

**О качестве пространственной фокусировки
мощных лазерных импульсов
после нелинейной компрессии CafCA**

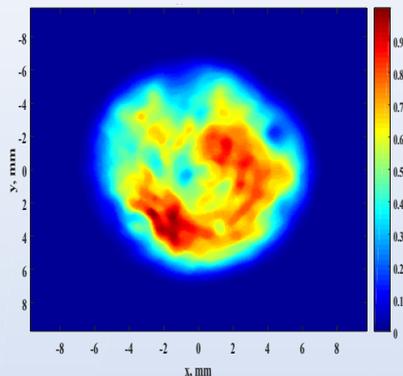
*М. Мартьянов, С. Миронов, М. Стародубцев, А. Соловьев,
А. Кочетков, В. Гинзбург, А. Шайкин, Е. Хазанов*

**Институт прикладной физики РАН,
Нижний Новгород, 2021**

Применение сверхмощных лазерных импульсов — фокусировка в мишень.

⇒ Нужен плоский фазовый фронт

Плотность энергии $W(r)$
реального пучка



Пример экспериментального распределения $W(r)$ ближней зоны пучка лазерной установки PERL, 30 J / 50 fs

Основная проблема применения метода нелинейной компрессии CafCA возникает при пространственной фокусировке:

Нелинейный фазовый фронт ~ распределение интенсивности!

$$\varphi(t, \vec{r}_\perp) \sim |E(t, \vec{r}_\perp)|^2$$



⇒ При больших V-интегралах (10-20) очень плохая фокусировка!

поле $E(t, \vec{r}_\perp) \iff S(t, \vec{r}_\perp)$ спектр

интенсивность $I(t, \vec{r}_\perp) = |E(t, \vec{r}_\perp)|^2$

мощность $P(t) = \int I(t, \vec{r}_\perp) d^2 \vec{r}_\perp$

плотность энергии $W(\vec{r}_\perp) = \int I(t, \vec{r}_\perp) dt$

Фаза поля $\varphi(t, \vec{r}_\perp)$ больше не раскладывается на сумму $\varphi_1(t) + \varphi_2(\vec{r}_\perp)$,
время и пространство завязаны!

Фазовый корректор $\varphi_{\text{corr}}(\vec{r}_\perp)$ не может обеспечить одинаково хорошую коррекцию всех временных сечений импульса!

Нелинейная компрессия (CafCA / TFC / NPC ...)

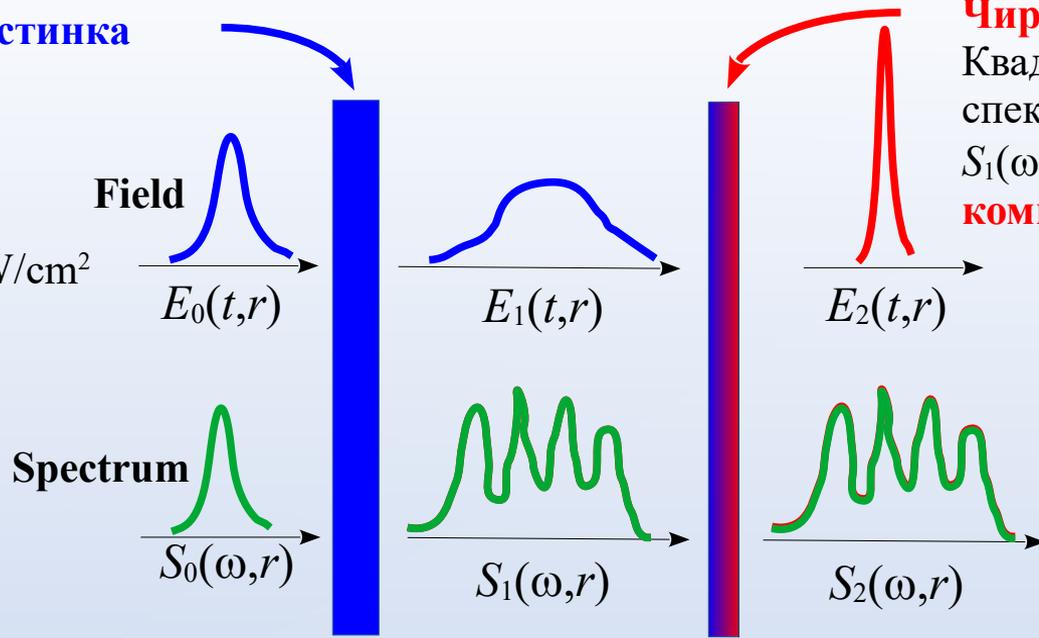
Тонкая нелинейная пластинка

$$n = n_0 + n_2 I \Rightarrow$$

фазовая самомодуляция

Интенсивность $I \sim 1-2 \text{ TW/cm}^2$

B -интеграл $\sim 10-20$



Чирп-зеркала,

Квадратичная коррекция
спектральной фазы

$$S_1(\omega,r) = S_0(\omega,r) \cdot \exp(i\beta\omega^2/2) \Rightarrow$$

компрессия импульса

diffraction
(self-focusing)

dispersion
(stretching / compression)

self-phase modulation
(spectral broadening)

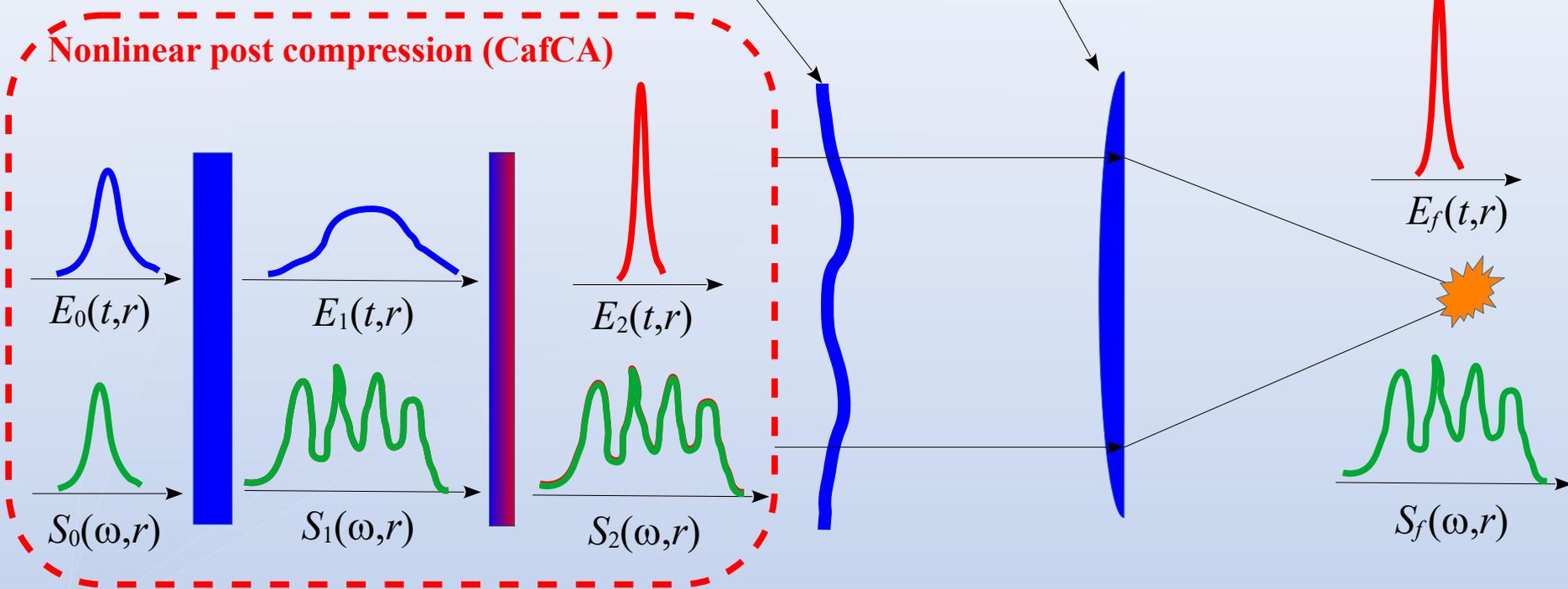
envelope front
steepening

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{u_{gr}} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{i}{2k_0} \Delta_{\perp} U - \left(i \frac{k_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - i \frac{k_3}{6} \frac{\partial^3}{\partial t^3} + \dots \right) \right) U = -i\gamma \left(|U|^2 U - \frac{2i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} (|U|^2 U) \right)$$

СafСА и дальнейшая фокусировка. Необходимость коррекции пространственной фазы

Адаптивное зеркало, профиль $h(r)$,
коррекция пространственной фазы
 $S_3(\omega, r) = S_2(\omega, r) \cdot \exp(ikh(r))$

Идеальная фокусирующая оптика
 $S_f(\omega, r) = 1/(\lambda f) \cdot \int S_3(\omega, r) \cdot \exp(ikrx/f) d^2x$

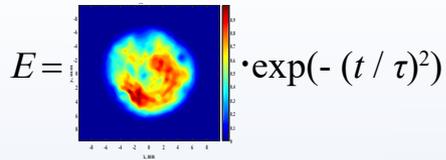


Откуда взять пространственную фазу для коррекции фокусировки?

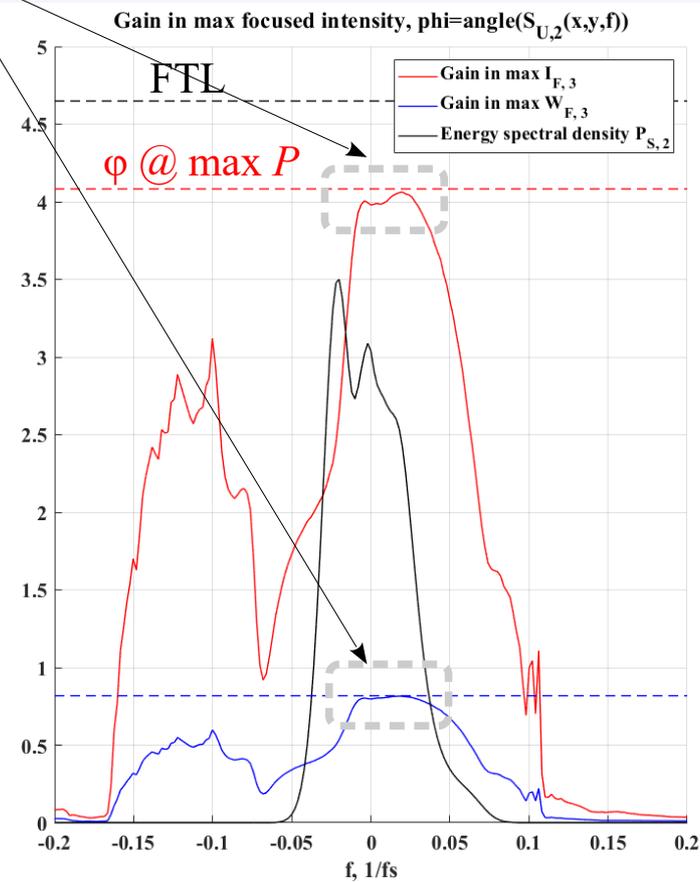
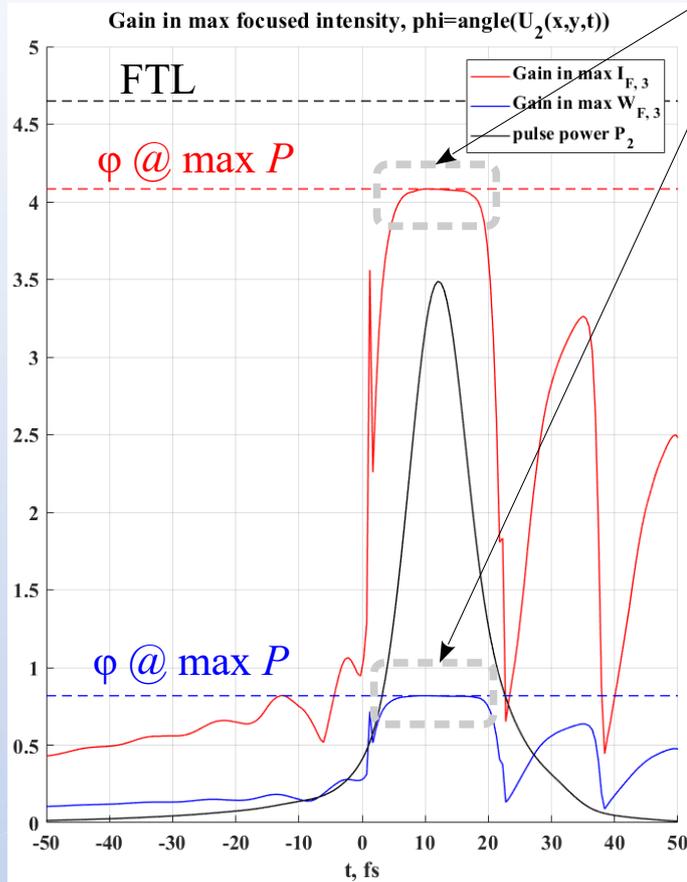
Выбор соответствующего профиля адаптивного зеркала $h(\mathbf{r})$ - наиболее непонятная и креативная часть. Откуда его брать? Есть несколько разумных стратегий:

1. Из фазы поля в момент времени $t = t_m$, где полная мощность компрессированного импульса $P(t)$ максимальна:
 $\varphi(\mathbf{r}) = \text{angle}(U(t_m, \mathbf{r}))$ - **в эксперименте нереализуемо**, но предполагается, что это «идеальный» случай (интуитивно понятно, что нужно оптимально сфокусировать временной слой с максимальной энергией для достижения максимума интенсивности в фокусе)
2. Из фазы спектра, взятого в узком частотном интервале $S(\omega)$ в окрестности центральной частоты:
 $\varphi(\mathbf{r}) = \text{angle}(S(\omega_0, \mathbf{r}))$ - **можно реализовать экспериментально!**
3. Из оценки B -интеграла и распределения пучка $W(\mathbf{r})$:
 $\varphi(\mathbf{r}) = B \cdot W(\mathbf{r})/W_{\max}$ - **можно реализовать экспериментально!**
4. Из измерений фазы датчиком Шака-Гартмана («средняя по времени» фаза): - **можно реализовать экспериментально!**
сигнал идеального сенсора: $\langle \nabla \phi(\vec{r}_\perp) \rangle = \frac{\int \nabla \phi(t, \vec{r}_\perp) I(t, \vec{r}_\perp) dt}{\int I(t, \vec{r}_\perp) dt} \Leftrightarrow \langle \nabla \phi(\vec{r}_\perp) \rangle = \frac{\int \nabla \psi(\omega, \vec{r}_\perp) |S(\omega, \vec{r}_\perp)|^2 d\omega}{\int |S(\omega, \vec{r}_\perp)|^2 d\omega}$
5. Можно попробовать применить коэффициент коррекции Q к двум последним методам:
 $\varphi(\mathbf{r}) \rightarrow Q \cdot \varphi(\mathbf{r})$ - **возможность эмпирической оптимизации**

Моделирование 3D : 50fs, 910nm, Quartz, $I_{\text{peak}} = 2 \text{ Tw/cm}^2$, $B = 20$, $L = 5.9\text{mm}$



С такой пространственной фазой осуществляется наилучшая фокусировка, как по интенсивности, так и по Штрелю



Выигрыш в максимуме фокальной интенсивности в зависимости от эмпирического поправочного коэффициента Q для двух методов:

- фаза из “В-интеграла”

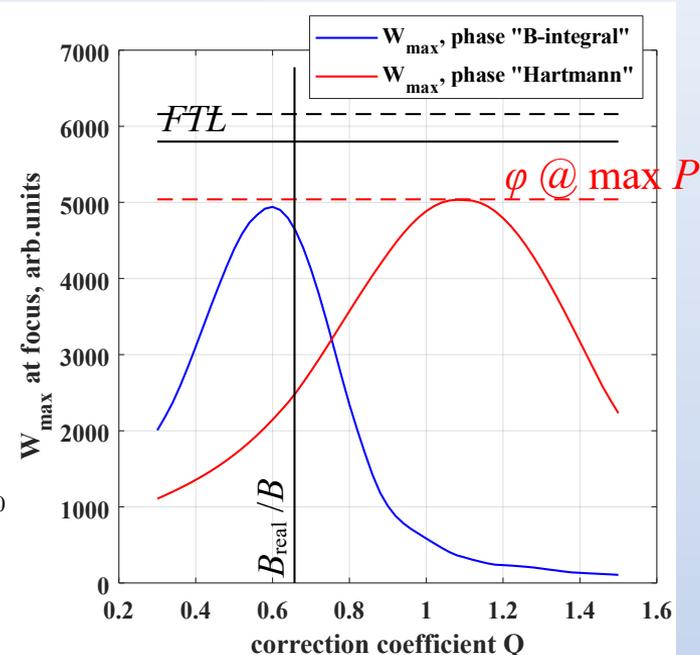
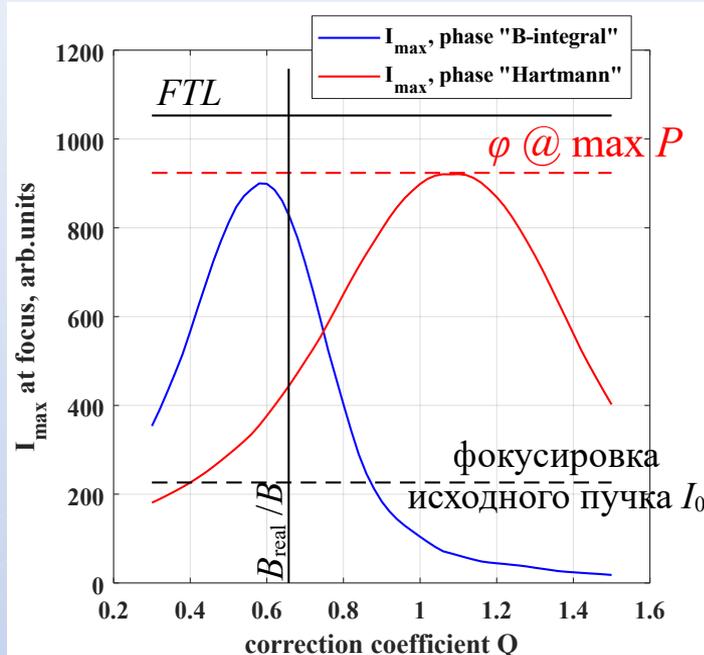
$$\varphi(r) = Q \cdot B \cdot W(r) / W_{\max}$$

- «средняя» по импульсу фаза датчика Шака-Гартмана

$$\varphi(r) = Q \cdot \varphi_{\text{Sh-H}}(r)$$

Фаза по В-интегралу дает неправильную оценку фазы и нуждается в существенной эмперической коррекции при помощи коэффициента Q

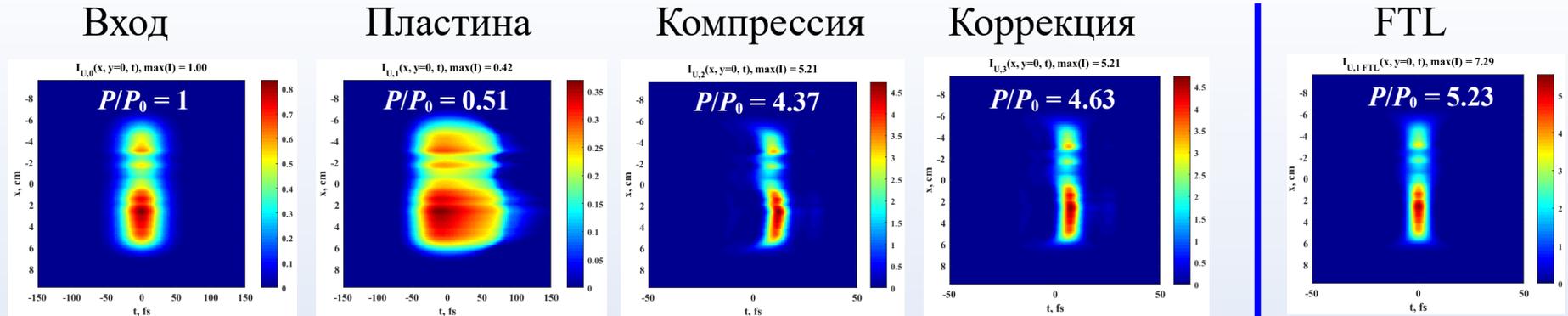
Датчик Шака-Гартмана дает практически правильную оценку фазы. Введение поправочного эмпирического коэффициента улучшает ситуацию лишь незначительно



Моделирование 3D : 50fs, 910nm, Quartz, $I_{\text{peak}} = 2 \text{ Tw/cm}^2$, $B = 20$, $L = 5.9\text{mm}$

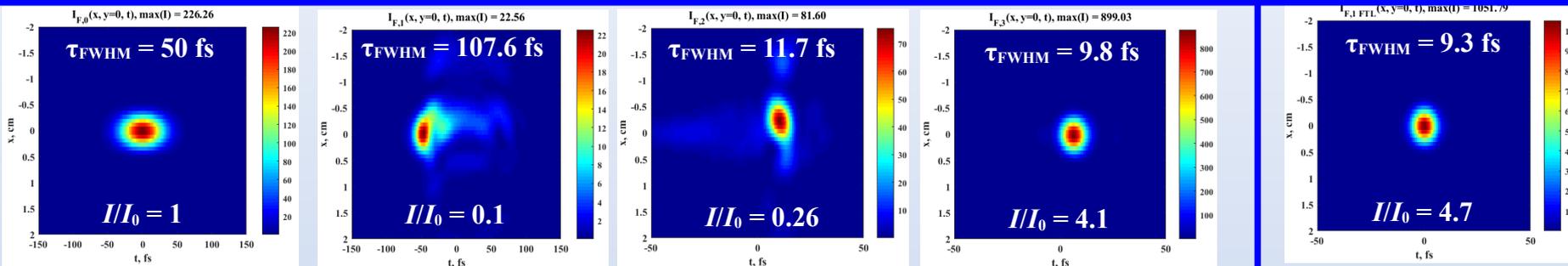
Ближняя зона

$I(x, y=0, t)$

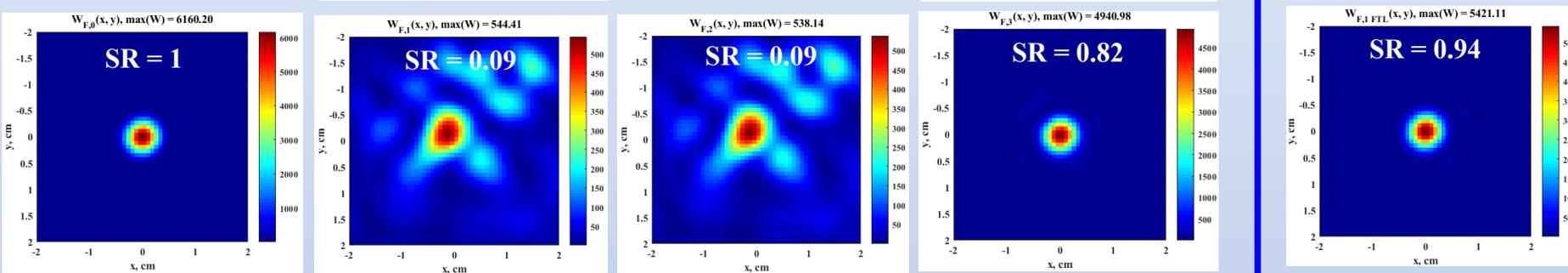


Дальняя зона
(в фокусе)

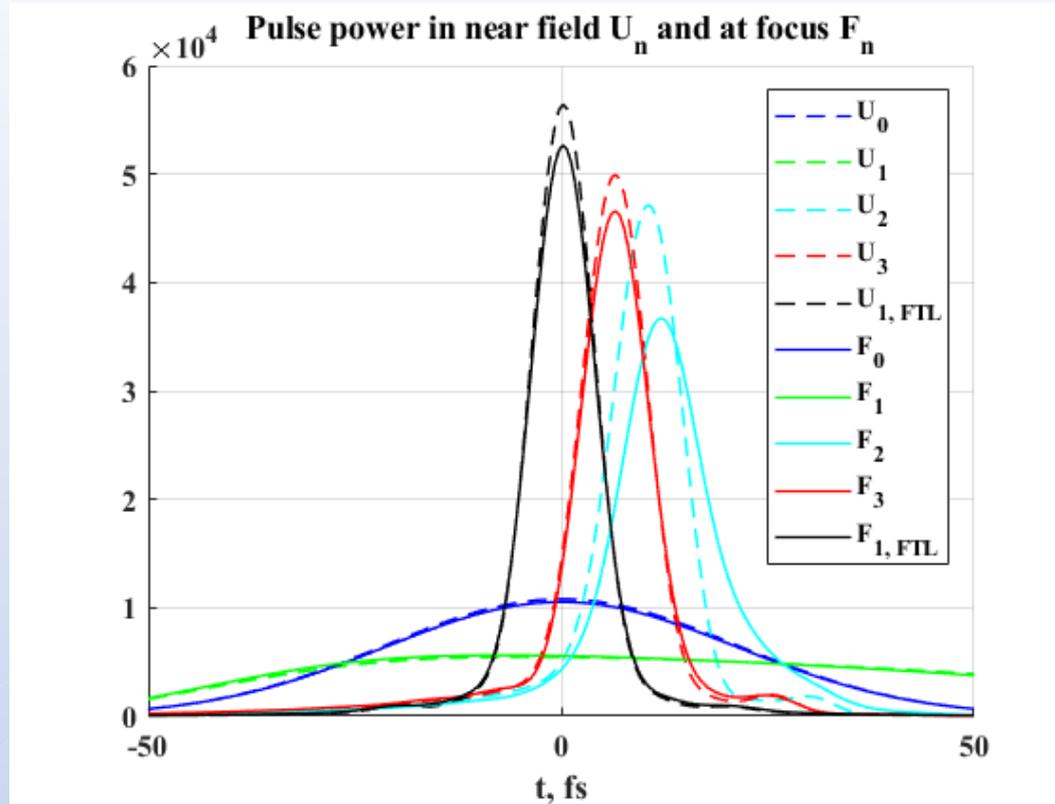
$I(x, y=0, t)$



$W(x, y)$



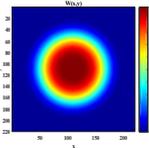
Моделирование 3D : 50fs, 910nm, Quarz, $I_{\text{peak}} = 2 \text{ Tw/cm}^2$, $B = 20$, $L = 5.9\text{mm}$



