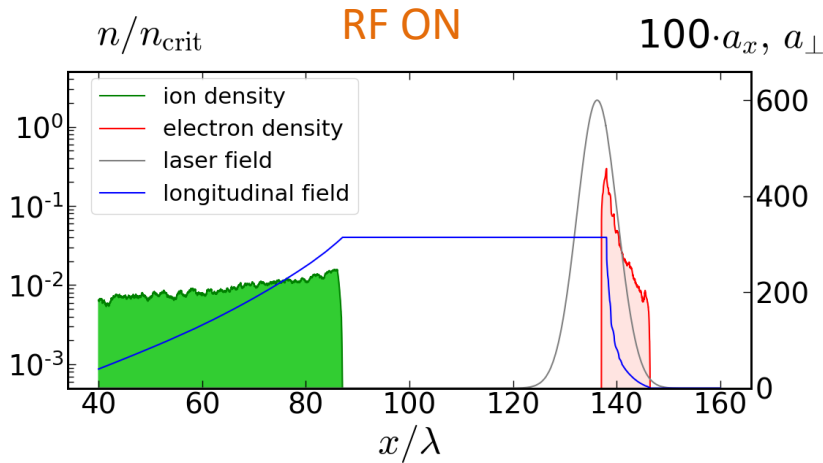
$$t_{bd} = \frac{\mu g a_0^4 T}{2\sigma_0}$$

$$\sigma_p(t) = \sigma(t, \varphi = T) \approx \begin{cases} \sigma_0, & t < t_{bd} \\ \frac{\mu g a_0^4 T}{2t}, & t > t_{bd} \end{cases}$$

заряд внутри лазерного импульса

Радиационно индуцированное ускорение ионов: модель

E. Gelfer, A. Fedotov, S. Weber, NJP, **23** 095002 (2021)



$$\frac{du_x}{dt} \sim \frac{\mu g a^6}{4u_x^2} - \sigma, \quad u_x \sim \frac{a^3}{2} \sqrt{\frac{\mu g}{\sigma}}$$

$$\frac{du_x}{dt} \sim \frac{1}{2u_x} \frac{a^2}{T} - \sigma$$

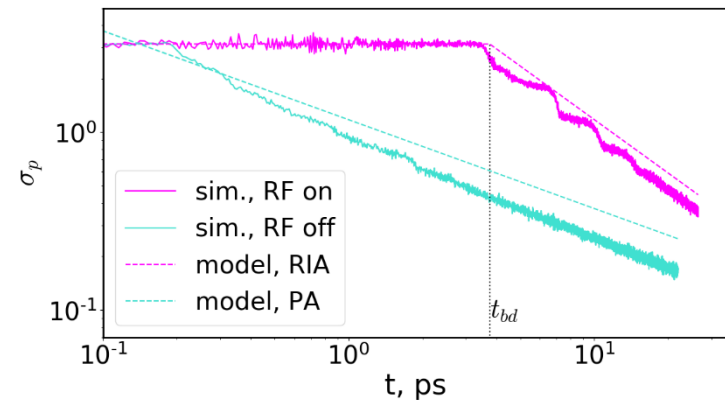
Пробой: $\varphi(t_{bd}) = \int_0^{t_{bd}} (1 - v_x) dt \sim T$
длительность импульса

$$\sigma_p(t) \approx \frac{\sigma_0}{2\sqrt{Tt}}$$

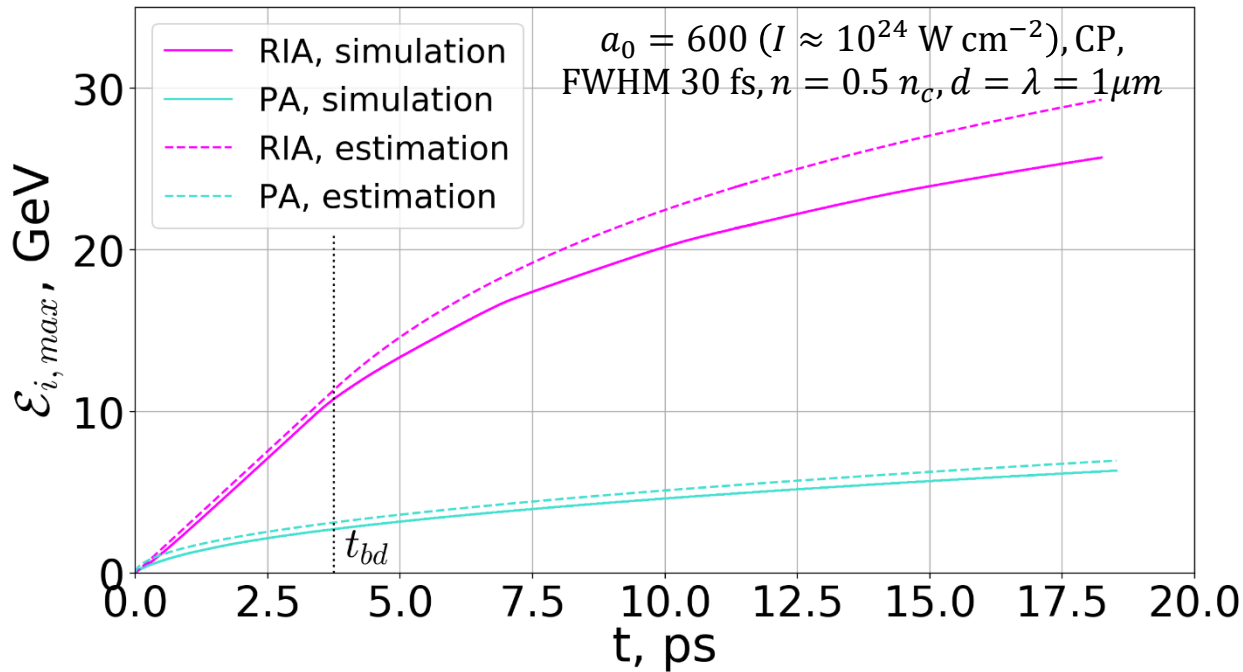
$$t_{bd} = \frac{\mu g a_0^4 T}{2\sigma_0}$$

