

# Лазерное ускорение ионов в плазме за счет радиационного трения

Е. Г. Гельфер<sup>1</sup>, А.М. Федотов<sup>2</sup>, С. Вебер<sup>1</sup>

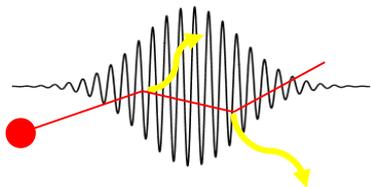


<sup>1</sup>ELI Beamlines, Prague, Czech Republic

<sup>2</sup>НИЯУ «МИФИ», Москва, Россия

# Введение: радиационное трение

$$I \sim 10^{23} - 10^{24} \text{ W/cm}^2$$

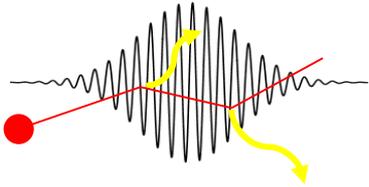


$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \right) + \mathbf{F}_{RF}$$



# Введение: радиационное трение

$$I \sim 10^{23} - 10^{24} \text{ W/cm}^2$$



$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \right) + \mathbf{F}_{RF}$$



Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, «Теория поля»

$$\mathbf{F}_{RF} \approx -\frac{2\mathbf{v}}{3c} \alpha e E_{cr} \chi^2$$

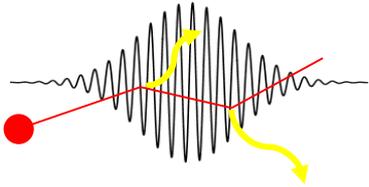
$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}, \quad E_{cr} = \frac{m^2 c^3}{e \hbar}$$

$$\chi = \frac{e \hbar}{m^2 c^3} \gamma \sqrt{\left( E + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \right)^2 - \frac{1}{c^2} (\mathbf{E} \mathbf{v})^2}$$

$$\chi \ll 1$$

# Введение: радиационное трение

$$I \sim 10^{23} - 10^{24} \text{ W/cm}^2$$



$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \right) + \mathbf{F}_{RF}$$



10 Пвт компрессор, ELI Beamlines

Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, «Теория поля»

$$\mathbf{F}_{RF} \approx -\frac{2\mathbf{v}}{3c} \alpha e E_{cr} \chi^2$$

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}, \quad E_{cr} = \frac{m^2 c^3}{e \hbar}$$

$$\chi = \frac{e \hbar}{m^2 c^3} \gamma \sqrt{\left( E + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \right)^2 - \frac{1}{c^2} (\mathbf{E} \mathbf{v})^2}$$

$$\chi \ll 1$$

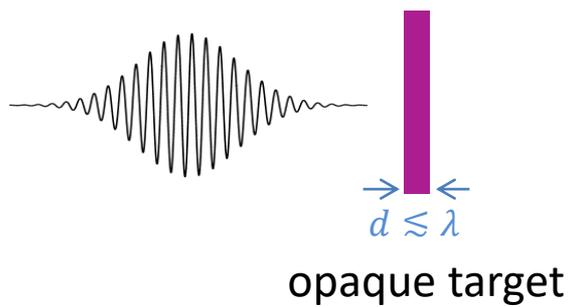
## Квантовые поправки

J.G. Kirk, A.R. Bell, I. Arka *PPCF* **51** 085008 (2009)

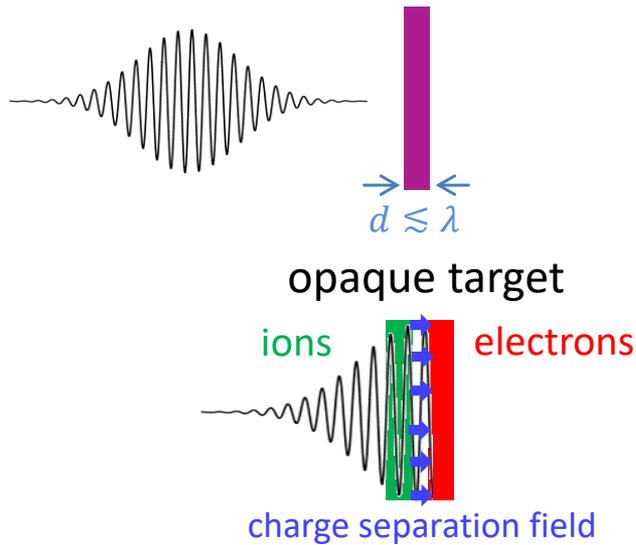
$$\mathbf{F}_{RF} \rightarrow g(\chi) \mathbf{F}_{RF}$$

$$g(\chi) \approx 1 - \frac{55\sqrt{3}}{16} \chi, \quad (\chi \lesssim 10^{-2})$$

# Введение: ускорение ионов мощными лазерами



# Введение: ускорение ионов мощными лазерами



## Radiation pressure acceleration

S. C. Wilks et al., PRL **69**, 1383 (1992)

Light Sail model

T. Esirkepov et.al. PRL **92**, 175003 (2004)

$$\varepsilon_i \sim \frac{\varepsilon_L}{N_i} \sim m_e \frac{a_0^2 T}{\sigma_0} \quad T = \omega t_{pulse}, \quad \sigma_0 = \frac{n_0}{n_c} \omega d$$

pulse duration    areal density

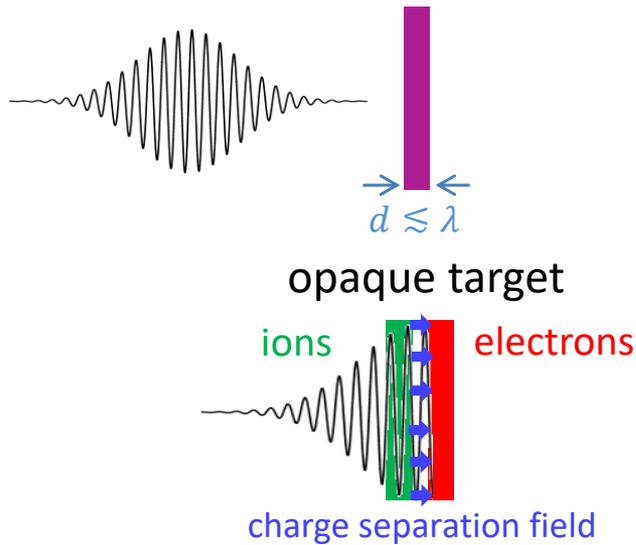
$$\sigma_0 > \sigma_{opaque}$$

Порог прозрачности

V. Vshivkov et. al., PoP **5**, 2727 (1998):  $\sigma_{opaque} \sim a_0 = \frac{eE_0}{m\omega c}$

E. Gelfer et. al., Phys. Rev. E **101**, 033204: refined threshold

# Введение: ускорение ионов мощными лазерами



## Radiation pressure acceleration

S. C. Wilks et al., PRL **69**, 1383 (1992)

Light Sail model

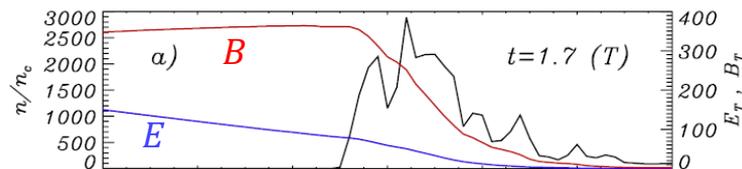
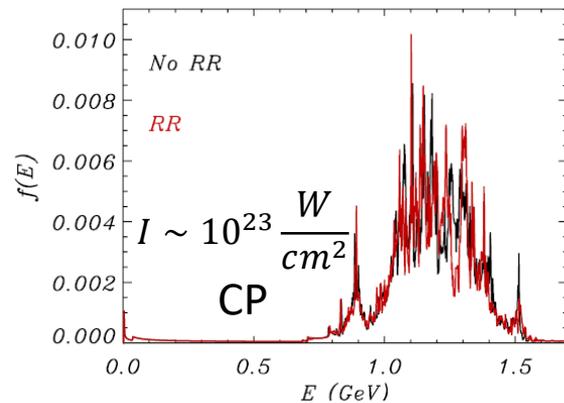
T. Esirkepov et.al. PRL **92**, 175003 (2004)

$$\varepsilon_i \sim \frac{\varepsilon_L}{N_i} \sim m_e \frac{a_0^2 T}{\sigma_0} \quad T = \omega t_{pulse}, \quad \sigma_0 = \frac{n_0}{n_c} \omega d$$

pulse duration    areal density

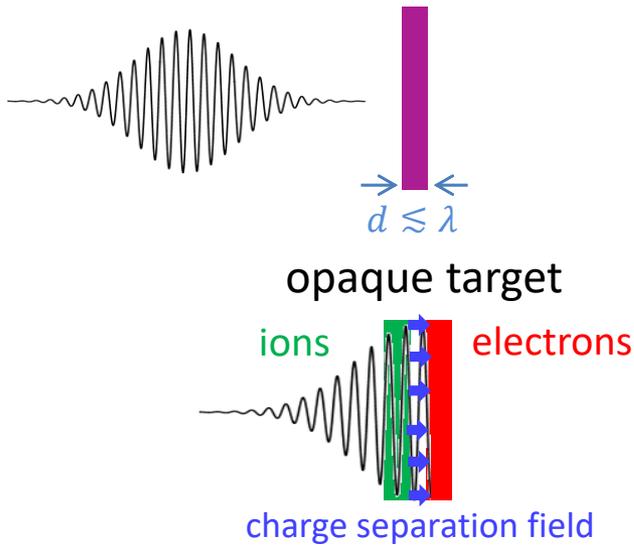
$$\sigma_0 > \sigma_{opaque}$$

Как радиационное трение влияет на LS?