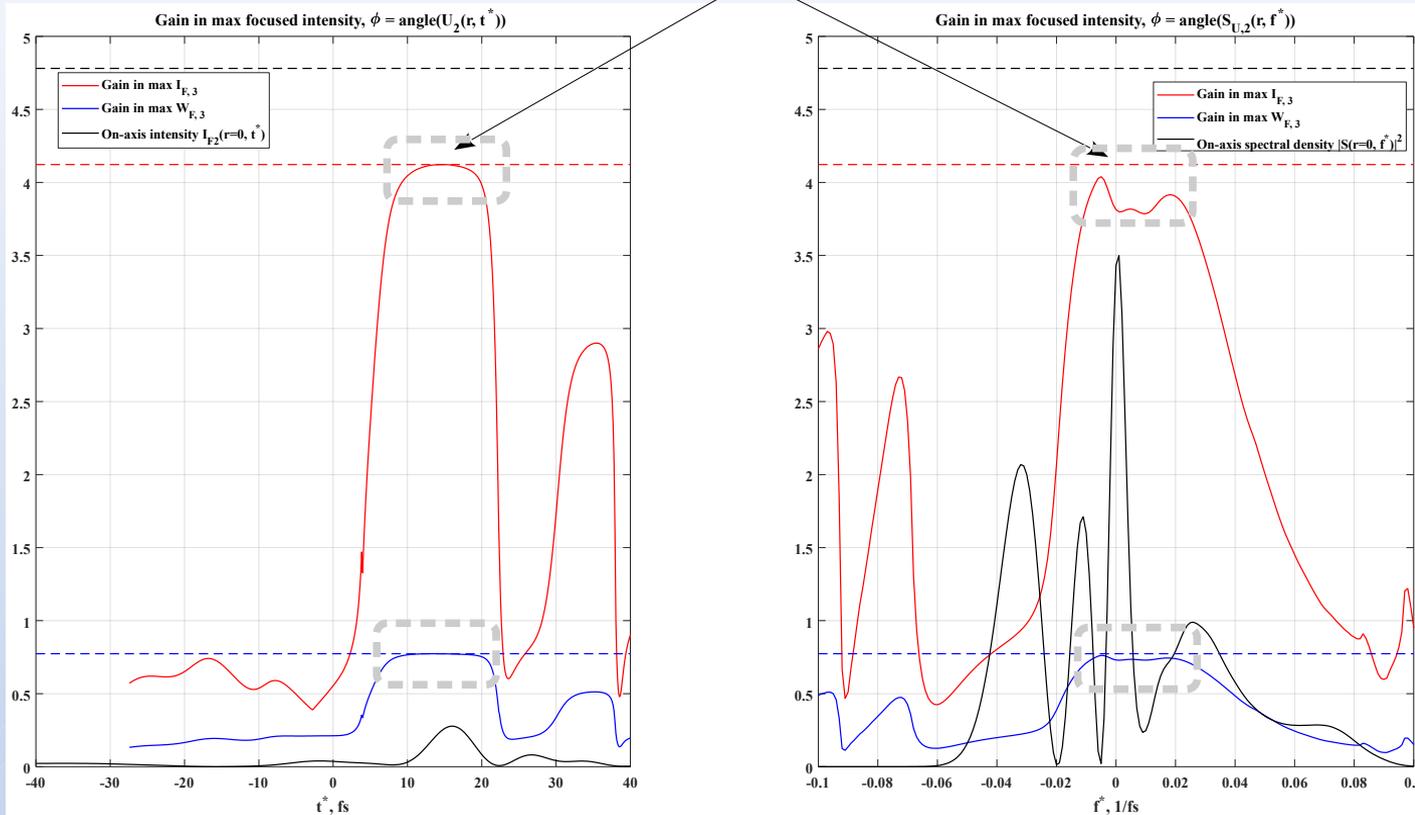
Моделирование 3D : 50fs, 910nm, Quarz, $I_{\text{peak}} = 2 \text{ Tw/cm}^2$, $B = 20$, $L = 5.9\text{mm}$

	Ближ.зона	В фокусе		
		max pulse power $P(t)$	max pulse intensity $I(t,r)$	max flux $W(r)$, Strehl ratio
Входной импульс	1	1	1	1
После пластинки	0.507	0.534	0.100	0.088
После компрессии	4.37	3.49	0.261	0.087
FTL, $U = \text{FFT}(\text{abs}(S))$	5.23	5.00	4.65	0.940
Выбор пространственной фазы:				
Фаза из $t = t_m$, $\max P(t)$	4.63	4.43	4.08	0.818
Фаза из $\omega = 0$, $S(\omega)$	4.64	4.38	3.99	0.800
Фаза из “ B -интеграла”	4.74	3.53	0.460	0.095
Фаза из “ B -интеграла”, коррекция $Q = 0.58$	4.64	4.43	3.98	0.798
Фаза из датчика Шака-Гартмана	4.61	4.44	3.97	0.793
Фаза из датчика Шака-Гартмана, коррекция $Q = 1.1$	4.64	4.42	4.07	0.817

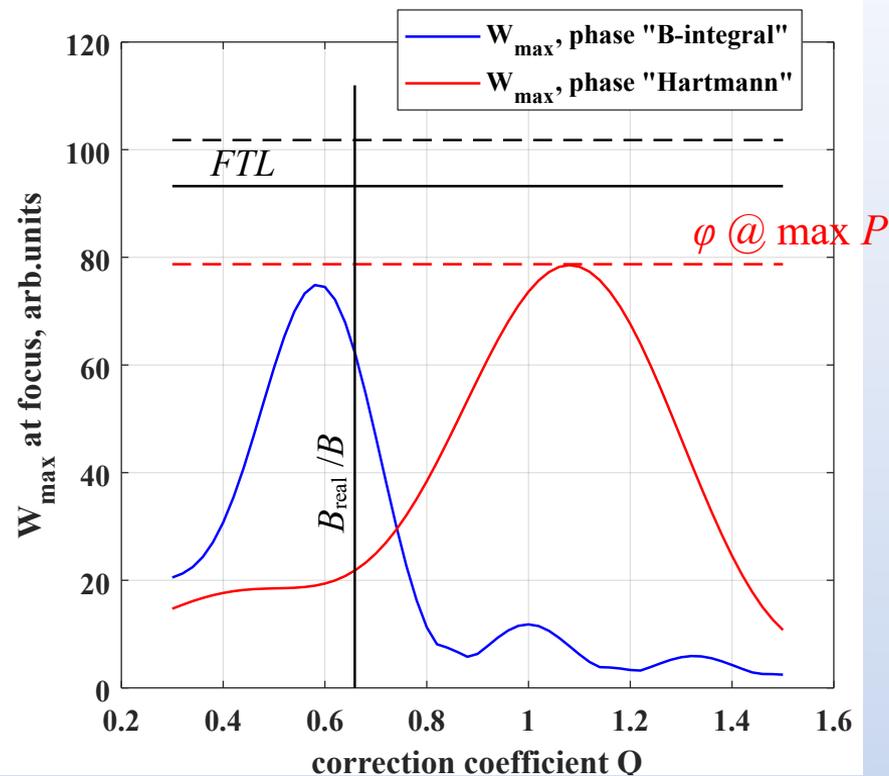
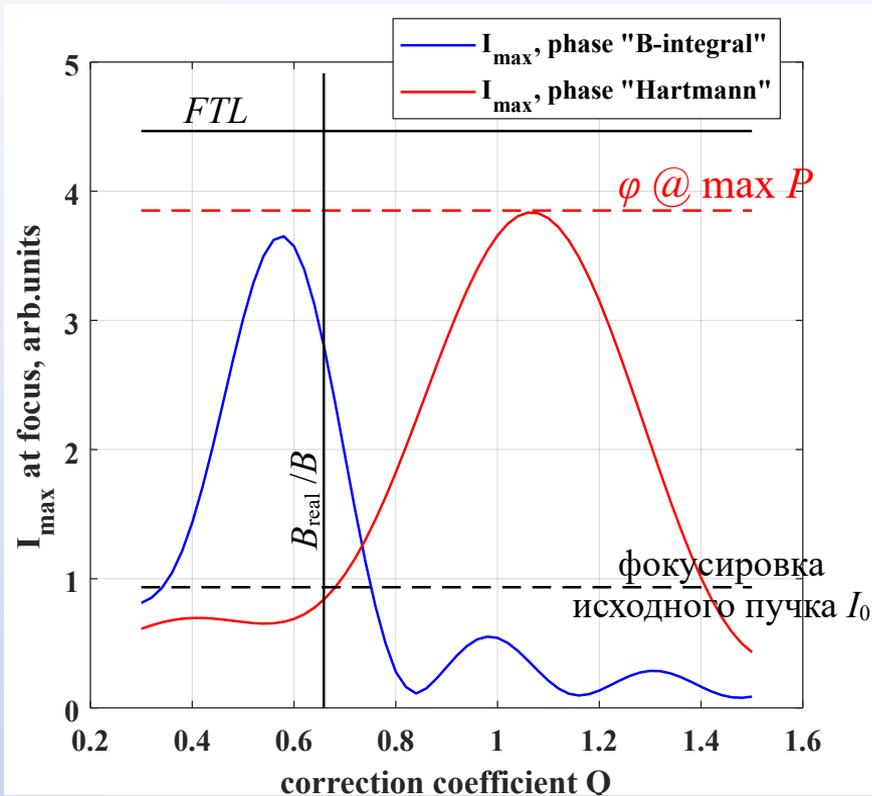
Моделирование 2D : 50fs, 910nm, Quarz, **SuperGaussian** $I \sim \exp(-(\mathbf{r}/a)^4)$, $I_{\text{peak}} = 2 \text{ Tw/cm}^2$, $B = 20$, $L = 5.9\text{mm}$

$E =$  $\cdot \exp(- (t / \tau)^2)$

С такой пространственной фазой осуществляется наилучшая фокусировка, как по интенсивности, так и по Штрелю



Моделирование 2D : 50fs, 910nm, Quarz,
 SuperGaussian $W \sim \exp(-(r/a)^4)$, $I_{\text{peak}} = 2 \text{ Tw/cm}^2$, $B = 20$, $L = 5.9\text{mm}$

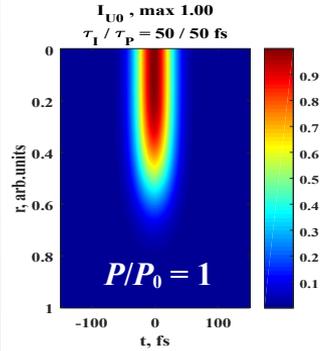


Моделирование 2D : 50fs, 910nm, Quarz, SuperGaussian $I \sim \exp(-(r/a)^4)$, $I_{\text{peak}} = 2 \text{ Tw/cm}^2$, $B = 20$, $L = 5.9 \text{ mm}$