$$\sigma_p(t) = \sigma(t, \varphi = T) \approx \begin{cases} \sigma_0, & t < t_{bd} \\ \frac{\mu g a_0^4 T}{2t}, & t > t_{bd} \end{cases}$$

заряд внутри лазерного импульса



Максимальная энергия ионов



$$u_{i,max}(\tau) = \frac{m_e}{m_i} \int_0^\tau \sigma_p(\tau') d\tau', \quad \varepsilon_{i,max} = m_i \sqrt{1 + u_{i,max}^2}$$

$$\varepsilon_{i,max}^{(RIA)}(t) \approx m_e c^2 \begin{cases} \sigma_0 t, & t < t_{bd} \\ \frac{\mu g a_0^4 T}{2} \left(1 + \ln \frac{t}{t_{bd}} \right), & t > t_{bd} \end{cases}$$

$$\varepsilon_{i,max}^{(PA)}(t) \approx m_e c^2 a_0 \sqrt{\frac{t}{T}}$$

$$t_{bd} = \frac{\mu g a_0^4 T}{2\sigma_0}$$

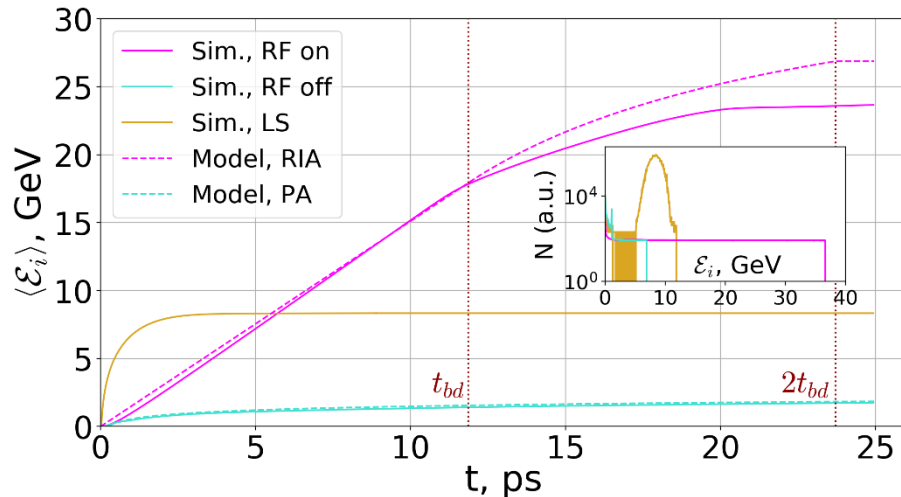
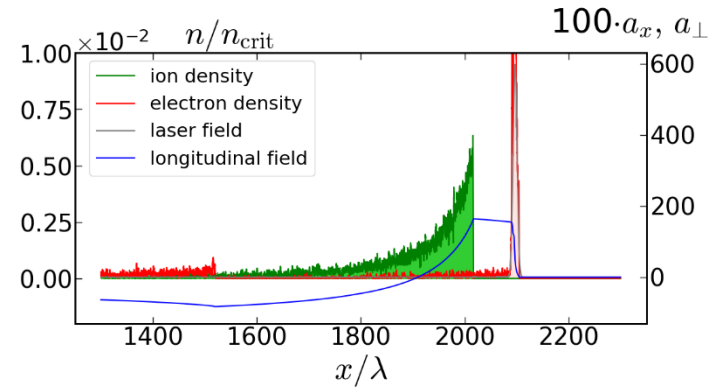
Средняя энергия ионов

$$\langle \varepsilon_i(t) \rangle \sim \frac{1}{\sigma_0} \int_0^t \sigma_p(t') \frac{\sigma_p(t')}{2} dt'$$

num. of accelerating particles average accelerating field

$$\langle \varepsilon_i^{(RIA)}(t) \rangle \approx m_e c^2 \begin{cases} \frac{\sigma_0 t}{2}, & t < t_{bd} \\ \frac{\mu g a_0^4 T}{4} \left(2 - \frac{t}{t_{bd}} \right), & t_{bd} < t < 2t_{bd} \\ \frac{3\mu g a_0^4 T}{8}, & t > 2t_{bd} \end{cases}$$

$$\langle \varepsilon_i^{(PA)}(t) \rangle \approx m_e c^2 \frac{a_0^2}{8\sigma_0 T} \ln \frac{t}{t_0}, \quad t_0 = \frac{a_0^2}{4T\sigma_0^2}$$