M. Tamburini et.al. NJP **12**, 123005 (2010)

# Введение: ускорение ионов мощными лазерами



## Radiation pressure acceleration

S. C. Wilks et al., PRL **69**, 1383 (1992)

Light Sail model

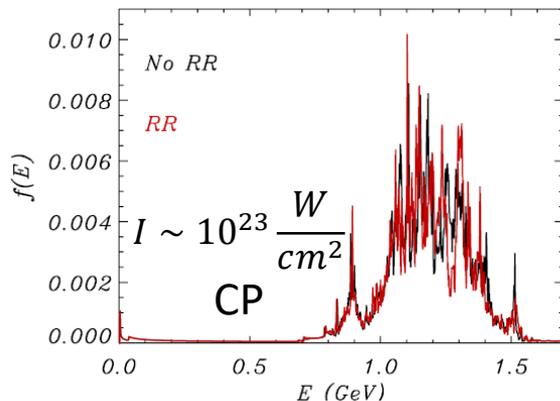
T. Esirkepov et.al. PRL **92**, 175003 (2004)

$$\varepsilon_i \sim \frac{\varepsilon_L}{N_i} \sim m_e \frac{a_0^2 T}{\sigma_0} \quad T = \omega t_{pulse}, \quad \sigma_0 = \frac{n_0}{n_c} \omega d$$

pulse duration    areal density

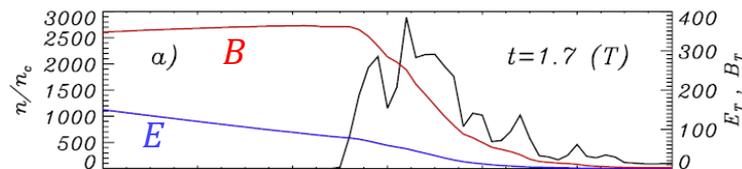
$$\sigma_0 > \sigma_{opaque}$$

*Как радиационное трение влияет на LS?*



M. Tamburini et.al. NJP **12**, 123005 (2010)

M. Chen, A. Pukhov, et. al. PPCF **53**, 014004 (2011)



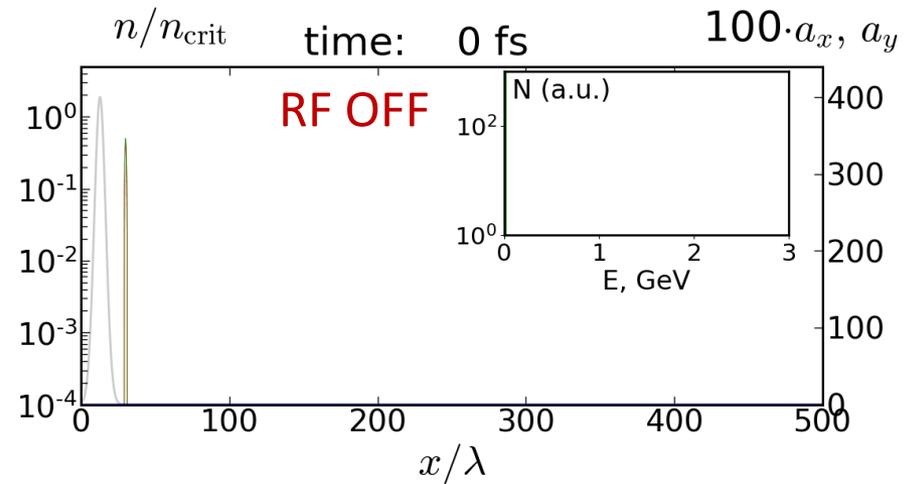
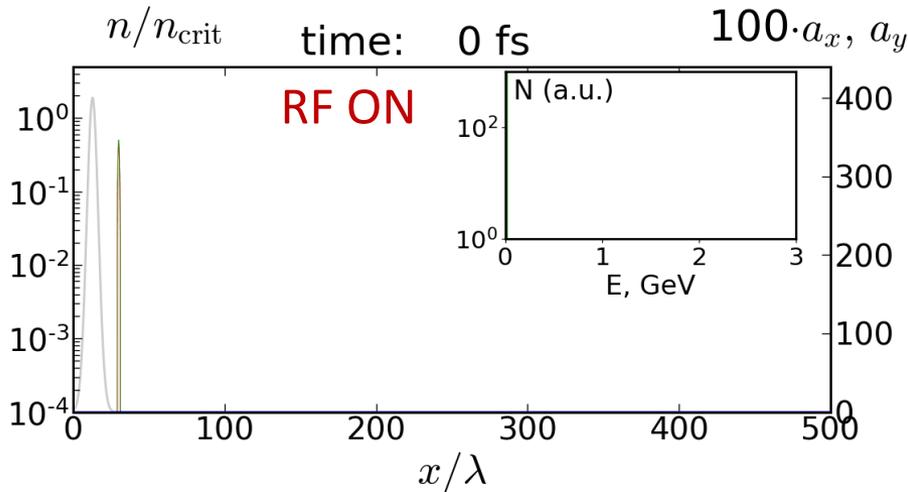
*А что, если мишень прозрачная?*

# 1D PIC расчеты с и без РТ

Параметры лазера и мишени:

$$I \sim 4.4 \cdot 10^{23} \frac{W}{cm^2} \quad (a_0 = 400), \text{ FWHM pulse duration } t_p = 30 \text{ fs}$$

$$n = 0.5n_c, \quad d = \lambda = 1 \mu m, \quad H^+ \text{ ions}$$



Grey – поле лазера, Blue – продольное электрическое поле,  
Red – плотность электронов, Green – плотность ионов



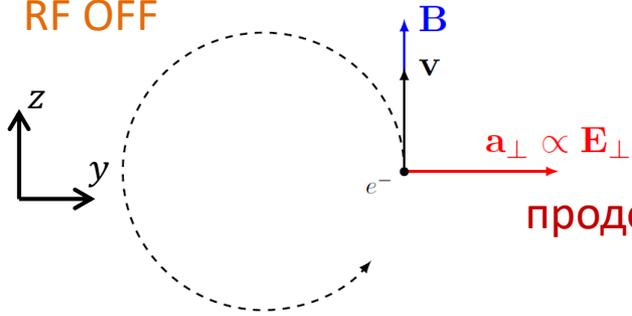
- ❑ Почему радиационное трение может способствовать ускорению?
- ❑ Одномерная аналитическая модель радиационно-индуцированного ускорения
- ❑ Квантовые и многомерные эффекты
- ❑ Толстая мишень: генерация продольных волн
- ❑ Заключение

E. Gelfer, A. Fedotov, S. Weber, *Radiation induced acceleration of ions in a laser irradiated transparent foil*, NJP, **23** 095002 (2021)

# Радиационное трение и ускорение электронов

Монохроматическая  
плоская волна (CP)

RF OFF



$$\frac{du_{\perp}}{d\varphi} = a$$

$$\frac{du_x}{d\varphi} = \frac{(v_{\perp} a)}{1 - v_x} = 0$$

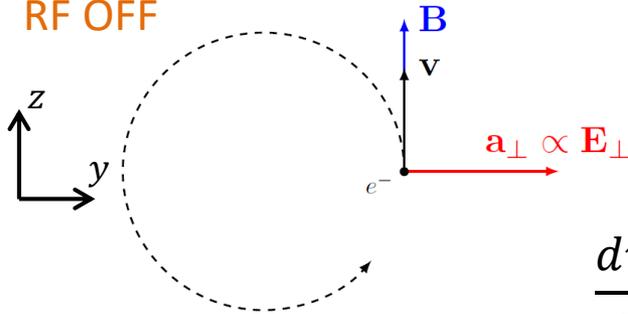
продольное ускорение не возникает

$$a = \frac{eE}{m\omega c}, \quad u = \frac{p_e}{mc},$$
$$\varphi = \omega \left( t - \frac{x}{c} \right)$$

# Радиационное трение и ускорение электронов

Монохроматическая плоская волна (CP)

RF OFF



$$\frac{d\mathbf{u}_\perp}{d\varphi} = \mathbf{a} - \mu g a^2 \mathbf{u}_\perp (\gamma - u_x)$$

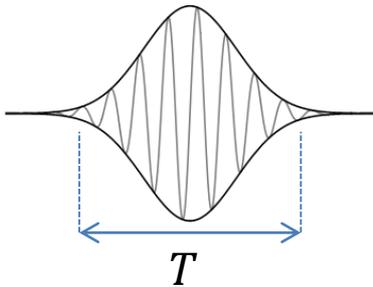
$$\frac{du_x}{d\varphi} = \frac{(\mathbf{v}_\perp \mathbf{a})}{1 - v_x} - \mu g a^2 u_x (\gamma - u_x)$$

$$\frac{du_x}{dt} = \frac{1}{2\gamma} \frac{du_\perp^2}{d\varphi} + \mu g a^2 (1 + u_\perp^2) \frac{1 - v_x}{1 + v_x}$$