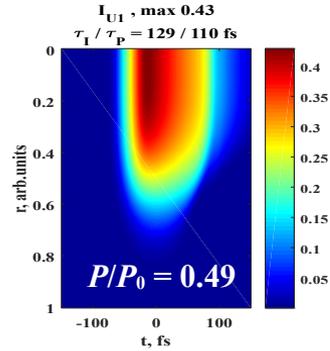
БЛИЖНЯЯ
зона

$I(x, y=0, t)$

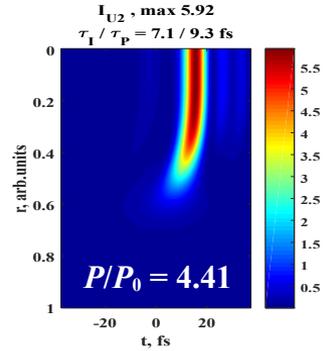
Вход



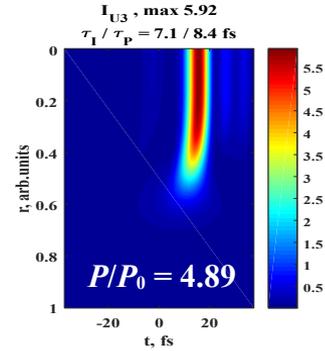
Пластина



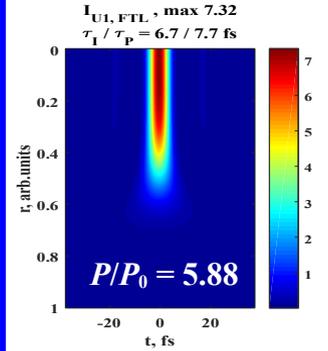
Компрессия



Коррекция

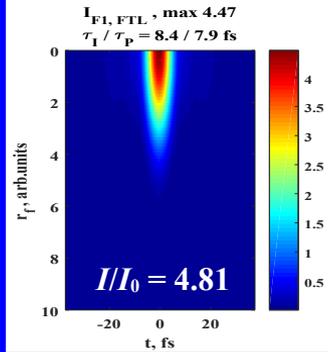
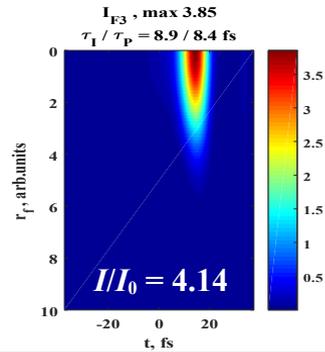
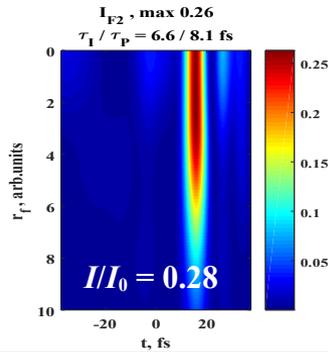
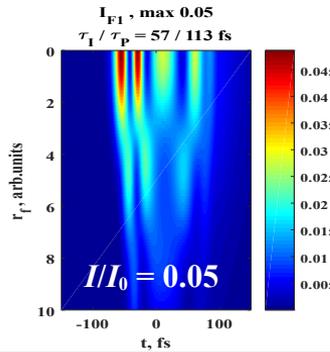
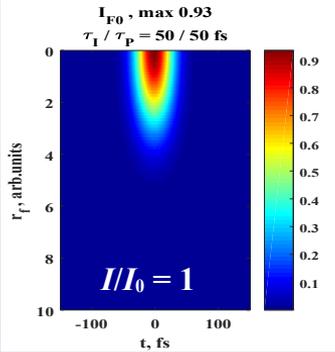


FTL

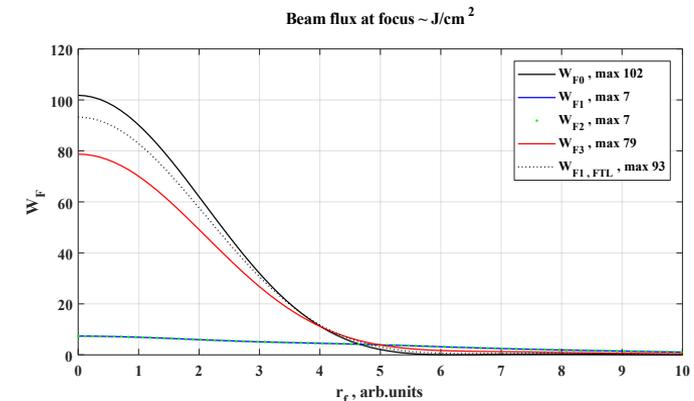
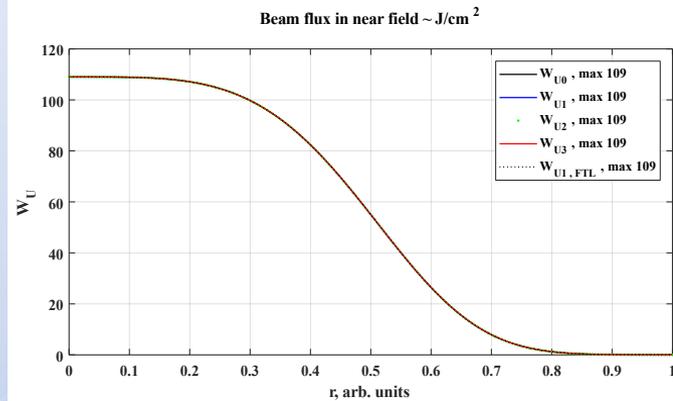
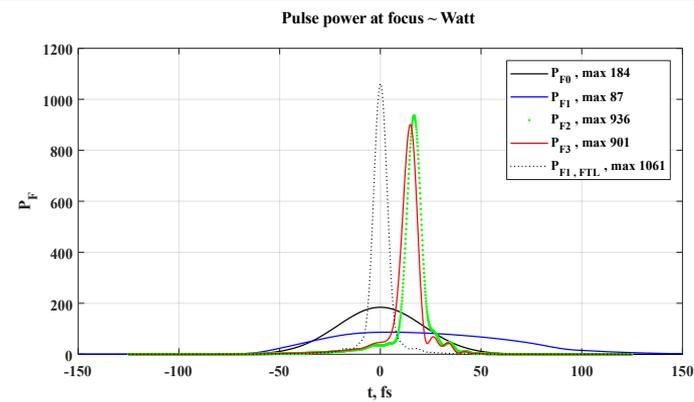
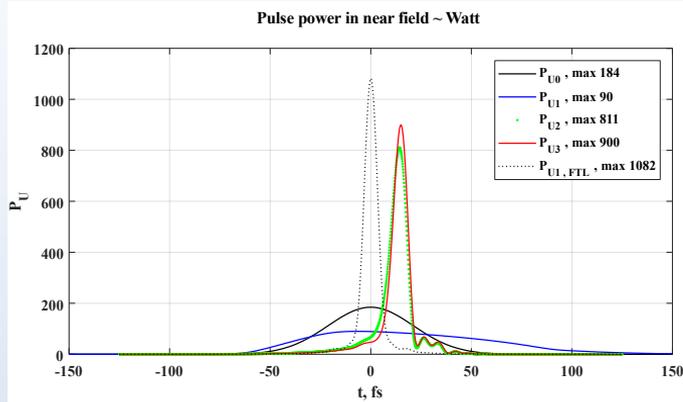


Дальняя зона
(в фокусе)

$I(x, y=0, t)$



Моделирование 2D : 50fs, 910nm, Quarz, SuperGaussian $I \sim \exp(-(r/a)^4)$, $I_{\text{peak}} = 2 \text{ Tw/cm}^2$, $B = 20$, $L = 5.9\text{mm}$



Моделирование 2D : 50fs, 910nm, Quarz,
SuperGaussian $I \sim \exp(-(r/a)^4)$, $I_{\text{peak}} = 2 \text{ Tw/cm}^2$, $B = 20$, $L = 5.9\text{mm}$

	Ближ.зона	В фокусе		
	max pulse power $P(t)$	max pulse power $P(t)$	max pulse intensity $I(t,r)$	max flux $W(r)$, Strehl ratio
Входной импульс	1	1	1	1
После пластинки	0.489	0.473	0.054	0.069
После компрессии	4.41	5.09	0.280	0.069
FTL, $U = \text{FFT}(\text{abs}(S))$	5.88	5.77	4.81	0.912
Выбор пространственной фазы:				
Фаза из $t = t_m$, $\max P(t)$	4.89	4.90	4.14	0.775
Фаза из $\omega = 0$, $S(\omega)$	4.74	4.88	4.05	0.741
Фаза из “ B -интеграла”	4.84	3.83	0.83	0.112
Фаза из “ B -интеграла”, коррекция $Q = 0.58$	4.74	4.83	3.62	0.735
Фаза из датчика Шака-Гартмана	4.71	4.85	4.08	0.732
Фаза из датчика Шака-Гартмана, коррекция $Q = 1.1$	4.74	4.82	4.12	0.774

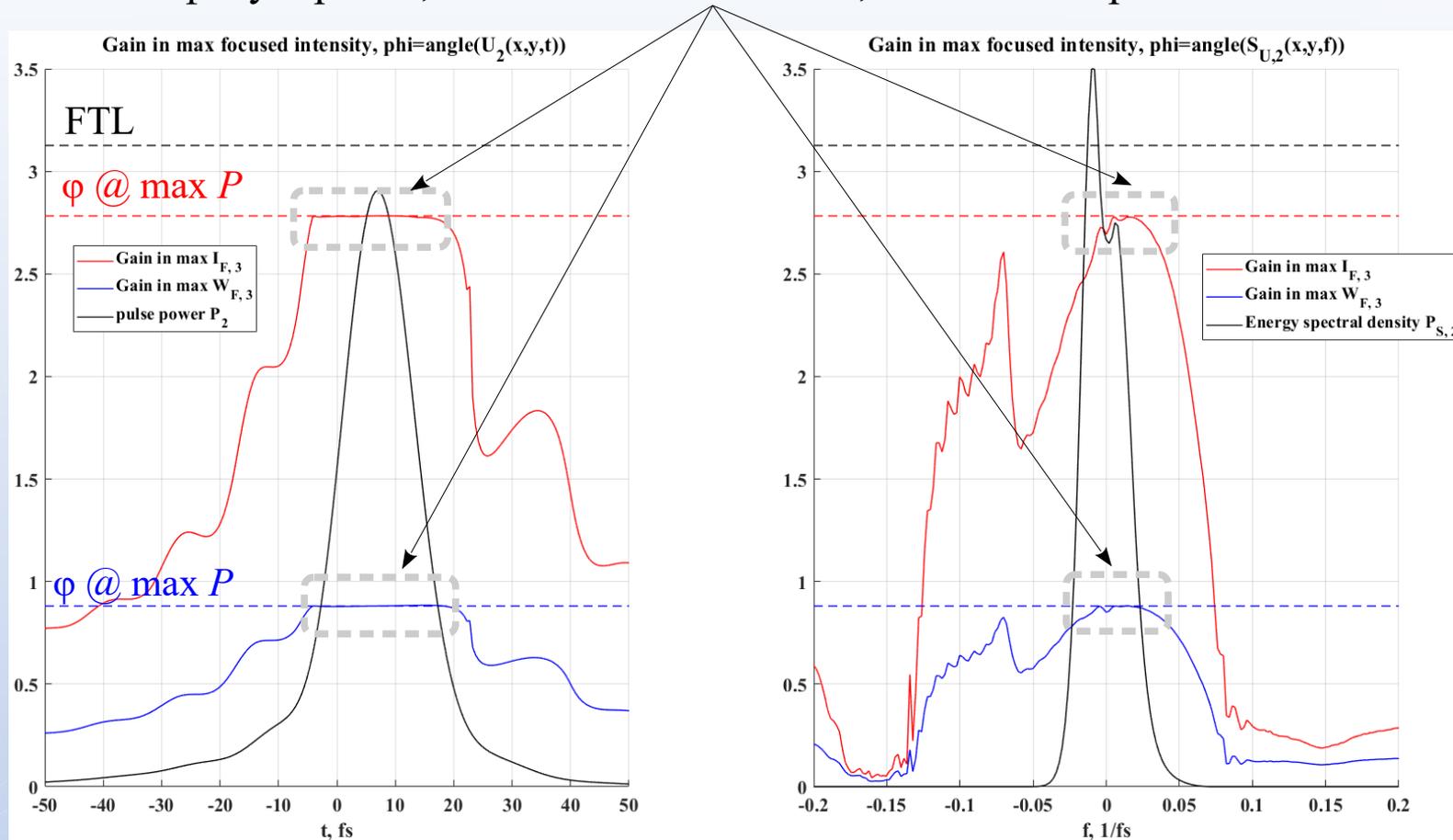
Выводы по результатам моделирования:

- Рассмотрены несколько стратегий выбора пространственной фазы для улучшения фокусировки после нелинейной компрессии CafCA.
- Среди рассмотренных стратегий есть несколько реализуемых экспериментально.
- Показано, что использование пространственного распределения спектральной фазы в узкой полосе частот в окрестности центра исходного спектра дает результат, близкий к оптимальному.
- Показано, что использование сигнала (пространственной фазы), генерируемой датчиком Шака-Гартмана также дает результат, близкий к оптимальному.

Спасибо за внимание!