$a_0 = 800$ ($I \approx 1.8 \cdot 10^{24} \text{ W cm}^{-2}$), CP, FWHM 30 fs, $n = 0.5 n_c$, $d = 1 \mu\text{m}$

Средняя энергия ионов

$$\langle \varepsilon_i(t) \rangle \sim \frac{1}{\sigma_0} \int_0^t \sigma_p(t') \frac{\sigma_p(t')}{2} dt'$$

$$\sigma_0^{opt} \sim 2a_0$$

$$\langle \varepsilon_i^{(PA)} \rangle \sim m_e c^2 \frac{a_0^2}{8\sigma_0 T}$$

$$\langle \varepsilon_i^{(RIA)} \rangle \sim m_e c^2 \frac{3\mu g a_0^4 T}{8}$$

$$\langle \varepsilon_i^{(LS)} \rangle \sim m_e c^2 \frac{a_0^2 T}{\sigma_0} \sim m_e c^2 \frac{a_0^2 T}{2}$$

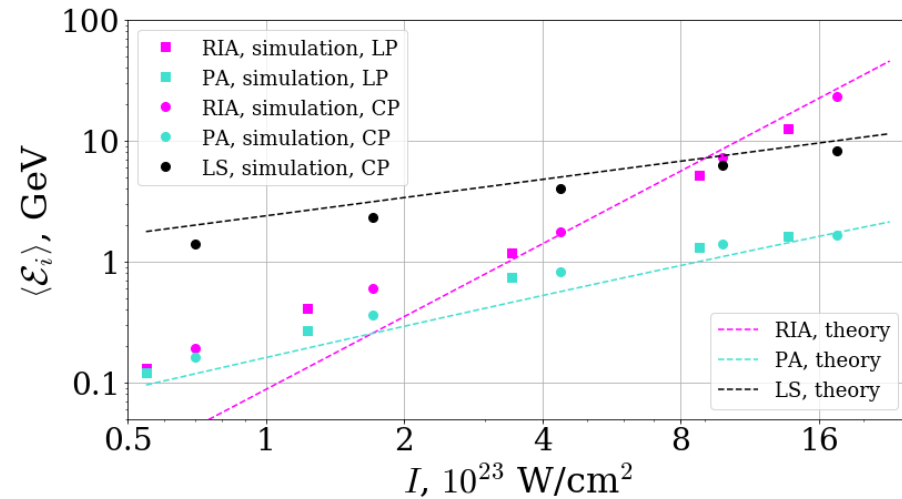
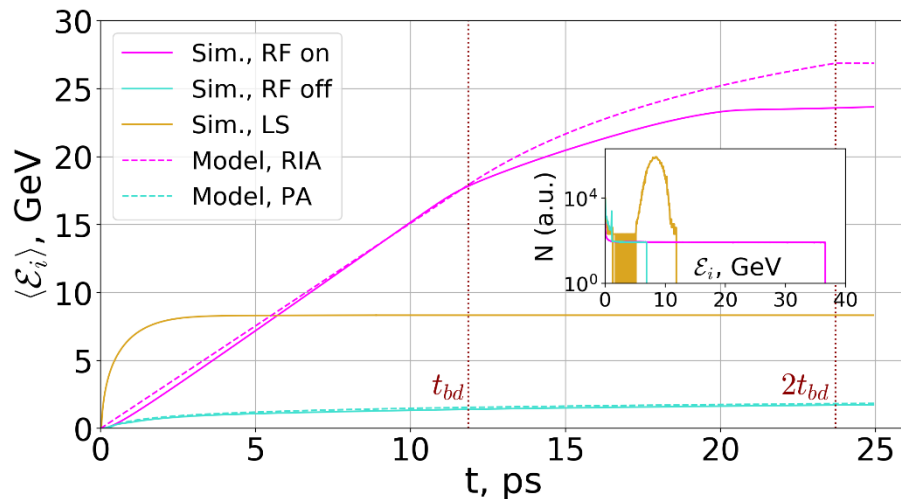
$$\mu g \sigma_0 a_0^2 T^2 \gtrsim \frac{1}{3}$$

RIA > PA

$$\mu g a_0^3 \gtrsim \frac{4}{3}$$

RIA > LS

NB: Модель работает и для линейной поляризации



$a_0 = 800$ ($I \approx 1.8 \cdot 10^{24} \text{ W cm}^{-2}$), CP, FWHM 30 fs, $n = 0.5 n_c$, $d = 1 \mu m$