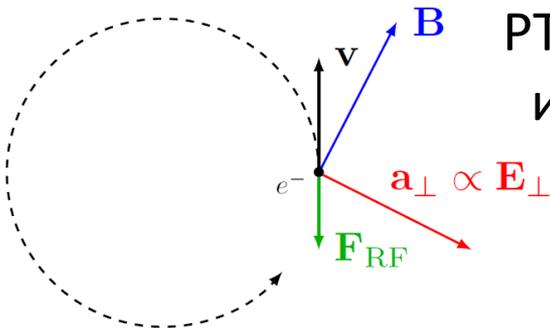
ponderomotive term

RF induced term

Лазерный импульс



RF ON



РТ модифицирует **поперечное** движение электрона и индуцирует **ускорение** в **продольном** направлении

$$\mathbf{a} = \frac{e\mathbf{E}}{m\omega c}, \quad \mathbf{u} = \frac{\mathbf{p}_e}{mc},$$

$$\varphi = \omega \left( t - \frac{x}{c} \right),$$

$$\mu = \frac{2}{3} \frac{\alpha \hbar \omega}{mc^2} \approx 1.18 \cdot 10^{-8}$$

$$t \rightarrow \omega t$$

$$d\varphi = dt(1 - v_x)$$

B.S. Voronin, A.A. Kolomenskii, *Sov. Phys. JETP* **65** 1027 (1965)

Y.B. Zeldovich, *Sov. Phys. Usp.* **18** 79 (1975)

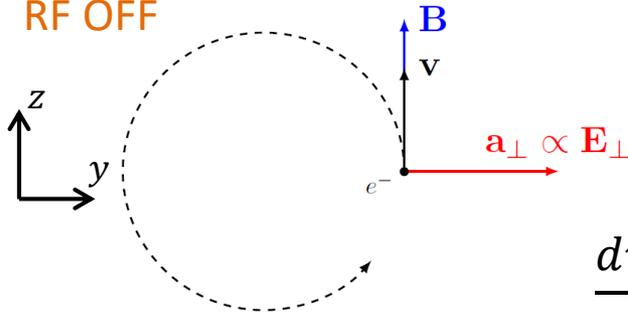
D.M. Fradkin, *Phys. Rev. Lett.* **42** 1209 (1975)

Точное решение: A. Di Piazza *Lett. Math. Phys.* **83** 305–313 (2008)

# Радиационное трение и ускорение электронов

Монохроматическая плоская волна (CP)

RF OFF



$$\frac{d\mathbf{u}_\perp}{d\varphi} = \mathbf{a} - \mu g a^2 \mathbf{u}_\perp (\gamma - u_x)$$

$$\frac{du_x}{d\varphi} = \frac{(\mathbf{v}_\perp \mathbf{a})}{1 - v_x} - \mu g a^2 u_x (\gamma - u_x)$$

$$\frac{du_x}{dt} = \frac{1}{2\gamma} \frac{du_\perp^2}{d\varphi} + \mu g a^2 (1 + u_\perp^2) \frac{1 - v_x}{1 + v_x}$$

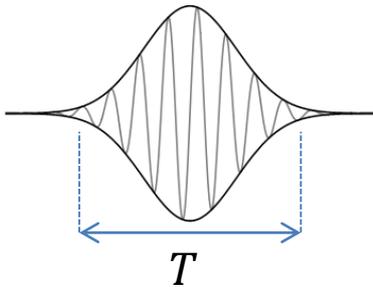
ponderomotive term

RF induced term

$$\mu g a^2 u_\perp^2$$

$$-\mu g a^2 u_x (\gamma - u_x)$$

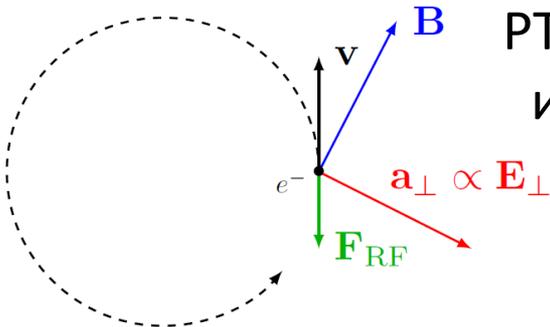
Лазерный импульс



B.S. Voronin, A.A. Kolomenskii, *Sov. Phys. JETP* **65** 1027 (1965)  
 Y.B. Zeldovich, *Sov. Phys.Usp.* **18** 79 (1975)  
 D.M. Fradkin, *Phys. Rev. Lett.* **42** 1209 (1975)

Точное решение: A. Di Piazza *Lett. Math. Phys.* **83** 305–313 (2008)

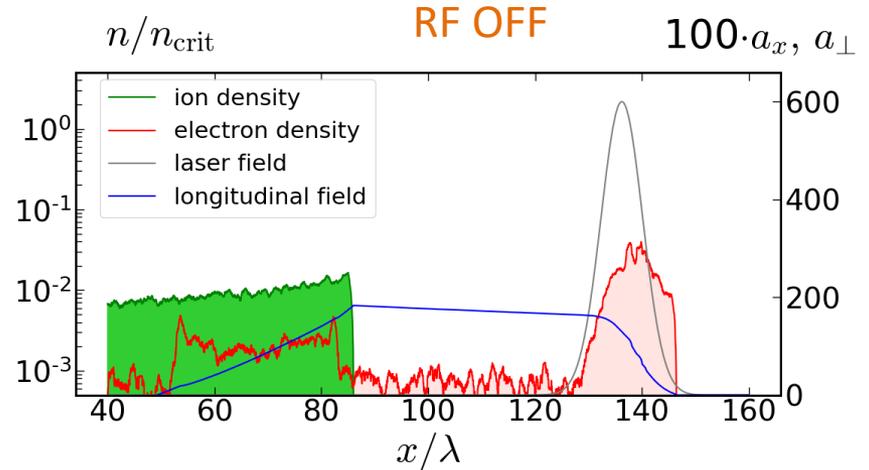
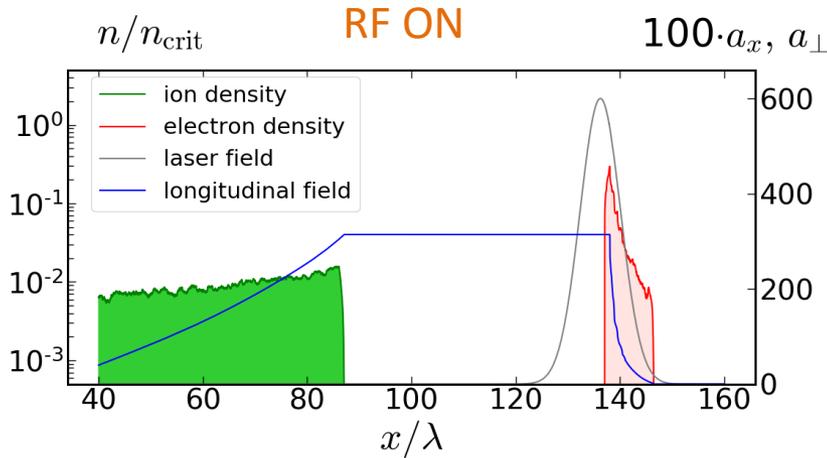
RF ON



РТ модифицирует **поперечное** движение электрона и индуцирует **ускорение** в **продольном** направлении

# Радиационно индуцированное ускорение ионов: модель

E. Gelfer, A. Fedotov, S. Weber, NJP, **23** 095002 (2021)



$$\frac{du_x}{dt} = \frac{1}{2\gamma} \frac{da^2}{d\varphi} + \mu a^4 \frac{1-v_x}{1+v_x} - \sigma$$

ponderomotive term    RF induced term    longitudinal field

$$u_{\perp}^2 \approx a^2 \gg 1$$

$$\sigma(t, x) = \frac{\omega}{c} \int_x^{\infty} \frac{n(t, x')}{n_c} dx'$$

$$n_c = \frac{m_e \omega^2}{4\pi e^2}$$

уравнение непрерывности  $\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial \varphi} (1 - v_x) = 0$

$$\sigma_p(t) \equiv \sigma(t, \varphi = T) = \int_{-\infty}^T \frac{n(t, \varphi')}{n_c} d\varphi'$$