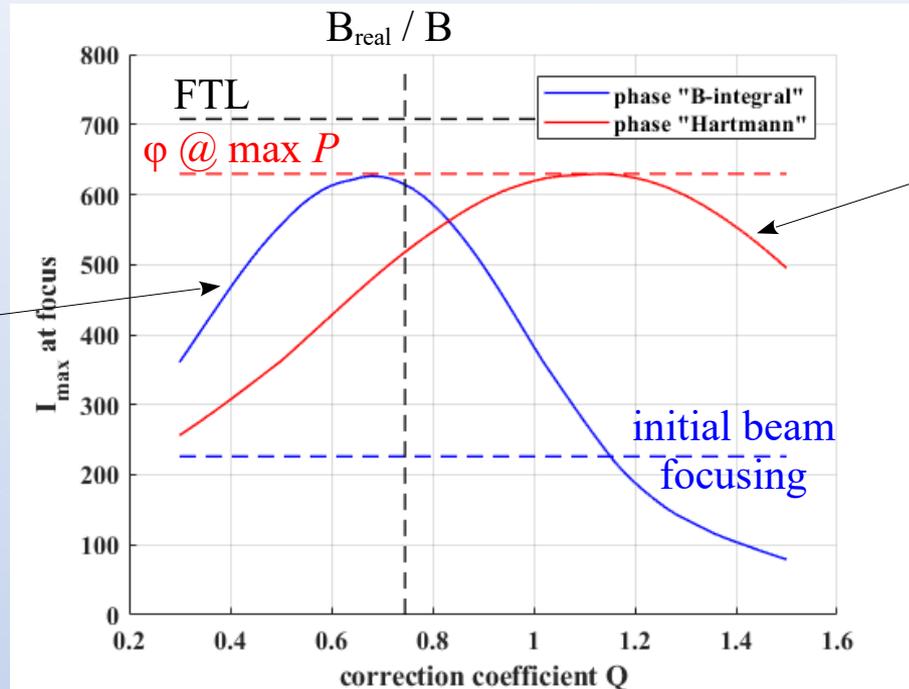
Моделирование : 50fs, 910nm, Quartz, $I_{\text{peak}} = 1 \text{ Tw/cm}^2$, $B = 10$, $L = 5.9\text{mm}$

С такой пространственной фазой осуществляется наилучшая фокусировка, как по интенсивности, так и по Штрелю



Gain in focused intensity w.r.t correction coefficient Q for two approaches:

- “B-integral phase” $\varphi(r) = Q \cdot B \cdot W(r)/W_{\text{max}}$
- Shack-Hartman “time average” phase $\varphi(r) = Q \cdot \varphi_{\text{Sh-H}}(r)$



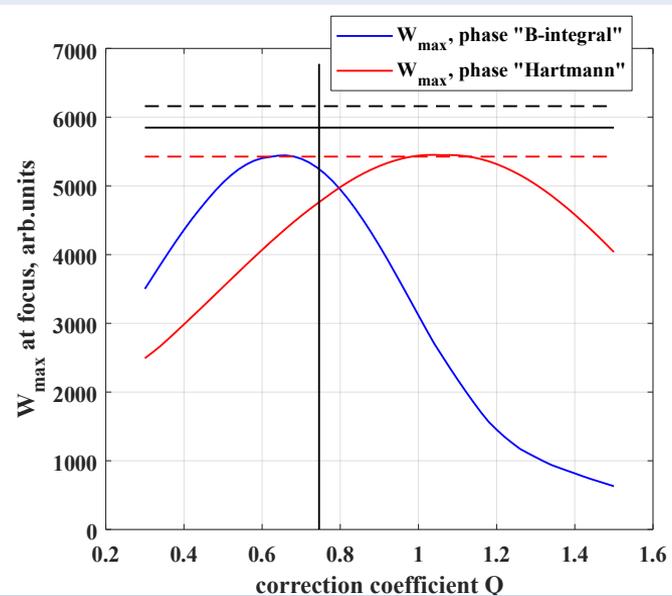
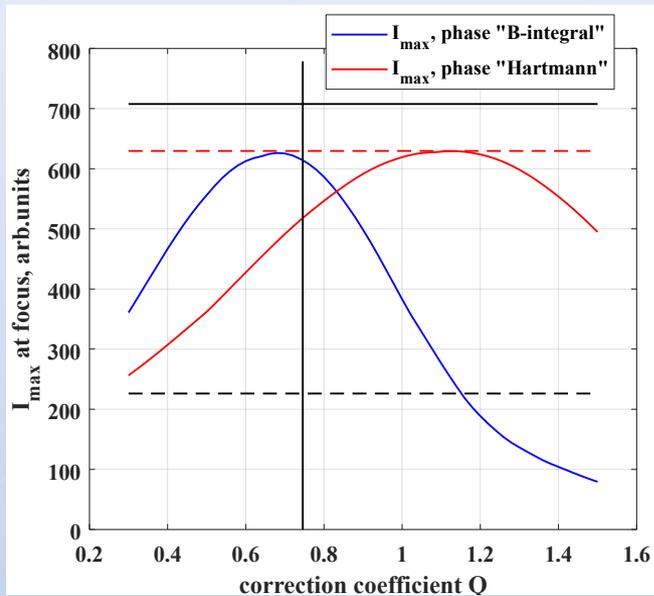
“B-integral phase” gives the wrong estimate in this particular example and focusing quality can be substantially improved with the correction coefficient applied

focusing with the phase @ $\max P(t_m)$

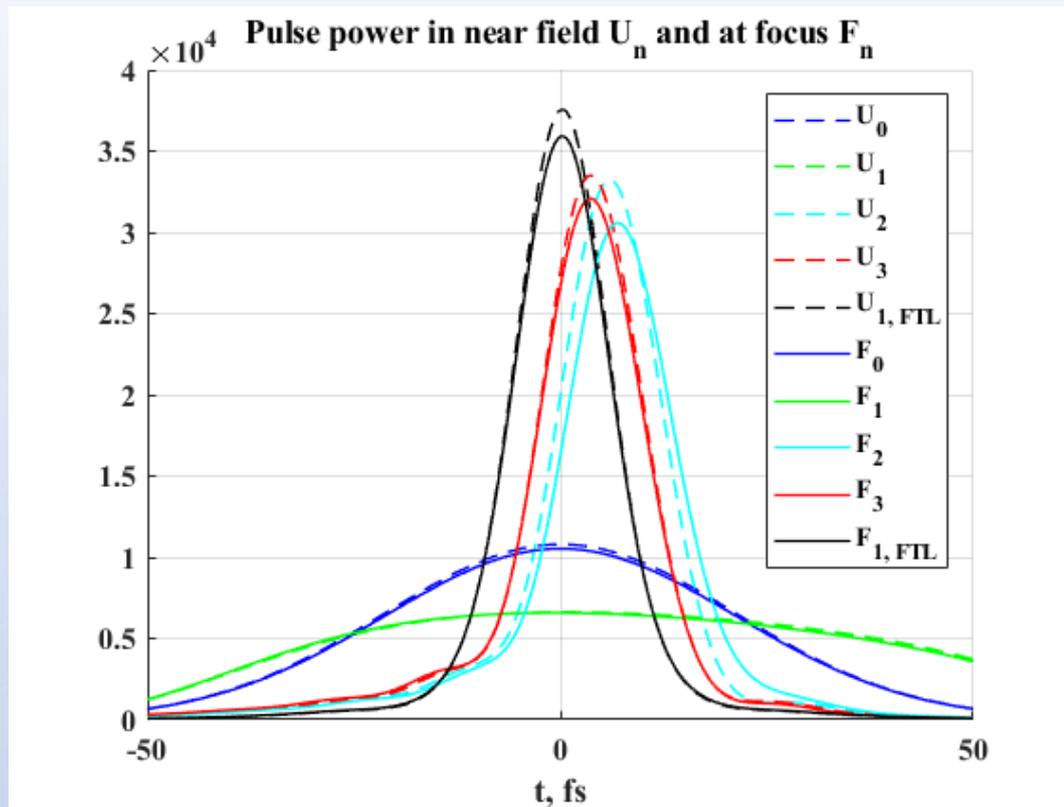
Shack-Hartmann sensor gives almost correct phase in this particular example

Application of the correction coefficient almost does not affect the focusing quality

Моделирование : 50fs, 910nm, Quartz, $I_{\text{peak}} = 1 \text{ Tw/cm}^2$, $B = 10$, $L = 5.9\text{mm}$



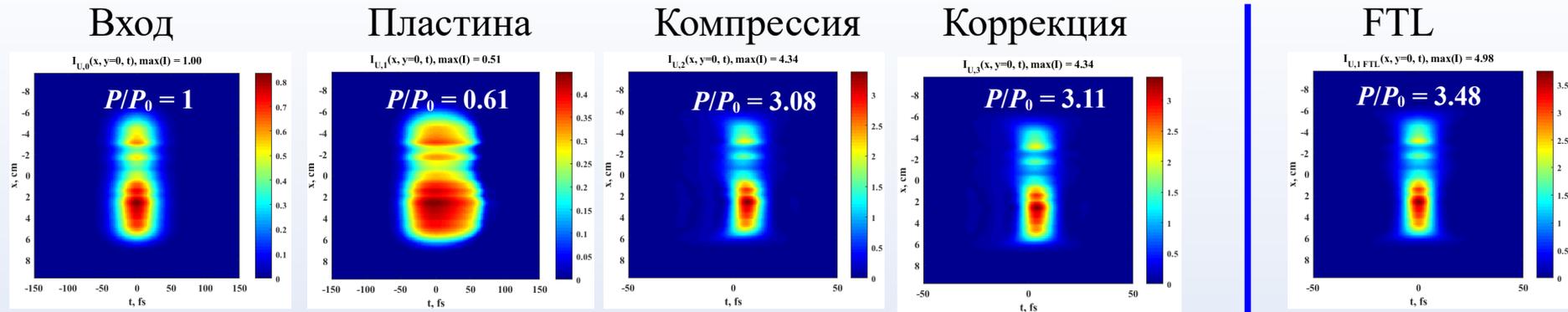
Моделирование : 50fs, 910nm, Quartz, $I_{\text{peak}} = 1 \text{ Tw/cm}^2$, $B = 10$, $L = 5.9\text{mm}$



Моделирование : 50fs, 910nm, Quartz, $I_{\text{peak}} = 1 \text{ Tw/cm}^2$, $B = 10$, $L = 5.9\text{mm}$

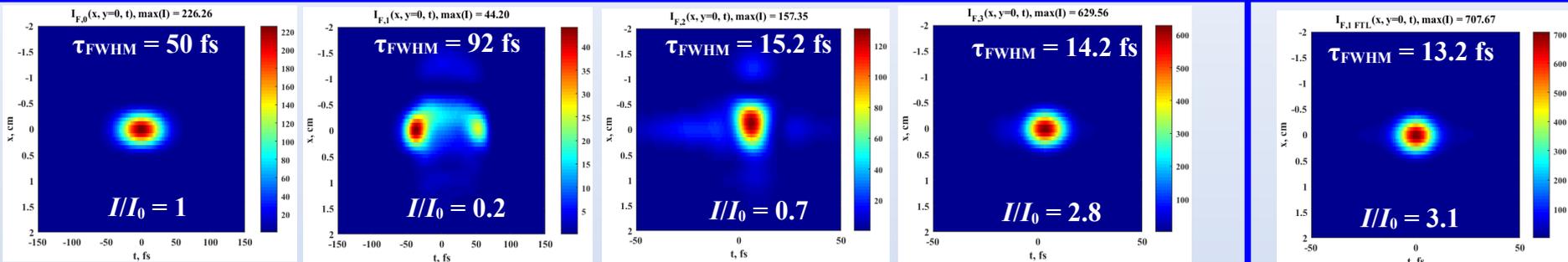
Ближняя зона

$I(x, y=0, t)$

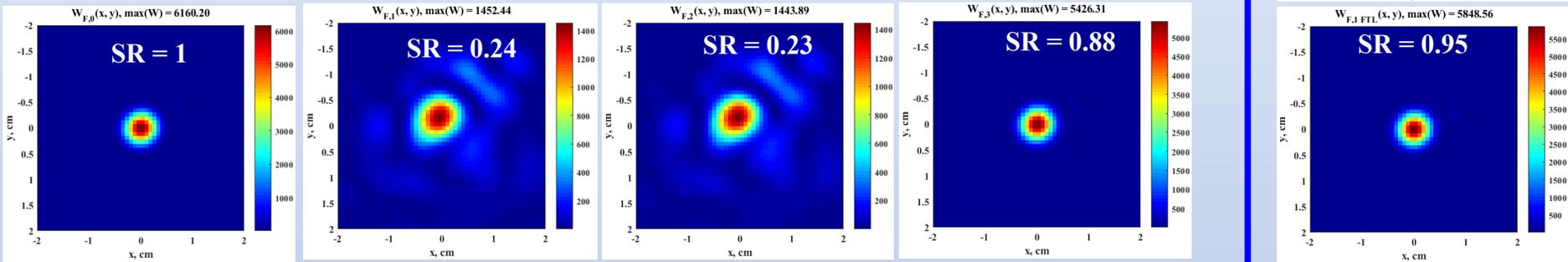


Дальняя зона
(в фокусе)

$I(x, y=0, t)$



$W(x, y)$



Моделирование : 50fs, 910nm, Quartz, $I_{\text{peak}} = 1 \text{ Tw/cm}^2$, $B = 10$, $L = 5.9\text{mm}$