Роль квантовых поправок

В ультррелятивистском пределе

$$\chi \sim \frac{\mu g}{\alpha} \gamma a_0 (1 - v_x)$$

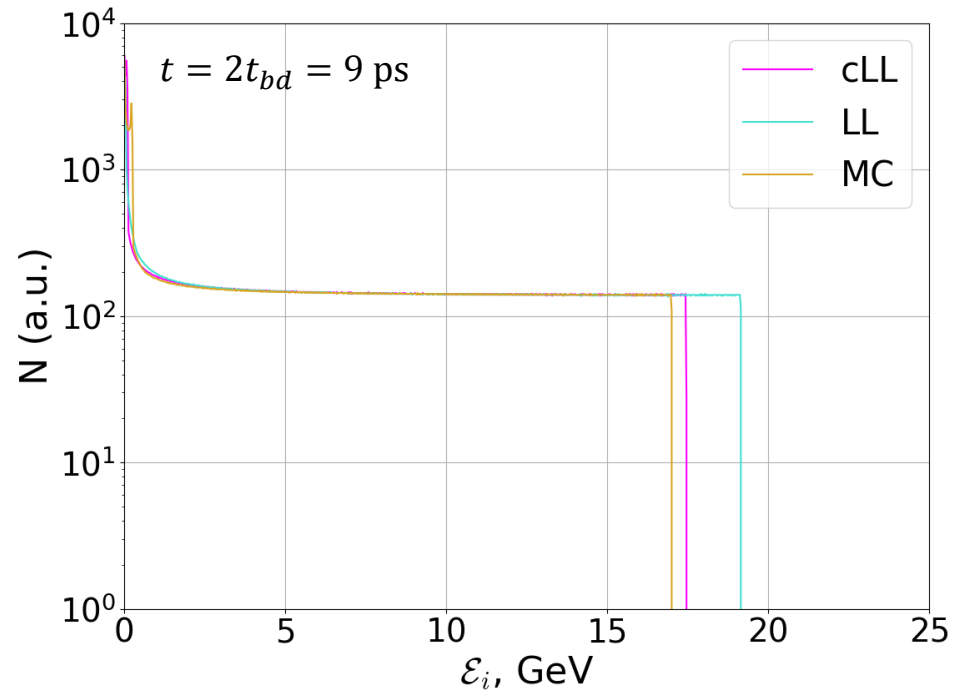
$$1 - v_x \sim \frac{a^2}{2u_x^2}, \quad u_x \sim \frac{a^3}{2} \sqrt{\frac{\mu g}{\sigma}}$$

$$\chi \sim \frac{\sqrt{\sigma_0 \mu}}{\alpha}$$

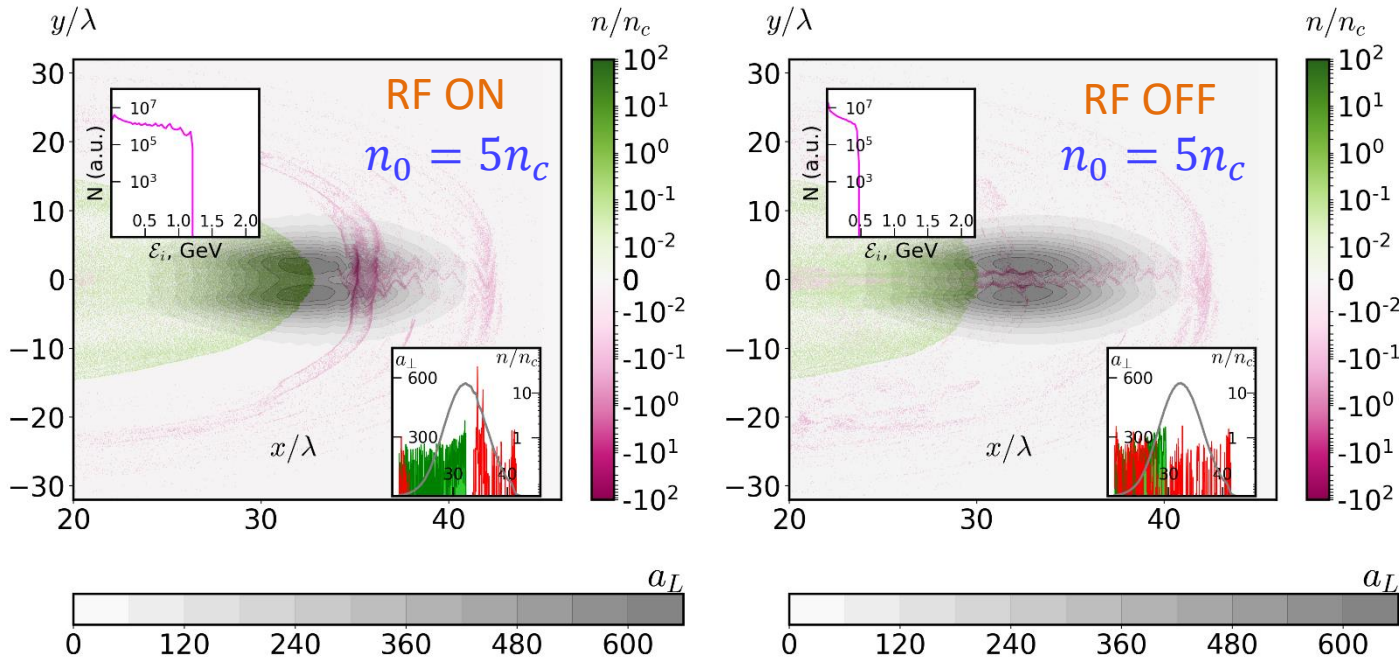
$$n = 0.5 n_c (\sigma_0 = \pi): \chi \approx 0.026$$