поверхностная плотность заряда внутри импульса

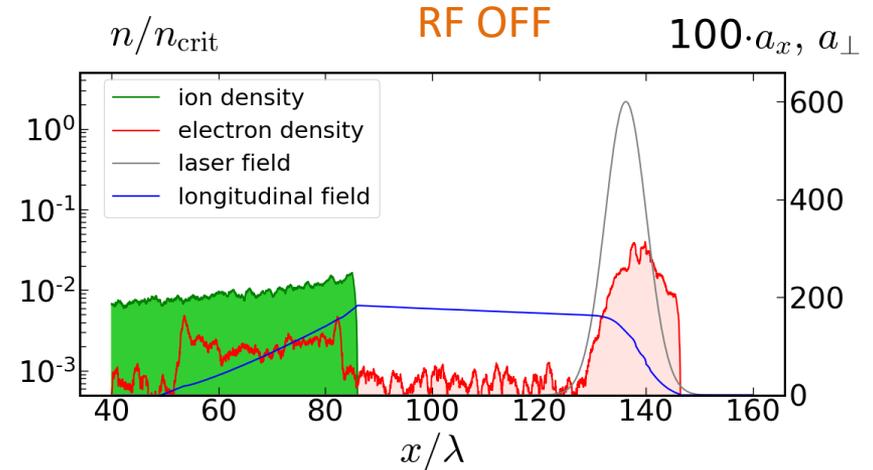
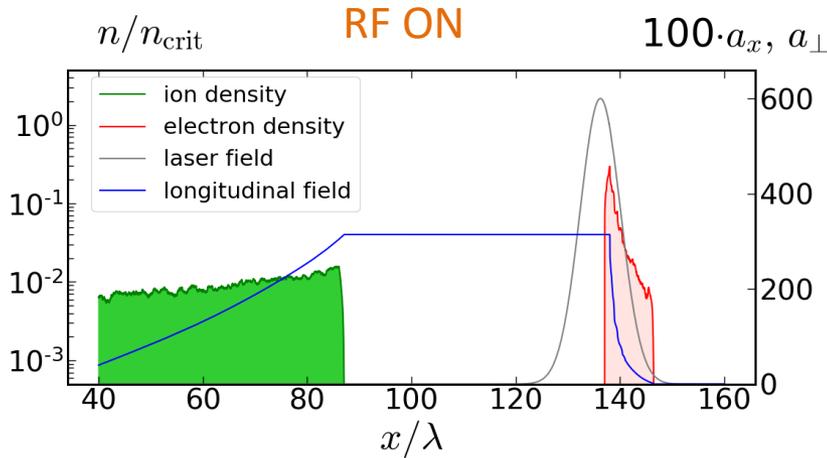
$$u_{i,max}(t) = \frac{m_e}{m_i} \int_0^t \sigma_p(t') dt'$$

$$\mathcal{E}_{i,max}(t) = m_i c^2 \sqrt{1 + u_{i,max}^2(t)}$$

максимальные 4-скорость и энергия ионов 14

# Радиационно индуцированное ускорение ионов: модель

E. Gelfer, A. Fedotov, S. Weber, NJP, **23** 095002 (2021)



ультрарелятивистский предел

$$\frac{du_x}{dt} = \frac{1}{2u_x} \frac{da^2}{d\varphi} + \frac{\mu a^6}{4u_x^2} - \sigma$$

ponderomotive term RF induced term longitudinal field

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial \varphi} \frac{a^2}{2u_x^2} = 0$$

$$\begin{aligned} 1 - v_x &\approx \frac{a^2}{2u_x^2} \\ 1 + v_x &\approx 2 \\ \gamma &\approx u_x \end{aligned}$$

$$\sigma(t, x) = \frac{\omega}{c} \int_x^\infty \frac{n(t, x')}{n_c} dx'$$

$$n_c = \frac{m_e \omega^2}{4\pi e^2}$$

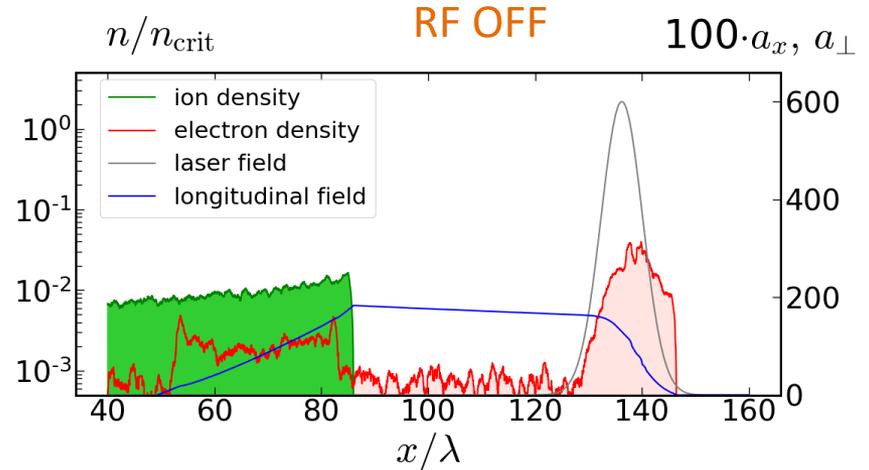
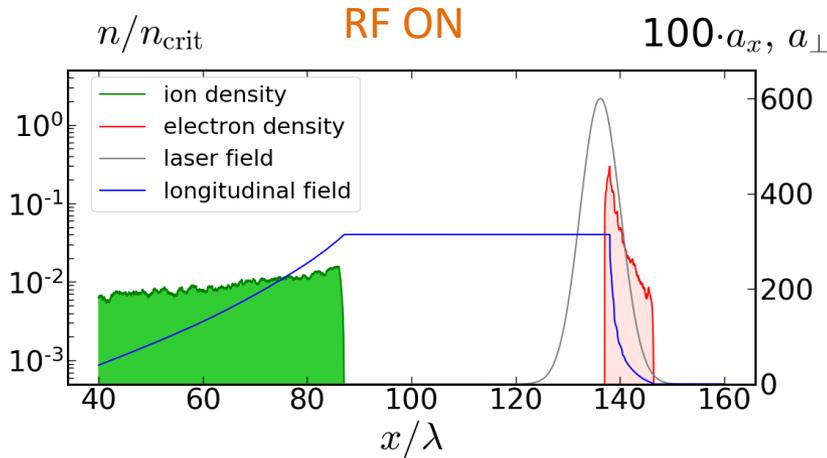
## Механизмы ускорения

Радиационно индуцированное ускорение (RIA)  
(пренебрегаем  
пондермоторным слагаемым)

Пондермоторное ускорение (PA)  
(пренебрегаем  
РТ индуцированным слагаемым)

# Радиационно индуцированное ускорение ионов: модель

E. Gelfer, A. Fedotov, S. Weber, NJP, **23** 095002 (2021)



$$\frac{du_x}{dt} \sim \frac{\mu g a^6}{4u_x^2} - \sigma, \quad u_x \sim \frac{a^3}{2} \sqrt{\frac{\mu g}{\sigma}}$$

Пробой:  $\varphi(t_{bd}) = \int_0^{t_{bd}} (1 - v_x) dt \sim T$   
длительность импульса

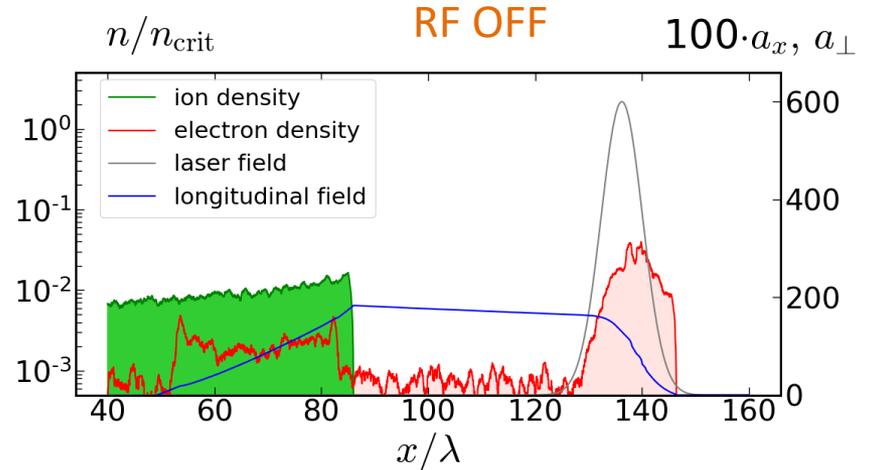
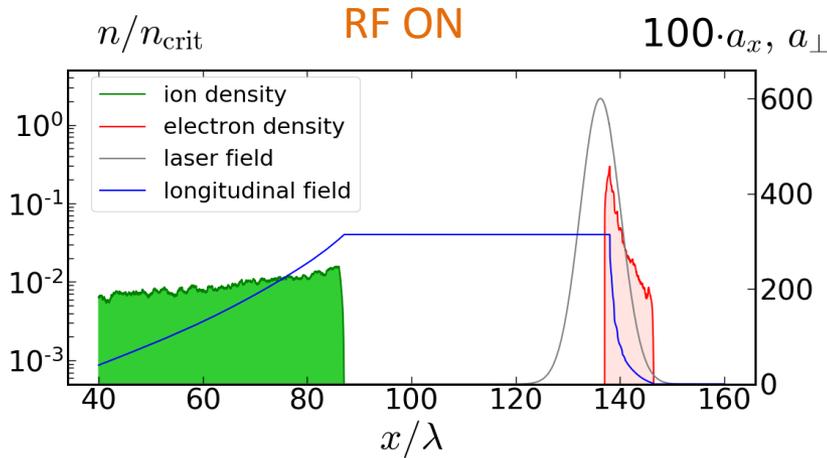
$$t_{bd} = \frac{\mu g a_0^4 T}{2\sigma_0}$$

$$\sigma_p(t) = \sigma(t, \varphi = T) \approx \begin{cases} \sigma_0, & t < t_{bd} \\ \frac{\mu g a_0^4 T}{2t}, & t > t_{bd} \end{cases}$$