	Ближ.зона	В фокусе		
		max pulse power $P(t)$	max pulse intensity $I(t,r)$	max flux $W(r)$, Strehl ratio
Входной импульс	1	1	1	1
После пластинки	0.614	0.625	0.195	0.236
После компрессии	3.08	2.91	0.695	0.234
FTL, $U = \text{FFT}(\text{abs}(S))$	3.48	3.42	3.13	0.949
Выбор пространственной фазы:				
Фаза из $t = t_m$, $\max P(t)$	3.11	3.05	2.78	0.881
Фаза из $\omega = 0$, $S(\omega)$	3.11	3.04	2.72	0.867
Фаза из “ B -интеграла”	3.11	2.96	1.69	0.506
Фаза из “ B -интеграла”, коррекция $Q = 0.58$	3.11	3.05	2.77	0.881
Фаза из датчика Шака-Гартмана	3.10	3.05	2.74	0.883
Фаза из датчика Шака-Гартмана, коррекция $Q = 1.1$	3.11	3.05	2.78	0.882

Описание коррекции волнового фронта и фокусировки в пределе длинных и коротких импульсов

$$E(t, \vec{r}_\perp) = U(t, \vec{r}_\perp) e^{i\omega_0 t}$$

Коррекция волнового фронта:

$$S(\omega, \vec{r}_\perp) \rightarrow S(\omega, \vec{r}_\perp) e^{ikh(\vec{r}_\perp)}$$

$$h(\vec{r}_\perp) = c\tau(\vec{r}_\perp)$$

Для коротких импульсов:

$$U(t, \vec{r}_\perp) \rightarrow U(t + \tau(\vec{r}_\perp), \vec{r}_\perp) e^{i\omega_0 \tau(\vec{r}_\perp)}$$

Для длинных импульсов:

$$U(t, \vec{r}_\perp) \rightarrow U(t, \vec{r}_\perp) e^{i\omega_0 \tau(\vec{r}_\perp)}$$

Фокусировка, линза f :

$$S_f(\omega, \vec{r}) = \frac{e^{-ikf - ikr^2/(2f)}}{i\lambda f} \int S(\omega, \vec{x}) e^{ik\vec{r}\vec{x}/f} d^2\vec{x}$$

$$E_f(t, \vec{r}) = -\frac{1}{2\pi fc} \int \frac{\partial E(t, \vec{x})}{\partial t} \Big|_{t^*} d^2\vec{x}$$

$$t^* = t - f/c - r^2/(2fc) + \vec{r}\vec{x}/(fc)$$

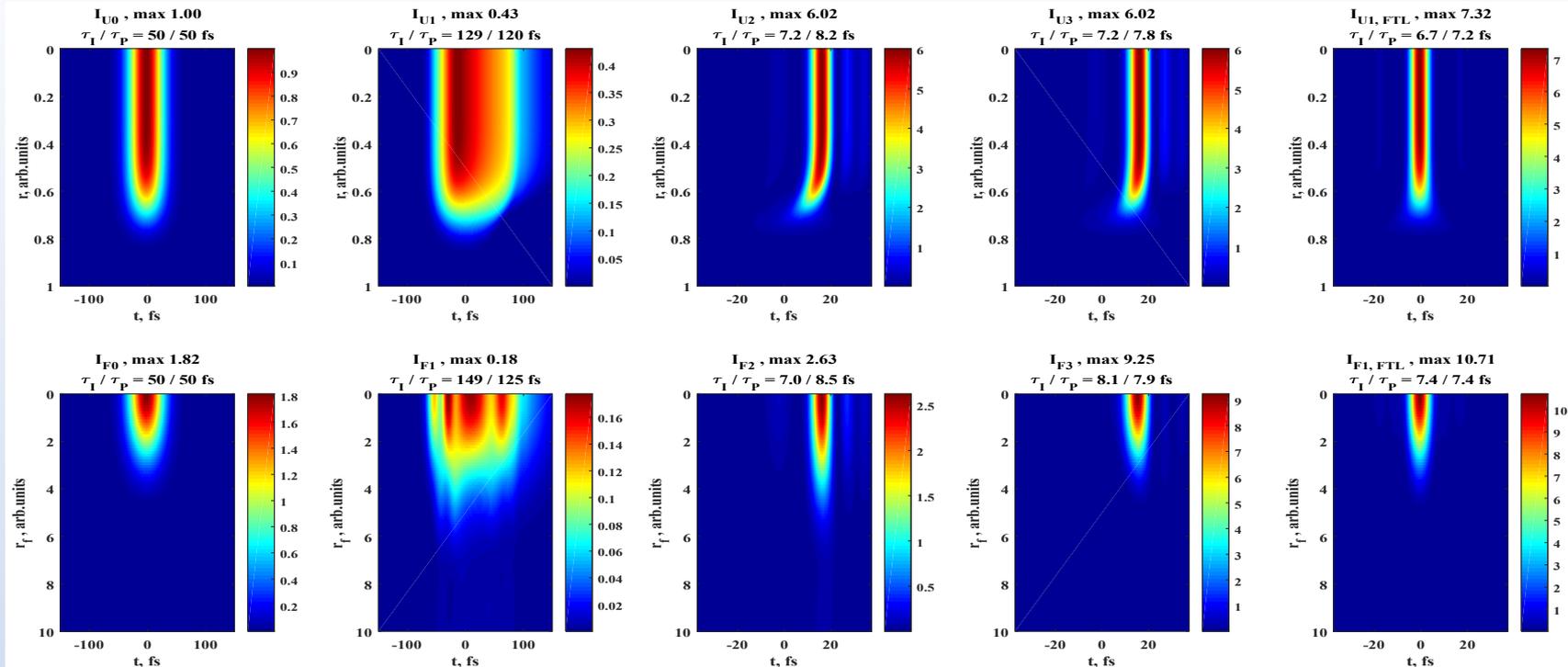
Для коротких импульсов:

$$U_f(t, \vec{r}) = \frac{e^{-ik_0 f - ik_0 r^2/(2f)}}{i\lambda_0 f} \int (U(t^*, \vec{x}) + \frac{1}{i\omega_0} \frac{\partial U(t^*, \vec{x})}{\partial t}) e^{ik_0 \vec{r}\vec{x}/f} d^2\vec{x}$$

Для длинных импульсов:

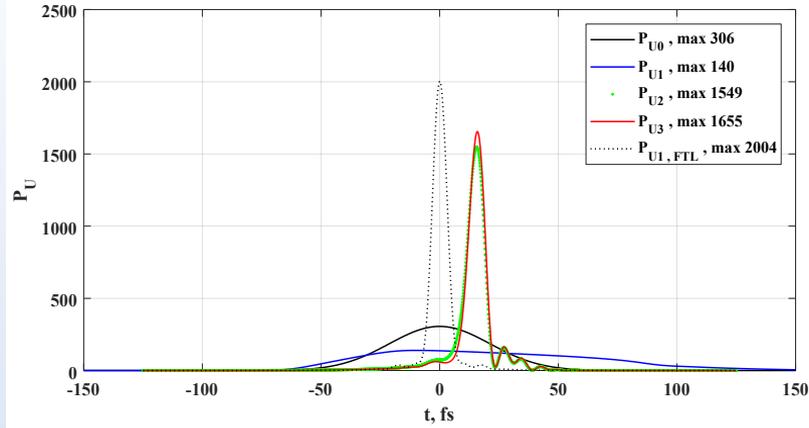
$$U_f(t, \vec{r}) = \frac{e^{-ik_0 f - ik_0 r^2/(2f)}}{i\lambda_0 f} \int U(t, \vec{x}) e^{ik_0 \vec{r}\vec{x}/f} d^2\vec{x}$$

50fs, 910nm, Quarz,
 SuperGaussian = 4, $I_{\text{peak}} = 2 \text{ Tw/cm}^2$, $B=20$, $L=5.9\text{mm}$

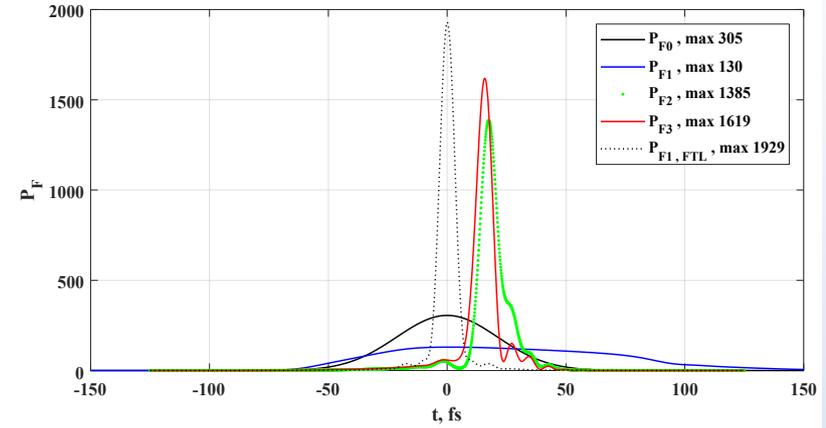


50fs, 910nm, Quartz, SuperGaussian = 4, $I_{\text{peak}} = 2 \text{ Tw/cm}^2$, $B=20$, $L=5.9\text{mm}$