$$g(\chi) \approx 0.84$$

$a_0 = 600$ ($I \approx 10^{24} \text{ W cm}^{-2}$), CP,
FWHM 30 fs, $n = 0.5 n_c$, $d = \lambda = 1 \mu\text{m}$



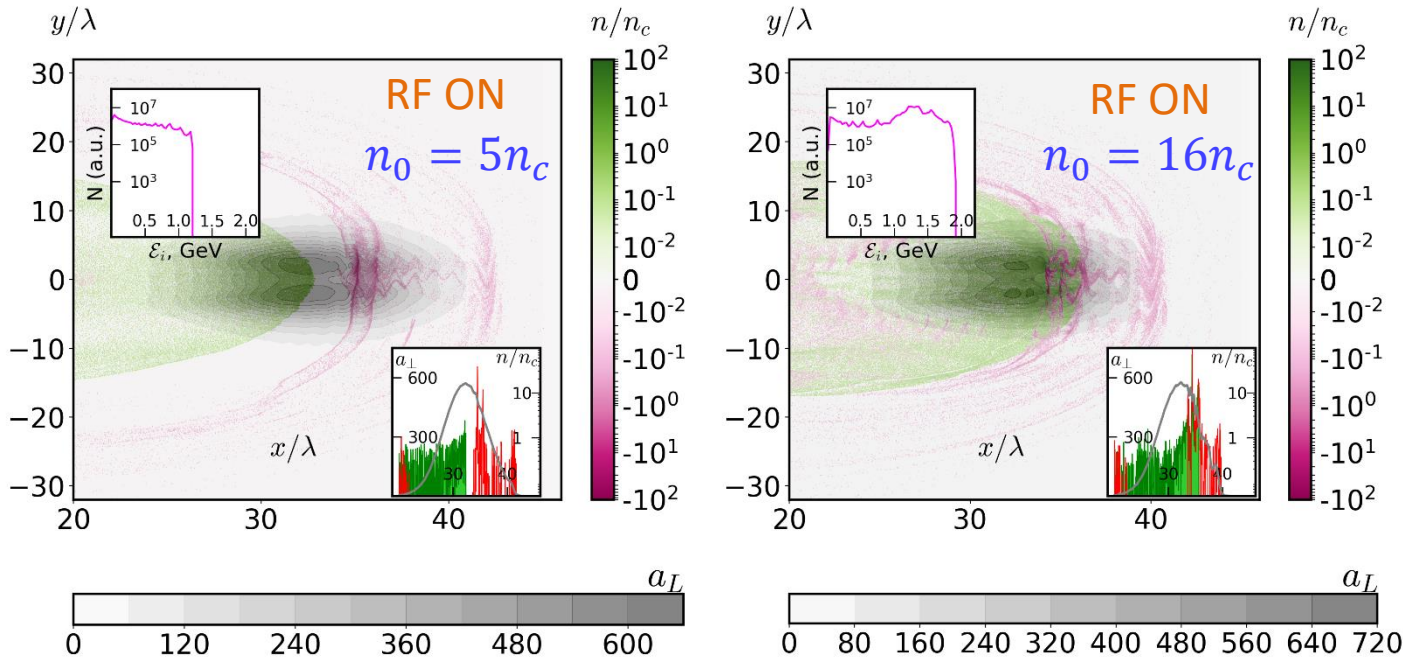
Многомерные эффекты



$I = 10^{24} \text{W/cm}^2$, CP,
FWHM 30 fs,
 $w = 6\lambda$, $d = \lambda$

- Дифракция лазера: a_0 падает со временем
- Пондермоторная сила выталкивает электроны в поперечном направлении и уменьшает σ_p
- Зазор между электронным и ионным уменьшает ускоряющую силу

Многомерные эффекты



$$I = 10^{24} \text{W/cm}^2, \text{ CP,} \\ \text{FWHM } 30 \text{ fs,} \\ w = 6\lambda, d = \lambda$$