заряд внутри лазерного импульса

# Радиационно индуцированное ускорение ионов: модель

E. Gelfer, A. Fedotov, S. Weber, NJP, **23** 095002 (2021)



$$\frac{du_x}{dt} \sim \frac{\mu g a^6}{4u_x^2} - \sigma, \quad u_x \sim \frac{a^3}{2} \sqrt{\frac{\mu g}{\sigma}}$$

$$\frac{du_x}{dt} \sim \frac{1}{2u_x} \frac{a^2}{T} - \sigma$$

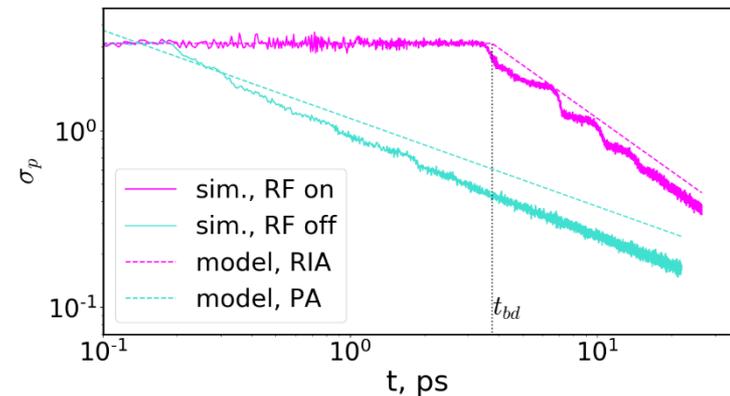
Пробой:  $\varphi(t_{bd}) = \int_0^{t_{bd}} (1 - v_x) dt \sim T$   
длительность импульса

$$\sigma_p(t) \approx \frac{\sigma_0}{2\sqrt{Tt}}$$

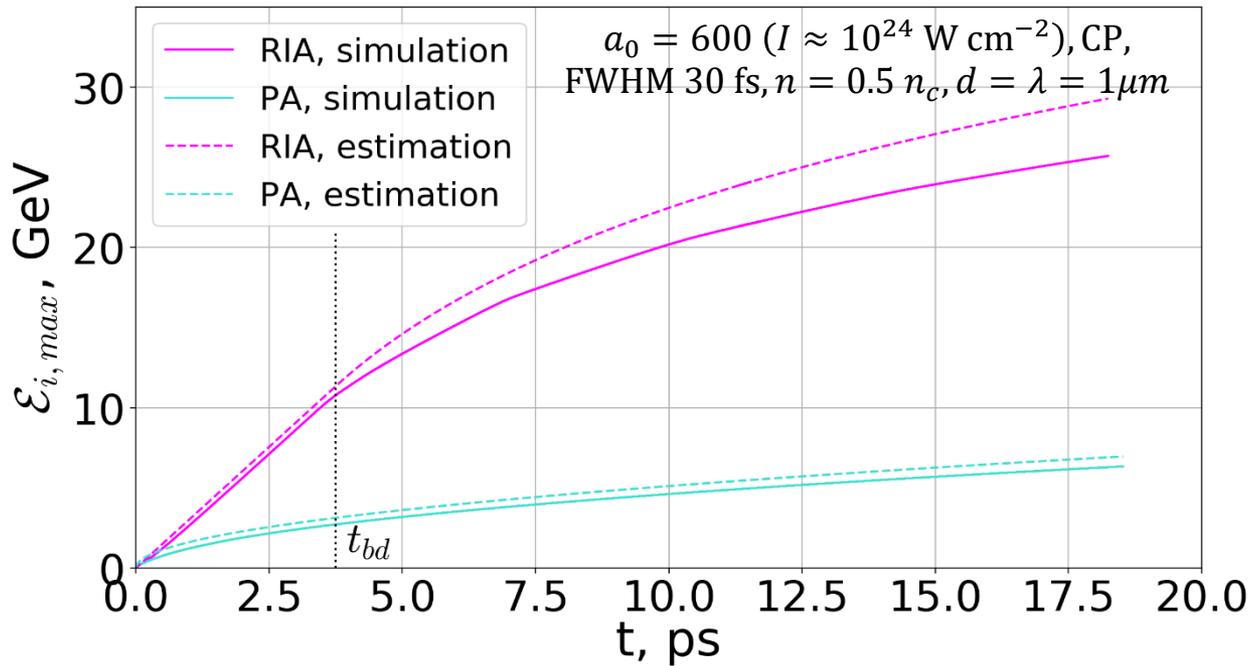
$$t_{bd} = \frac{\mu g a_0^4 T}{2\sigma_0}$$

$$\sigma_p(t) = \sigma(t, \varphi = T) \approx \begin{cases} \sigma_0, & t < t_{bd} \\ \frac{\mu g a_0^4 T}{2t}, & t > t_{bd} \end{cases}$$

заряд внутри лазерного импульса



# Максимальная энергия ионов



$$u_{i,max}(\tau) = \frac{m_e}{m_i} \int_0^\tau \sigma_p(\tau') d\tau', \quad \varepsilon_{i,max} = m_i \sqrt{1 + u_{i,max}^2}$$

$$\varepsilon_{i,max}^{(RIA)}(t) \approx m_e c^2 \begin{cases} \sigma_0 t, & t < t_{bd} \\ \frac{\mu g a_0^4 T}{2} \left( 1 + \ln \frac{t}{t_{bd}} \right), & t > t_{bd} \end{cases}$$

$$\varepsilon_{i,max}^{(PA)}(t) \approx m_e c^2 a_0 \sqrt{\frac{t}{T}}$$

$$t_{bd} = \frac{\mu g a_0^4 T}{2 \sigma_0}$$

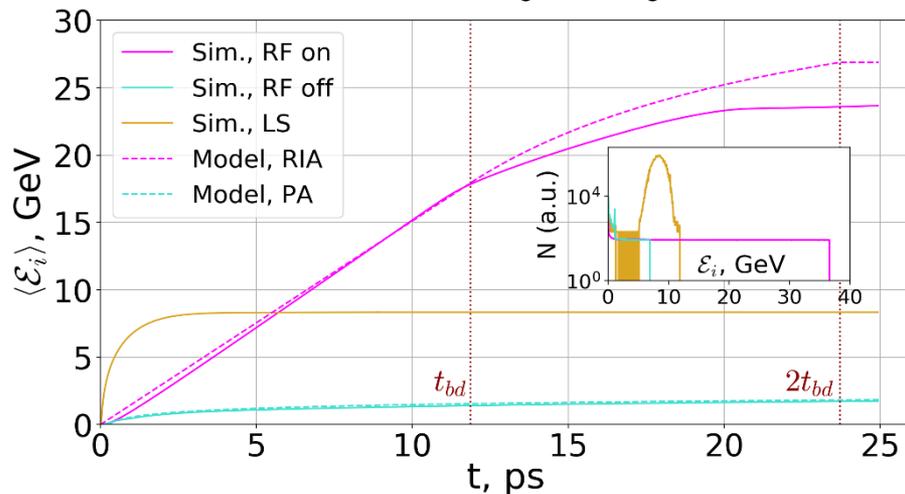
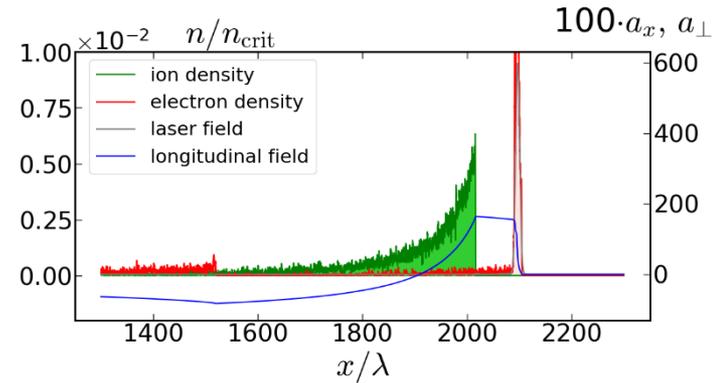
# Средняя энергия ионов

$$\langle \varepsilon_i(t) \rangle \sim \frac{1}{\sigma_0} \int_0^t \sigma_p(t') \frac{\sigma_p(t')}{2} dt'$$

num. of accelerating particles      average accelerating field

$$\langle \varepsilon_i^{(RIA)}(t) \rangle \approx m_e c^2 \begin{cases} \frac{\sigma_0 t}{2}, & t < t_{bd} \\ \frac{\mu g a_0^4 T}{4} \left( 2 - \frac{t}{t_{bd}} \right), & t_{bd} < t < 2t_{bd} \\ \frac{3\mu g a_0^4 T}{8}, & t > 2t_{bd} \end{cases}$$

$$\langle \varepsilon_i^{(PA)}(t) \rangle \approx m_e c^2 \frac{a_0^2}{8\sigma_0 T} \ln \frac{t}{t_0}, \quad t_0 = \frac{a_0^2}{4T\sigma_0^2}$$



$a_0 = 800$  ( $I \approx 1.8 \cdot 10^{24} \text{ W cm}^{-2}$ ), CP, FWHM 30 fs,  $n = 0.5 n_c$ ,  $d = 1 \mu m$

# Средняя энергия ионов

$$\langle \varepsilon_i(t) \rangle \sim \frac{1}{\sigma_0} \int_0^t \sigma_p(t') \frac{\sigma_p(t')}{2} dt'$$

$$\sigma_0^{opt} \sim 2a_0$$

$$\langle \varepsilon_i^{(PA)} \rangle \sim m_e c^2 \frac{a_0^2}{8\sigma_0 T} \quad \langle \varepsilon_i^{(RIA)} \rangle \sim m_e c^2 \frac{3\mu g a_0^4 T}{8} \quad \langle \varepsilon_i^{(LS)} \rangle \sim m_e c^2 \frac{a_0^2 T}{\sigma_0} \sim m_e c^2 \frac{a_0^2 T}{2}$$