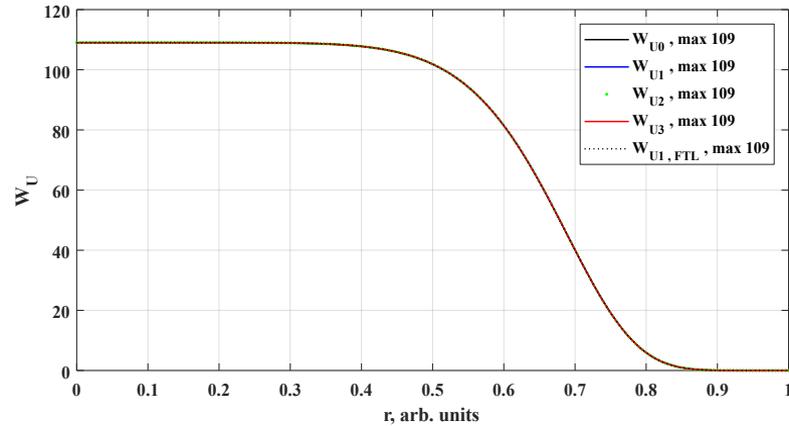
Pulse power in near field ~ Watt



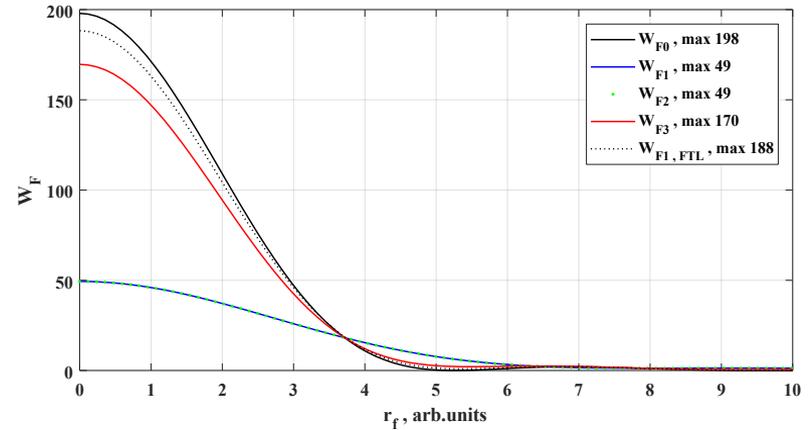
Pulse power at focus ~ Watt



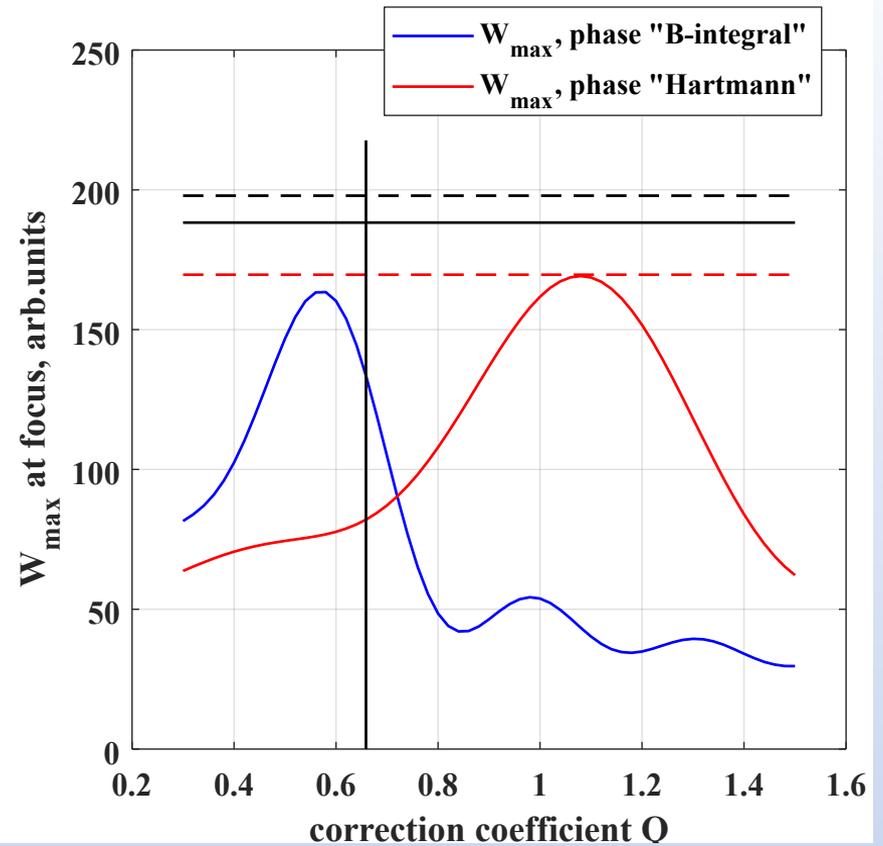
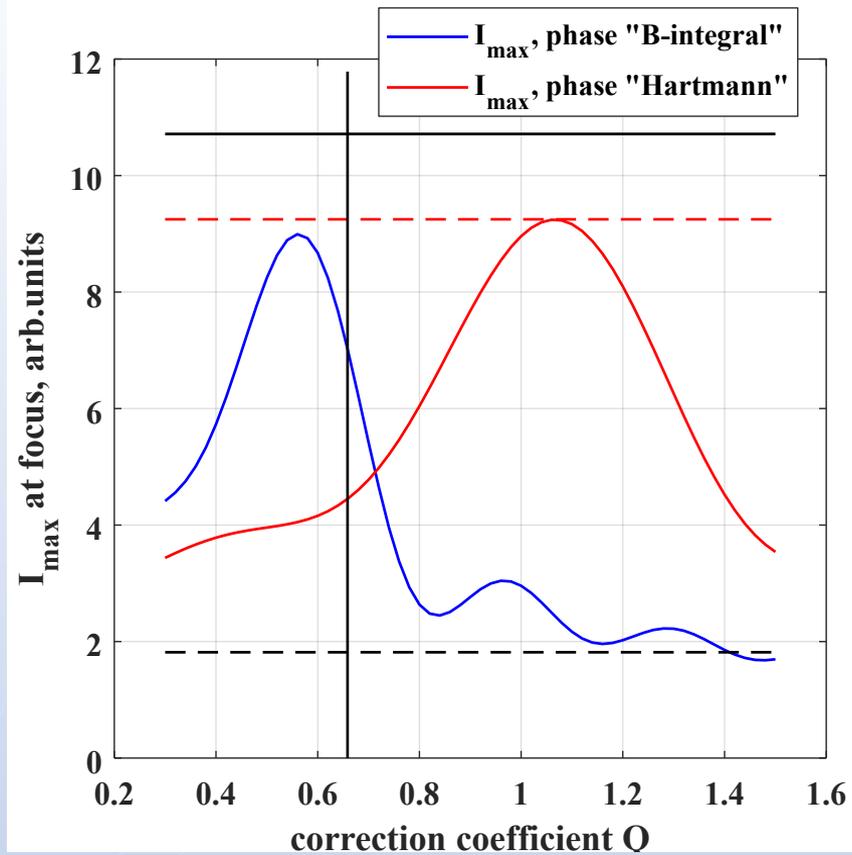
Beam flux in near field ~ J/cm^2



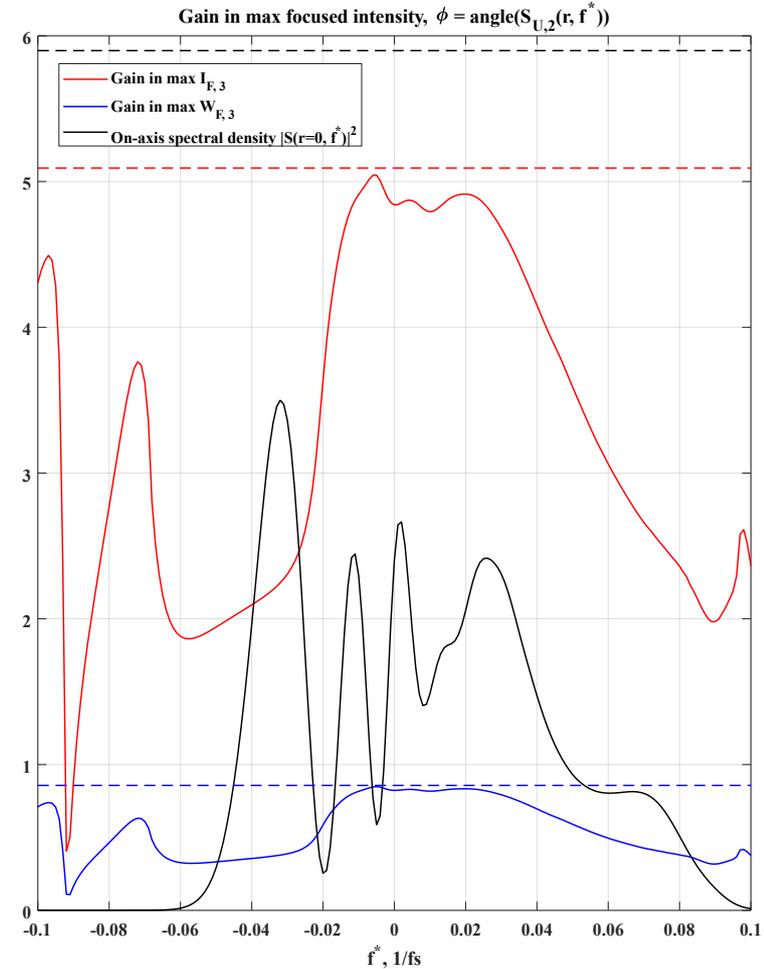
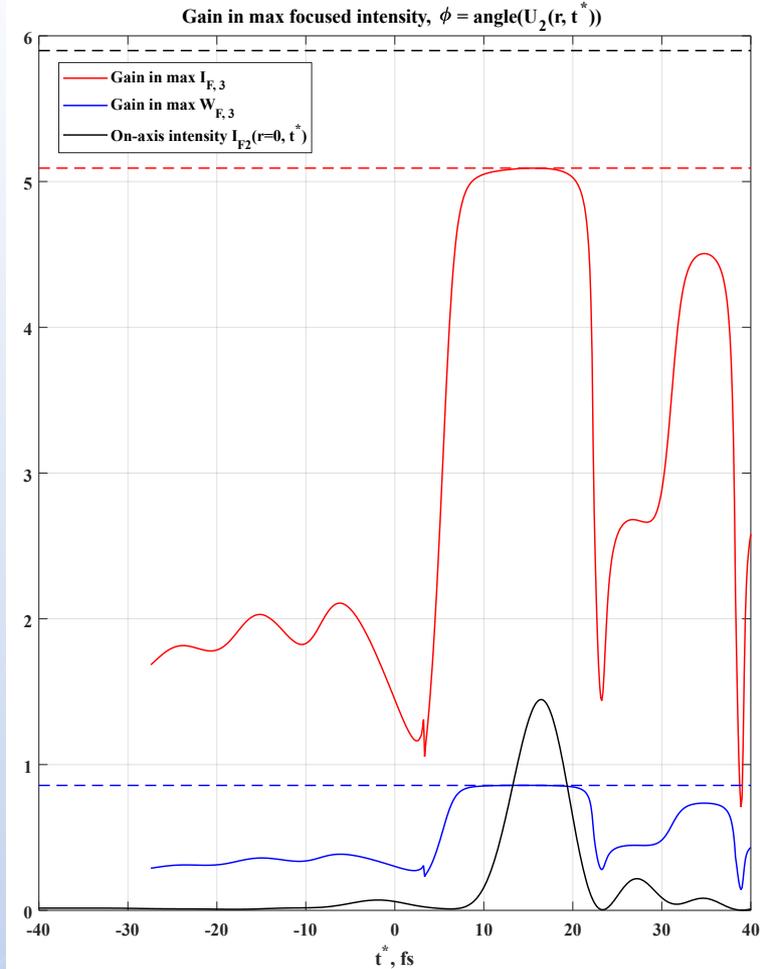
Beam flux at focus ~ J/cm^2



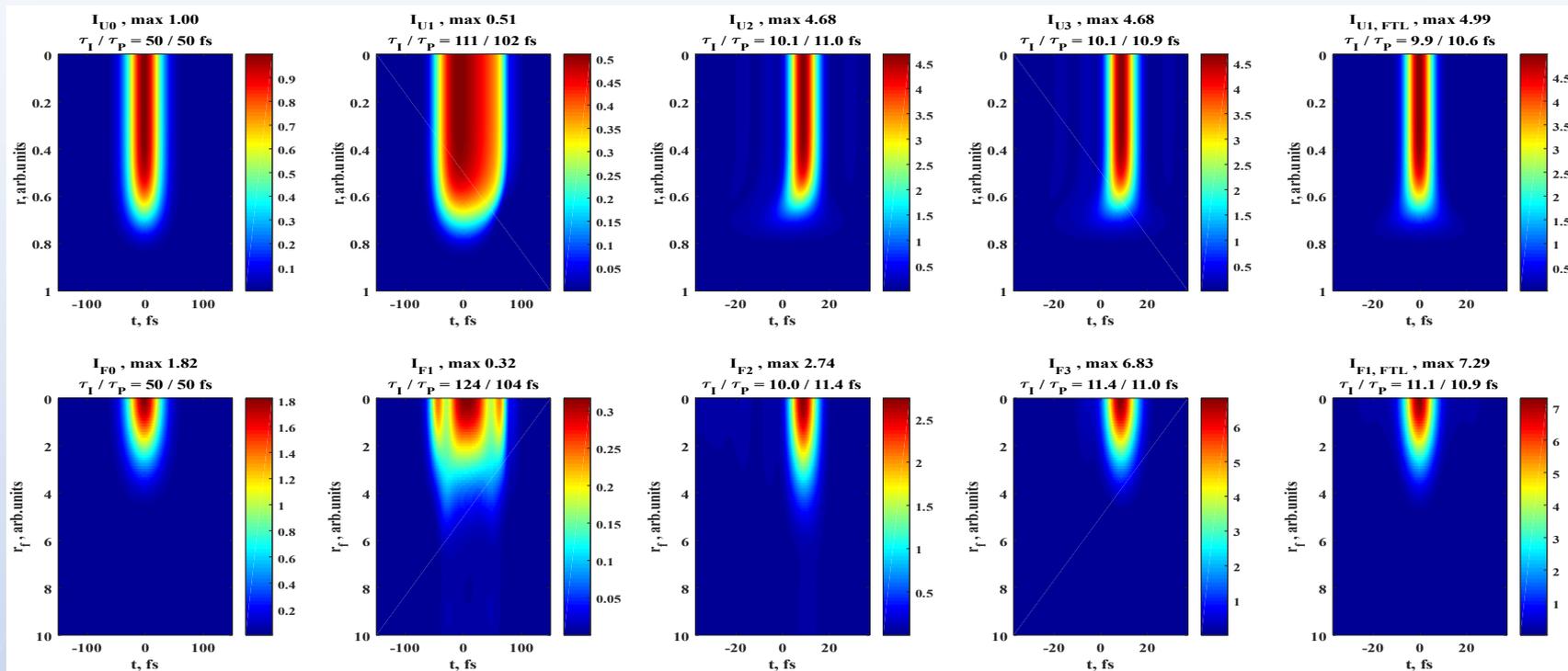
50fs, 910nm, Quarz,
SuperGaussian = 4, $I_{\text{peak}} = 2 \text{ Tw/cm}^2$, $B=20$, $L=5.9\text{mm}$



50fs, 910nm, Quarz, SuperGaussian = 4, I_{peak} = 2 Tw/cm², B=20, L=5.9mm

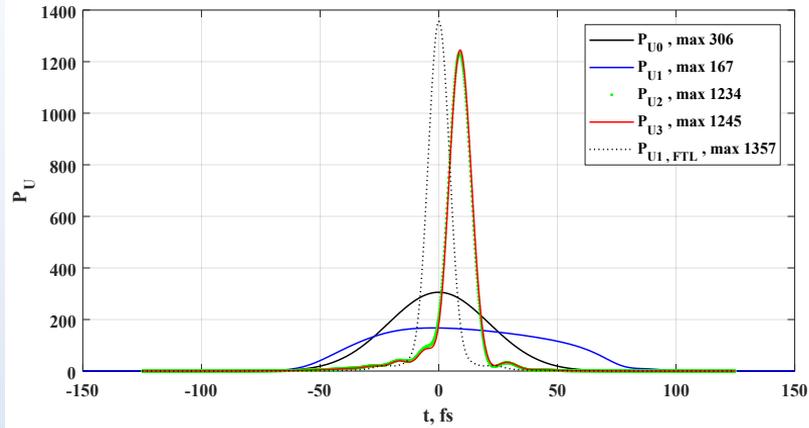


50fs, 910nm, Quarz,
 SuperGaussian = 4, $I_{\text{peak}} = 1 \text{ Tw/cm}^2$, $B=10$, $L=5.9\text{mm}$