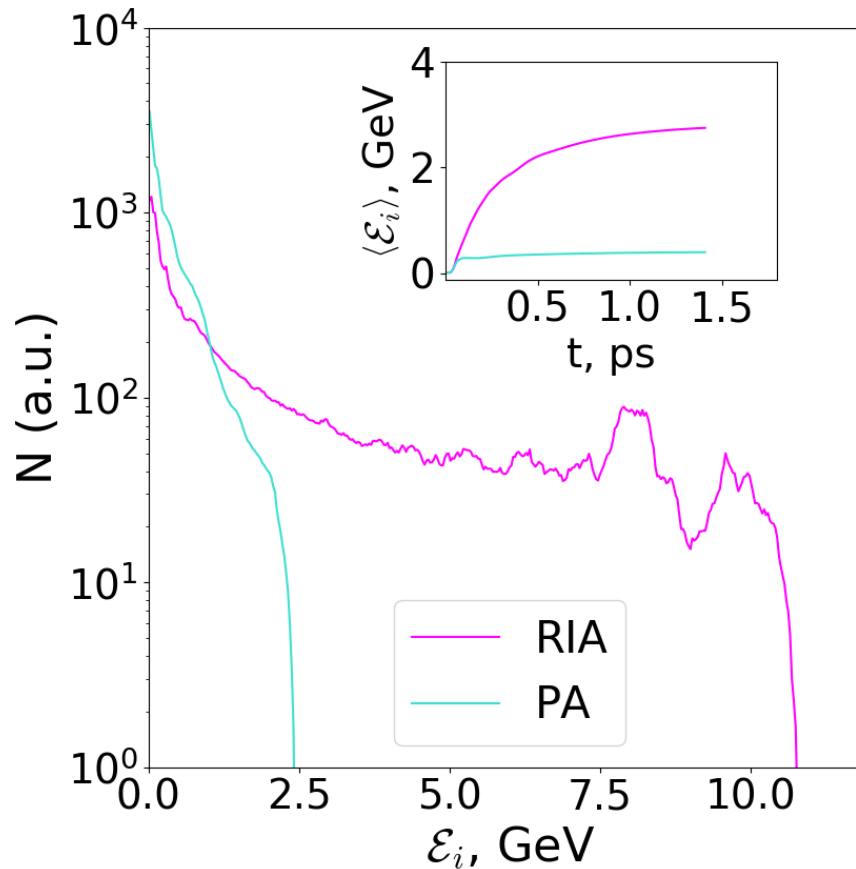
- Дифракция лазера: a_0 падает со временем
- Пондермоторная сила выталкивает электроны в поперечном направлении и уменьшает σ_p
- Зазор между электронным и ионным слоями уменьшает ускоряющую силу

Возможное решение: увеличить σ_0 , чтобы избежать полного разделения зарядов и сделать t_{bd} меньше времени дифракции (но $\sigma_0 < \sigma_{opaque}$)