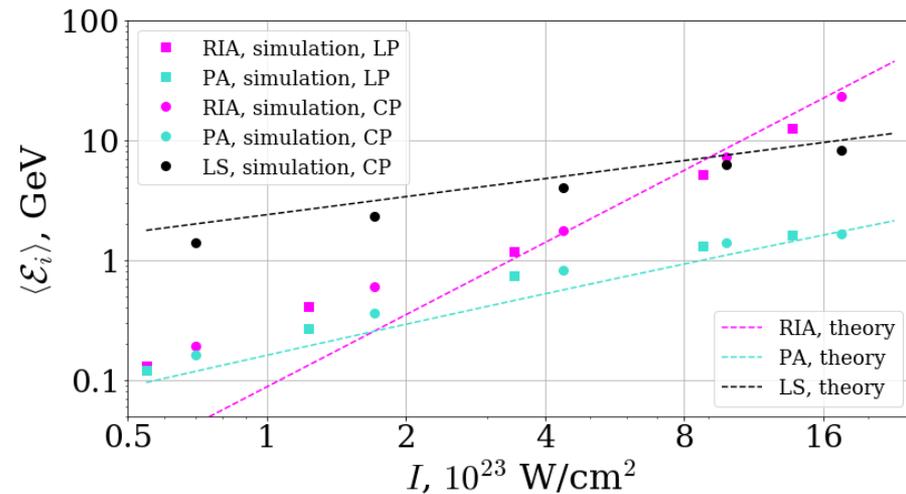
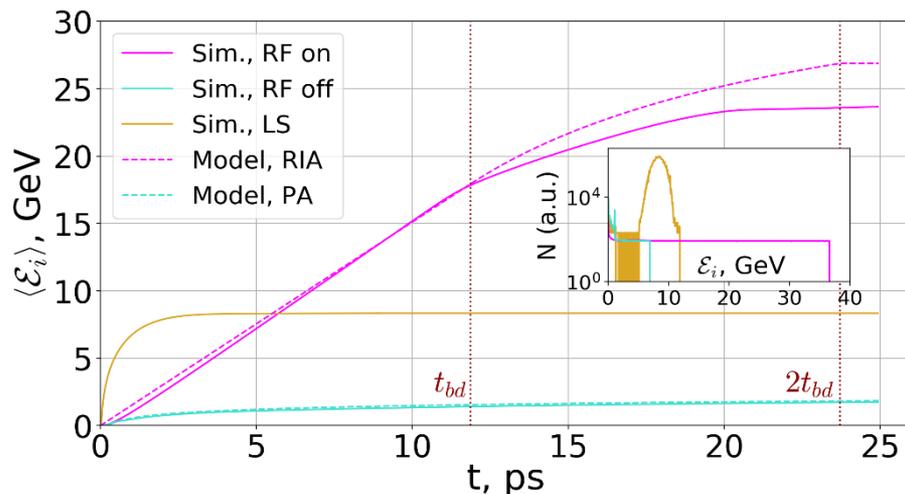
$$\mu g \sigma_0 a_0^2 T^2 \gtrsim \frac{1}{3}$$

RIA > PA

$$\mu g a_0^3 \gtrsim \frac{4}{3}$$

RIA > LS

**NB:** Модель работает и для линейной поляризации



$a_0 = 800$  ( $I \approx 1.8 \cdot 10^{24} \text{ W cm}^{-2}$ ), CP, FWHM 30 fs,  $n = 0.5 n_c$ ,  $d = 1 \mu m$

# Роль квантовых поправок

В ультррелятивистском пределе

$$\chi \sim \frac{\mu g}{\alpha} \gamma a_0 (1 - v_x)$$

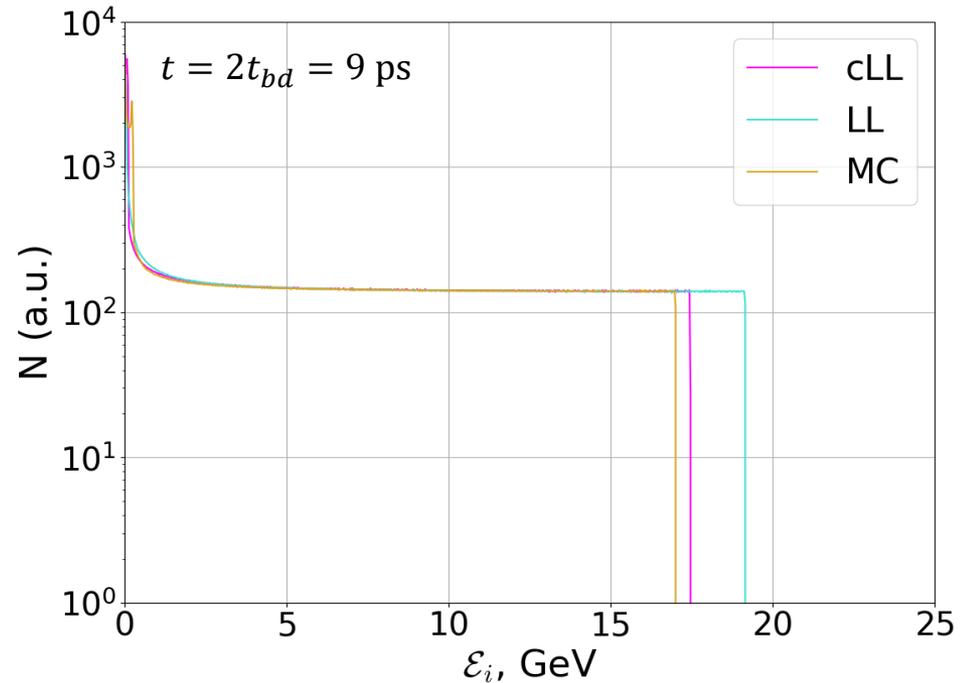
$$1 - v_x \sim \frac{a^2}{2u_x^2}, \quad u_x \sim \frac{a^3}{2} \sqrt{\frac{\mu g}{\sigma}}$$

$$\chi \sim \frac{\sqrt{\sigma_0 \mu}}{\alpha}$$

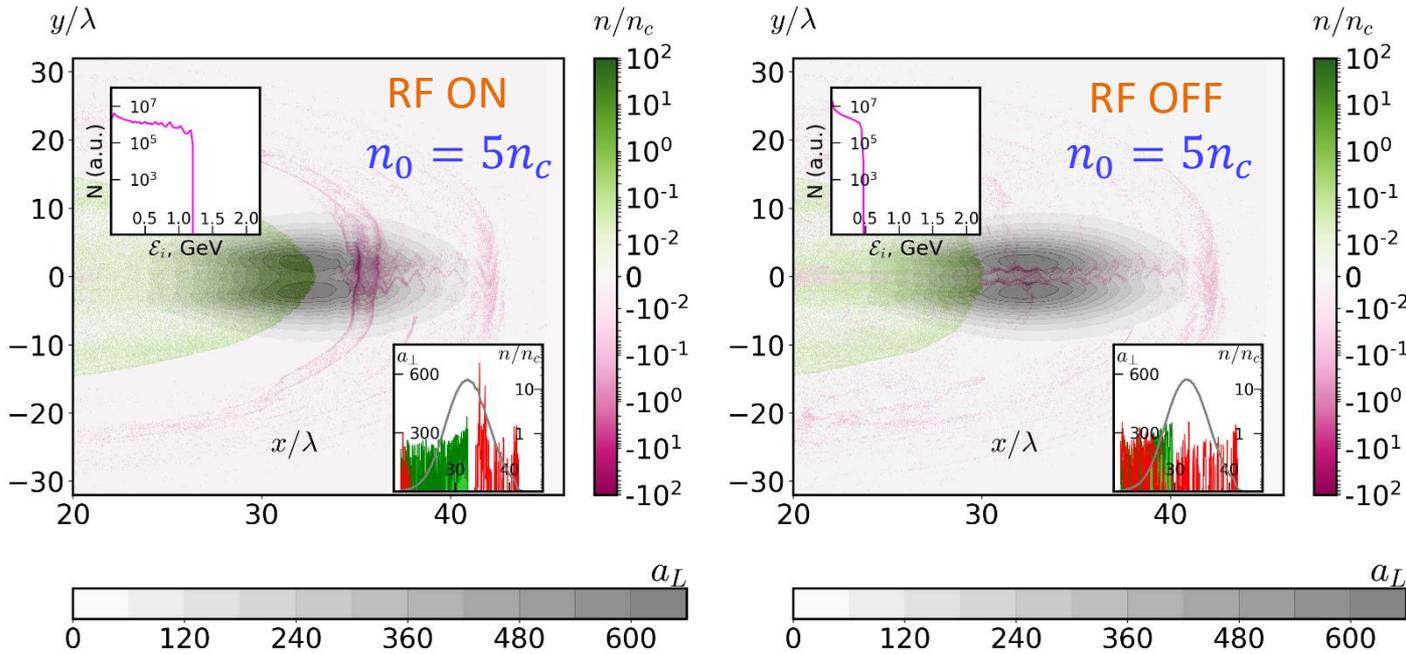
$$n = 0.5 n_c (\sigma_0 = \pi): \chi \approx 0.026$$

$$g(\chi) \approx 0.84$$

$a_0 = 600$  ( $I \approx 10^{24} \text{ W cm}^{-2}$ ), CP,  
FWHM 30 fs,  $n = 0.5 n_c$ ,  $d = \lambda = 1 \mu\text{m}$



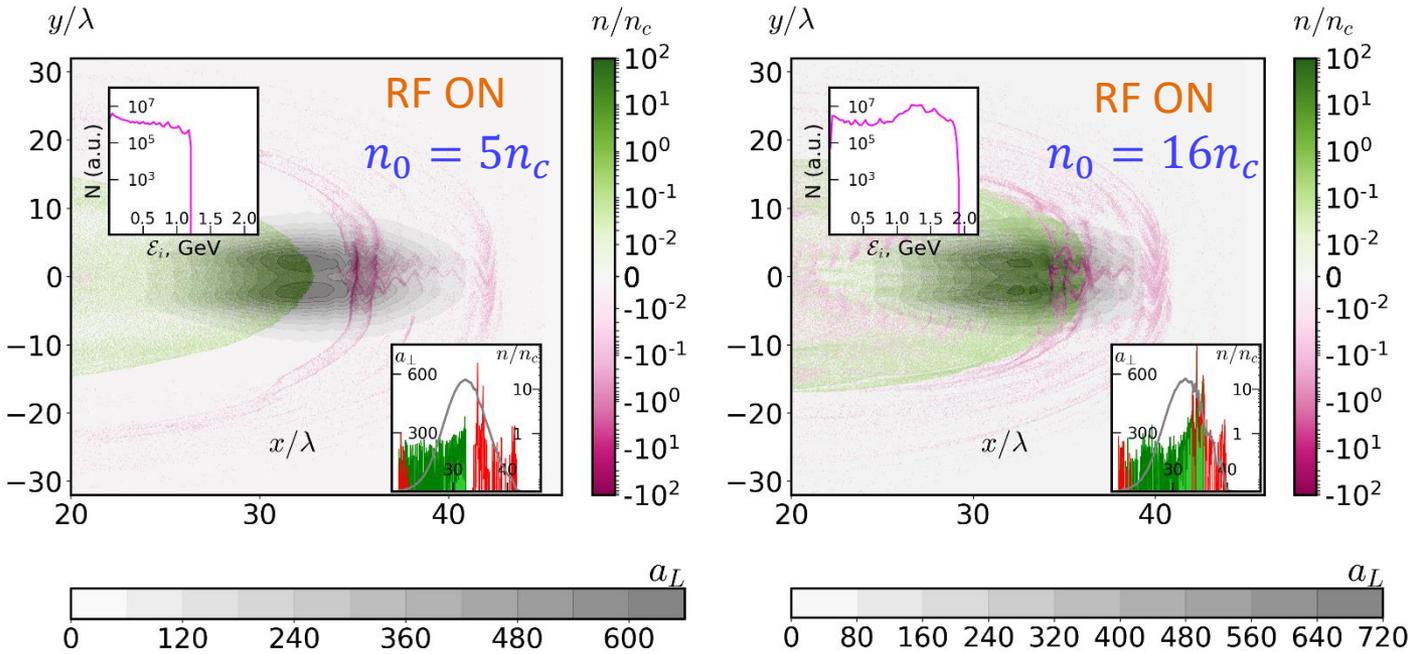
# Многомерные эффекты



$$I = 10^{24} \text{ W/cm}^2, \text{ CP,} \\ \text{FWHM } 30 \text{ fs,} \\ w = 6\lambda, d = \lambda$$

- Дифракция лазера:  $a_0$  падает со временем
- Пондермоторная сила выталкивает электроны в поперечном направлении и уменьшает  $\sigma_p$
- Зазор между электронным и ионным уменьшает ускоряющую силу

# Многомерные эффекты



$$I = 10^{24} \text{ W/cm}^2, \text{ CP,}$$

$$\text{FWHM } 30 \text{ fs,}$$

$$w = 6\lambda, d = \lambda$$

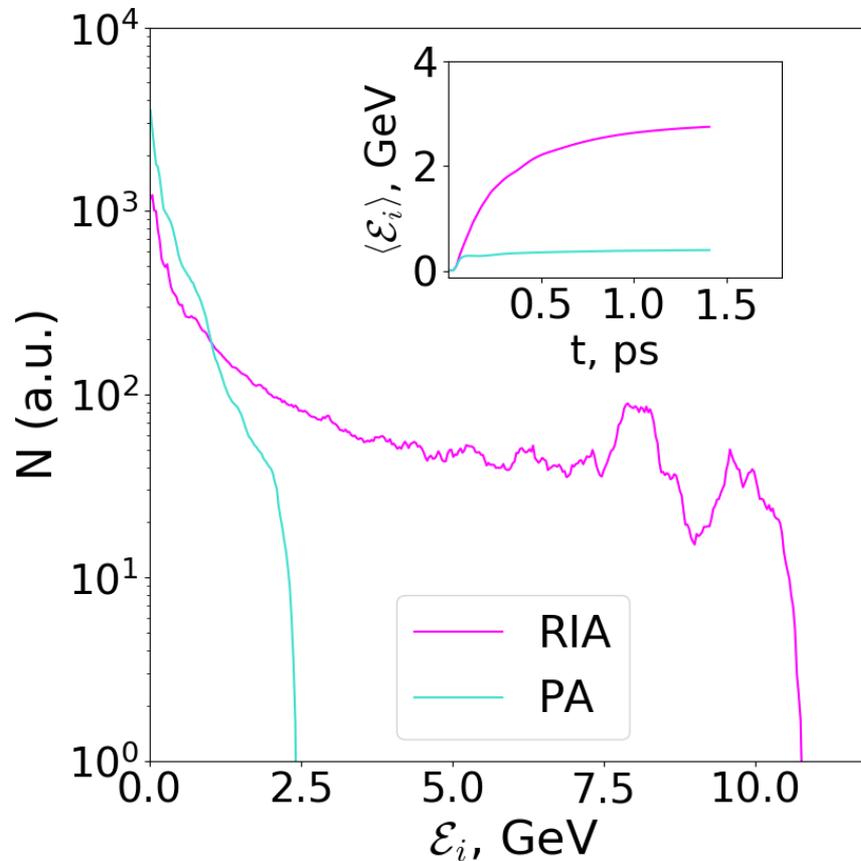
- Дифракция лазера:  $a_0$  падает со временем
- Пондермоторная сила выталкивает электроны в поперечном направлении и уменьшает  $\sigma_p$
- Зазор между электронным и ионным слоями уменьшает ускоряющую силу

**Возможное решение:** увеличить  $\sigma_0$ , чтобы избежать полного разделения зарядов и сделать  $t_{bd}$  меньше времени дифракции (но  $\sigma_0 < \sigma_{opaque}$ )

$$\tau_{bd} = \frac{\mu a_0^4 T}{2\sigma_0}$$

$$\epsilon_{i,max}^{(RIA)} \sim \sigma_0 \tau_{bd} \quad 23$$

# Многомерные эффекты



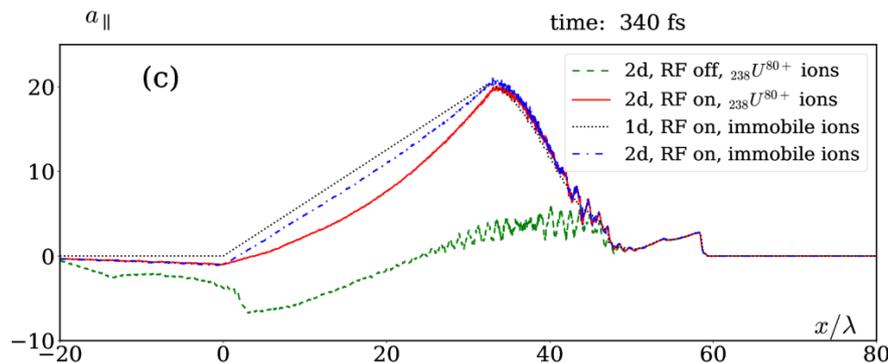
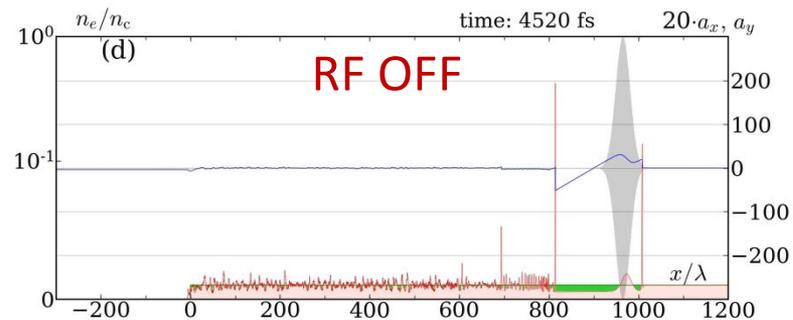
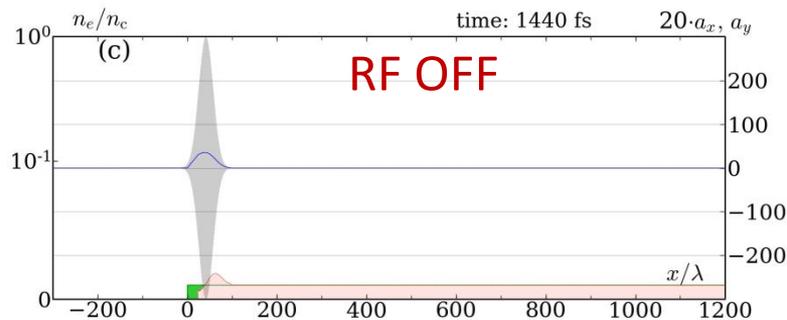
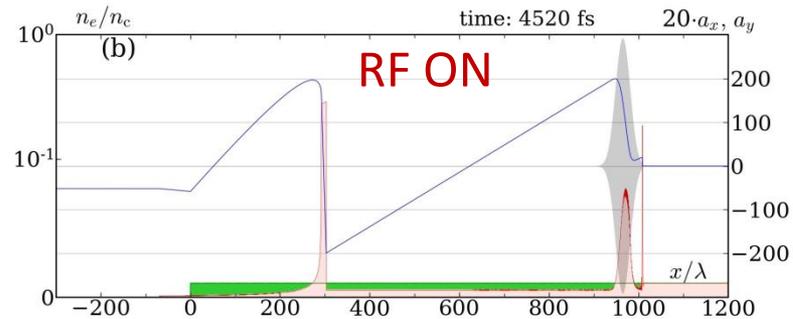
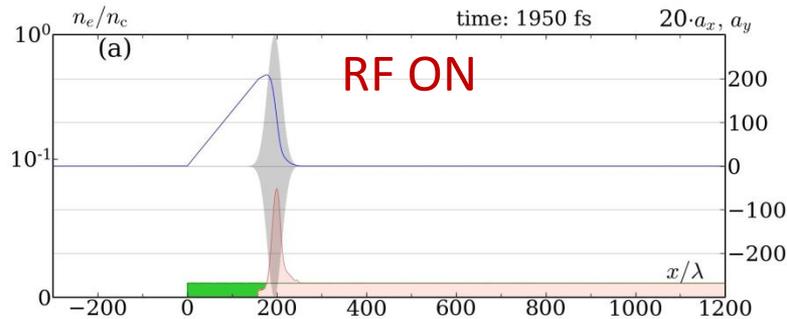
$a_0 = 600$  ( $I \approx 10^{24} \text{ W cm}^{-2}$ ), CP,  
FWHM 30 fs,  $n = 16 n_c$ ,  $w = 6\lambda$ ,  $d = \lambda = 1 \mu\text{m}$