$$\tau_{bd} = \frac{\mu a_0^4 T}{2\sigma_0}$$

$$\epsilon_{i,max}^{(RIA)} \sim \sigma_0 \tau_{bd} \quad 23$$

Многомерные эффекты



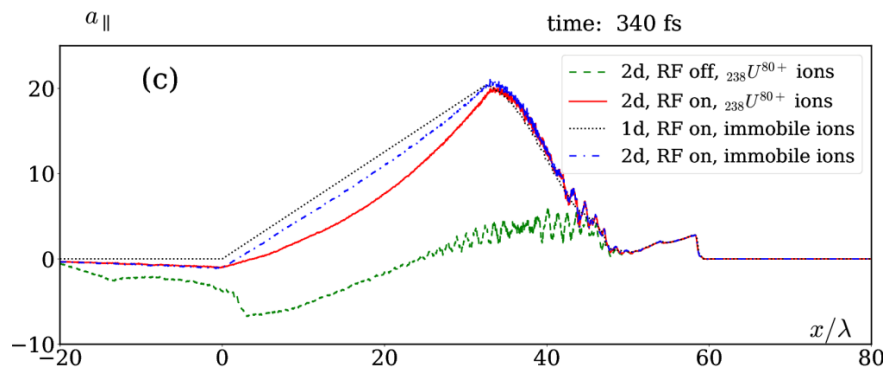
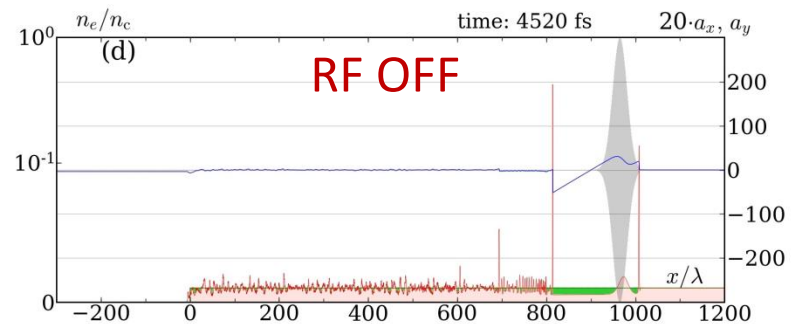
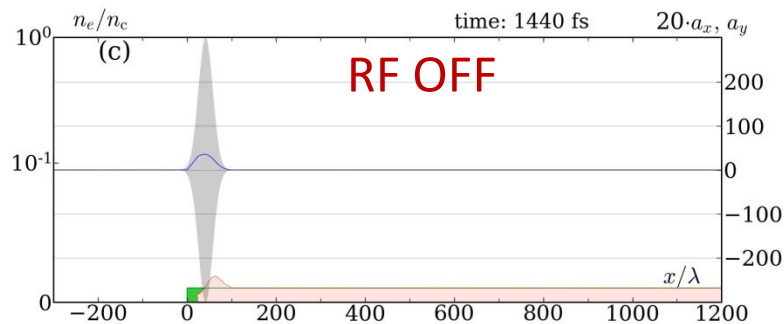
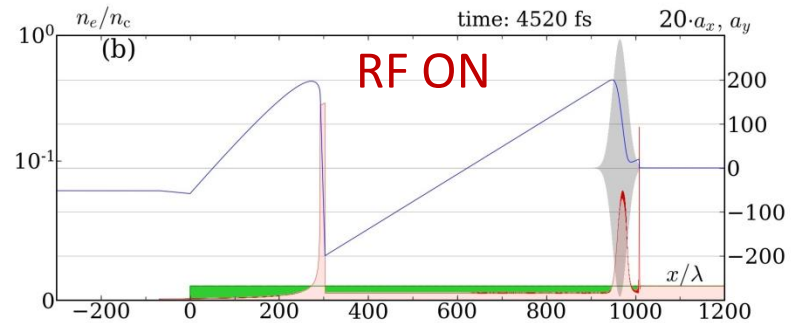
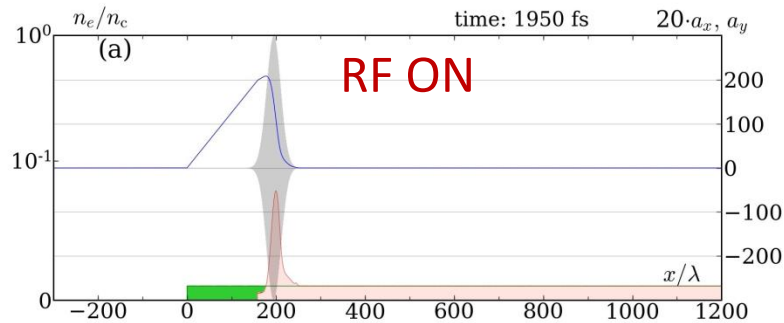
$a_0 = 600$ ($I \approx 10^{24} \text{ W cm}^{-2}$), CP,
FWHM 30 fs, $n = 16 n_c$, $w = 6\lambda$, $d = \lambda = 1 \mu\text{m}$

Толстая мишень: продольные плазменные волны

$I \sim 2.5 \cdot 10^{23} \frac{W}{cm^2}$ ($a_0 = 300$), CP, FWHM 125 fs,
 $n = 0.01n_c$, $\lambda = 1 \mu m$, неподвижные ионы

E. Gelfer, N. Elkina, A. Fedotov, *Scientific Reports* **8**, 6478 (2018)

E.G. Gelfer, A.M. Fedotov, S. Weber, *PPCF* **60**, 064005 (2018)



Толстая мишень: продольные плазменные волны

РТ механизм

$$\tau \sim \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{\mu T}{\tilde{n}}} a_0^2$$