# Толстая мишень: продольные плазменные волны

$I \sim 2.5 \cdot 10^{23} \frac{W}{cm^2}$  ( $a_0 = 300$ ), CP, FWHM 125 fs,  
 $n = 0.01n_c$ ,  $\lambda = 1 \mu m$ , неподвижные ионы

E. Gelfer, N. Elkina, A. Fedotov, *Scientific Reports* **8**, 6478 (2018)

E.G. Gelfer, A.M. Fedotov, S. Weber, *PPCF* **60**, 064005 (2018)



# Толстая мишень: продольные плазменные волны

РТ механизм

$$\tau \sim \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{\mu T}{\tilde{n}}} a_0^2$$

$$a_{\parallel} \sim \sqrt{\mu \tilde{n} T} a_0^2$$

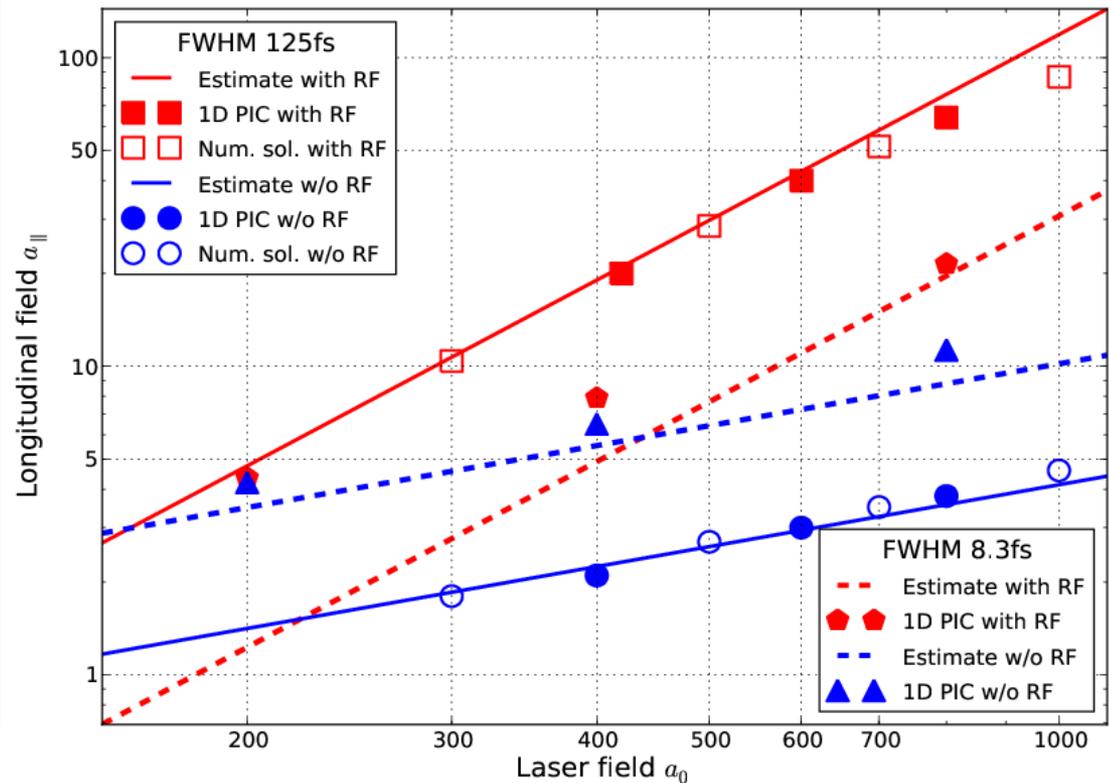
Пондермоторный механизм

$$\tau \sim \frac{1}{\omega} \left( \frac{a_0}{\tilde{n} \sqrt{T}} \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$a_{\parallel} \sim a_0^{\frac{2}{3}} \left( \frac{\tilde{n}}{T} \right)^{\frac{1}{3}}$$

E. Gelfer, N. Elkina, A. Fedotov, *Scientific Reports* 8, 6478 (2018)

$\lambda = 1 \mu\text{m}$ ,  $\tilde{n} = 0.01$ , circular polarization



РТ доминирует:

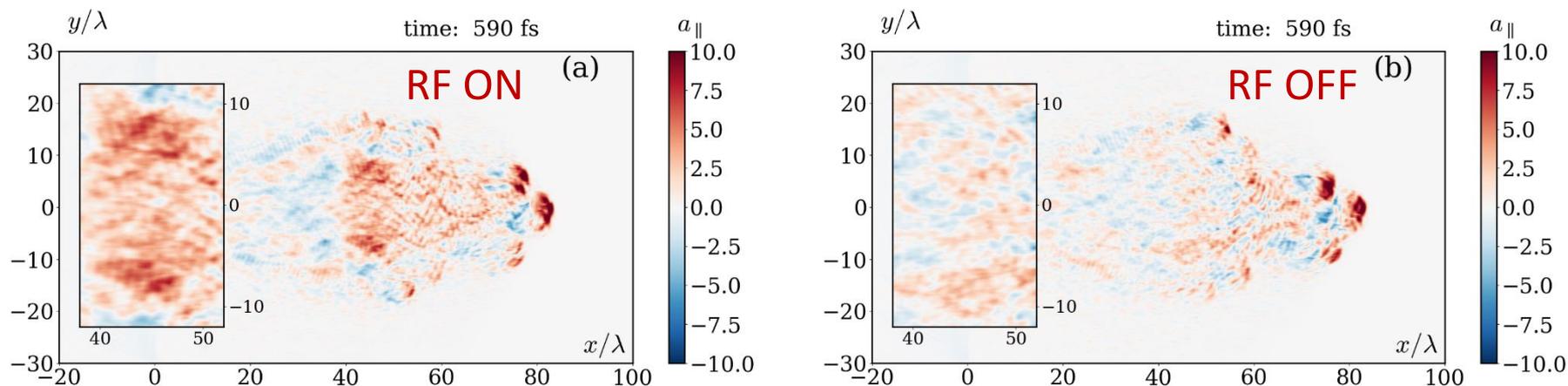
$$\mu^3 \tilde{n} T^5 a_0^8 \gtrsim 1$$

$$\mu = \frac{\omega r_e}{c}, \quad T = \omega t_{\text{pulse}}, \quad \tilde{n} = \frac{n}{n_c}$$

# Толстая мишень: продольные плазменные волны

E.G. Gelfer, A.M. Fedotov, S. Weber, *PPCF* **60**, 064005 (2018)

$I = 1.7 \cdot 10^{23} \text{ W/cm}^2$ , FWHM 150 fs,  $w \approx 2\lambda$ ,  $n = n_c$ ,  ${}^{238}_{92}\text{U}^{80+}$  ions,  $P_{tot} \approx 10 \text{ PW}$



продольное электрическое поле

## Заключение

- Мы исследовали два возможных механизма ускорения тонкой прозрачной пленки сверхинтенсивным лазерным импульсом: радиационно индуцированный (RIA) и пондермоторный (РА).
- В ультрарелятивистском случае RIA существенно эффективнее (в смысле максимальной/средней энергии ионов) РА и других механизмов ускорения (LS) из-за более сильной зависимости энергии ионов от  $a_0$  [ $a_0^4$ ]. Одномерная модель, в рамках которой получена эта зависимость, прекрасно согласуется с численными расчетами.
- Квантовые поправки относительно невелики и не растут при увеличении интенсивности лазера.
- Многомерные эффекты ограничивают эффективность RIA по сравнению с одномерной моделью. Тем не менее, эффект остается существенным и в многомерных расчетах.