$$a_{\parallel} \sim \sqrt{\mu \tilde{n} T} a_0^2$$

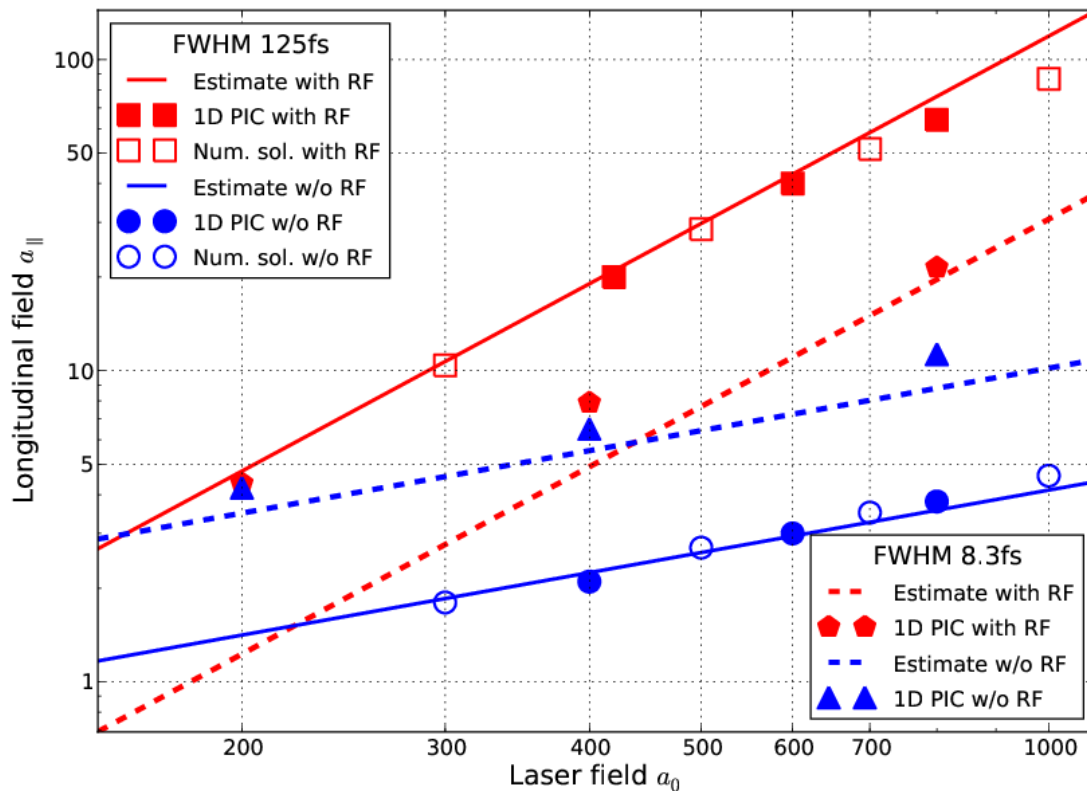
Пондермоторный механизм

$$\tau \sim \frac{1}{\omega} \left(\frac{a_0}{\tilde{n} \sqrt{T}} \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$a_{\parallel} \sim a_0^{\frac{2}{3}} \left(\frac{\tilde{n}}{T} \right)^{\frac{1}{3}}$$

E. Gelfer, N. Elkina, A. Fedotov, *Scientific Reports* 8, 6478 (2018)

$\lambda = 1 \mu\text{m}$, $\tilde{n} = 0.01$, circular polarization



РТ доминирует:

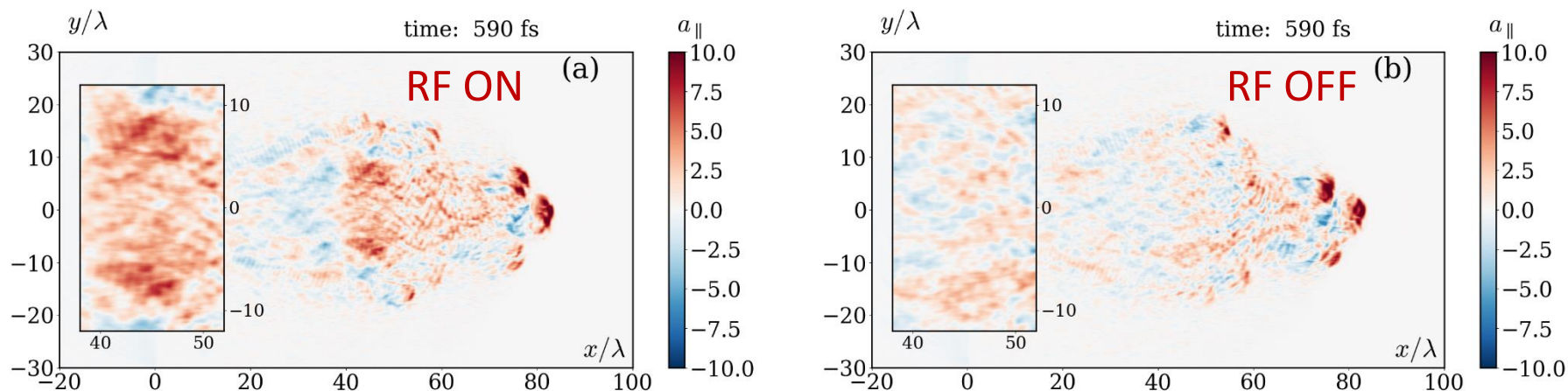
$$\mu^3 \tilde{n} T^5 a_0^8 \gtrsim 1$$

$$\mu = \frac{\omega r_e}{c}, \quad T = \omega t_{\text{pulse}}, \quad \tilde{n} = \frac{n}{n_c}$$

Толстая мишень: продольные плазменные волны

E.G. Gelfer, A.M. Fedotov, S. Weber, *PPCF* **60**, 064005 (2018)

$I = 1.7 \cdot 10^{23} \text{ W/cm}^2$, FWHM 150 fs, $w \approx 2\lambda$, $n = n_c$, ${}^{238}_{92}\text{U}^{80+}$ ions, $P_{tot} \approx 10 \text{ PW}$



продольное электрическое поле

Заключение

- Мы исследовали два возможных механизма ускорения тонкой прозрачной пленки сверхинтенсивным лазерным импульсом: радиационно индуцированный (RIA) и пондермоторный (PA).
- В ультрарелятивистском случае RIA существенно эффективнее (в смысле максимальной/средней энергии ионов) PA и других механизмов ускорения (LS) из-за более сильной зависимости энергии ионов от a_0 [a_0^4]. Одномерная модель, в рамках которой получена эта зависимость, прекрасно согласуется с численными расчетами.
- Квантовые поправки относительно невелики и не растут при увеличении интенсивности лазера.
- Многомерные эффекты ограничивают эффективность RIA по сравнению с одномерной моделью. Тем не менее, эффект остается существенным и в многомерных расчетах.