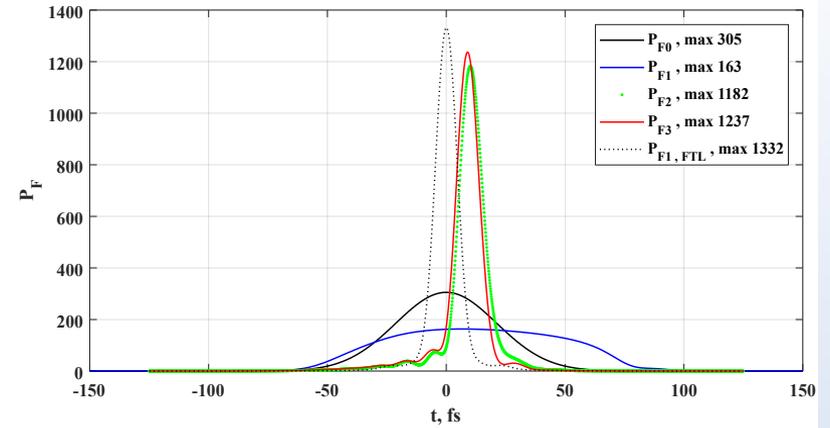


50fs, 910nm, Quarz, SuperGaussian = 4, I_{peak} = 1 Tw/cm², B=10, L=5.9mm

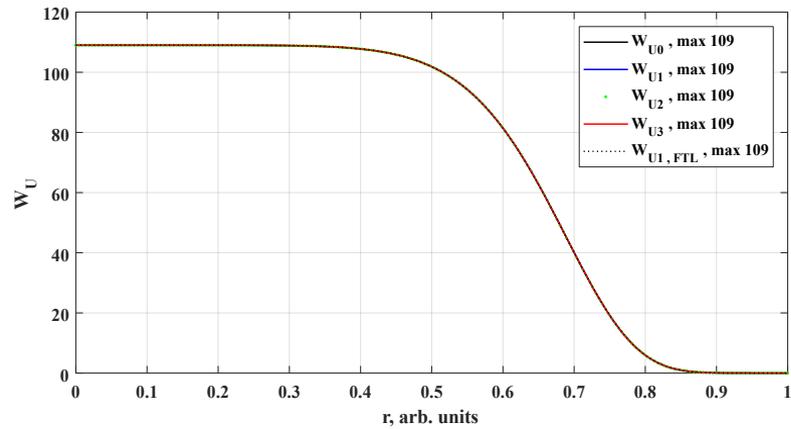
Pulse power in near field ~ Watt



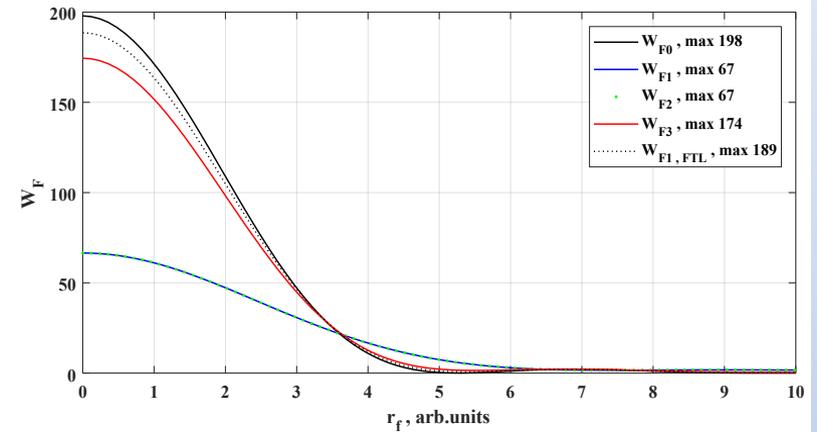
Pulse power at focus ~ Watt



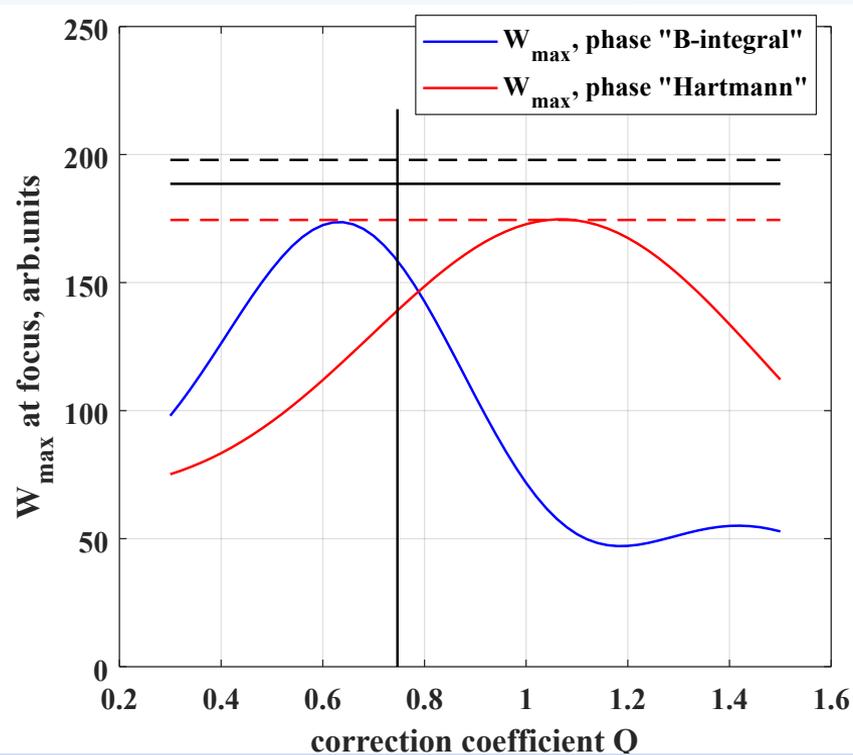
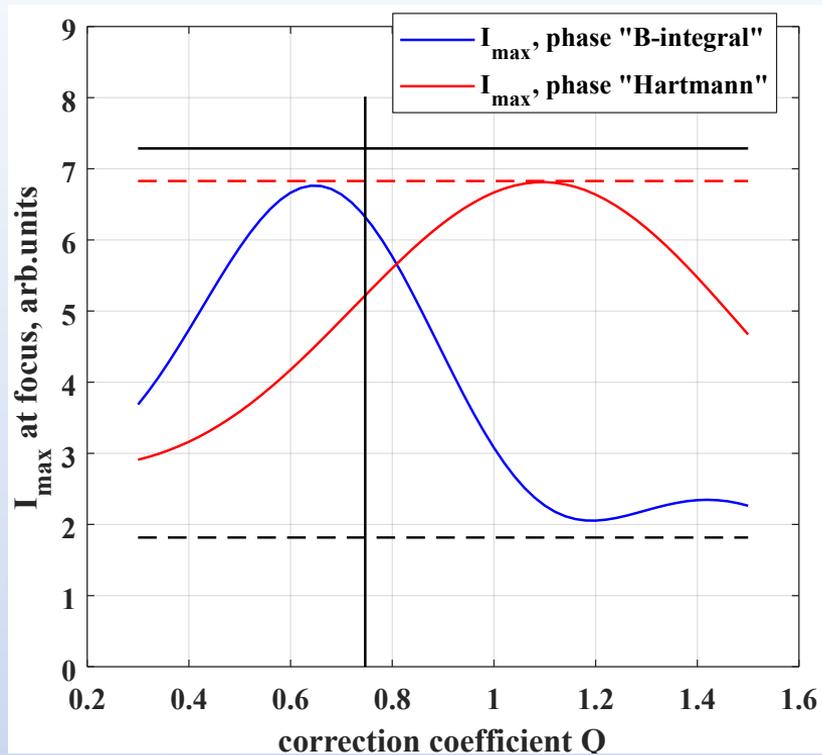
Beam flux in near field ~ J/cm²



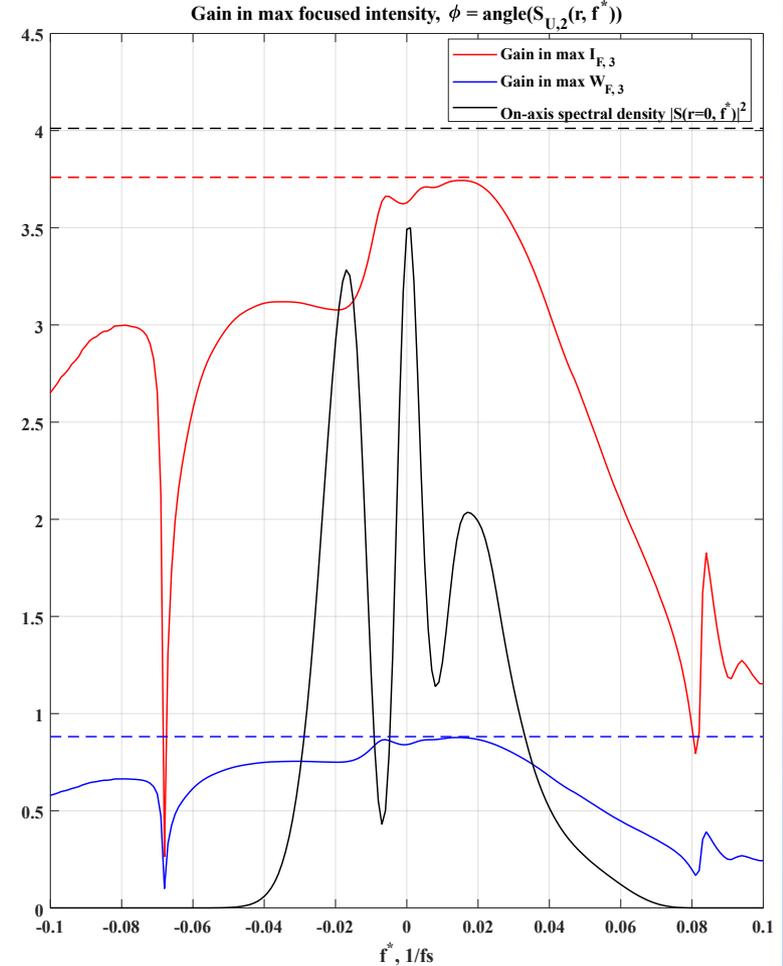
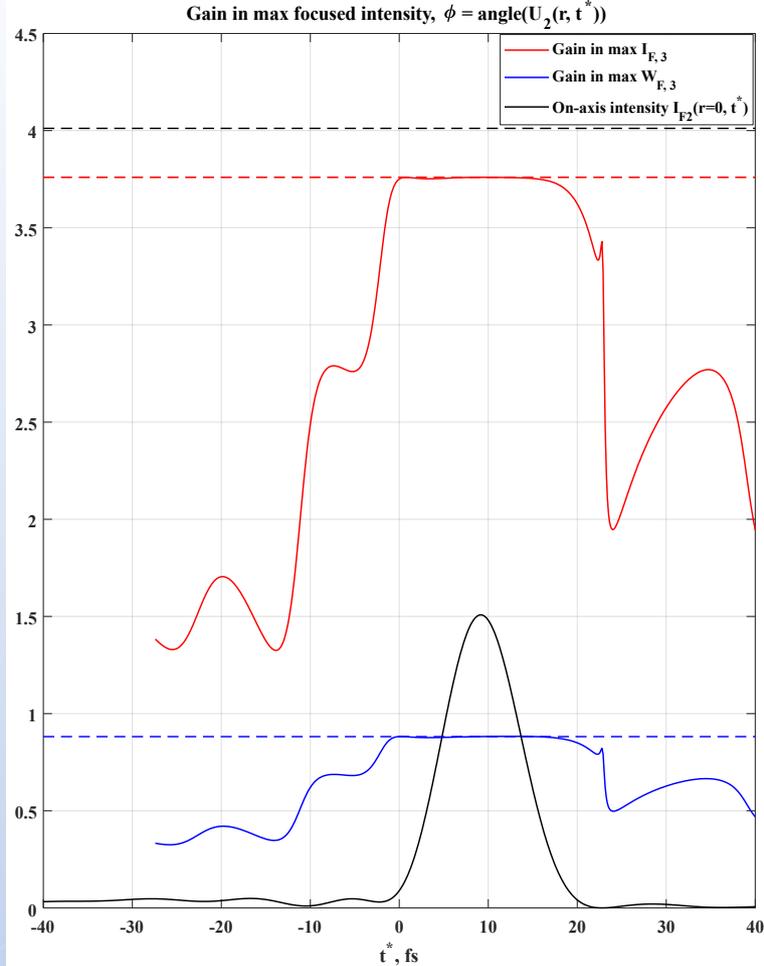
Beam flux at focus ~ J/cm²



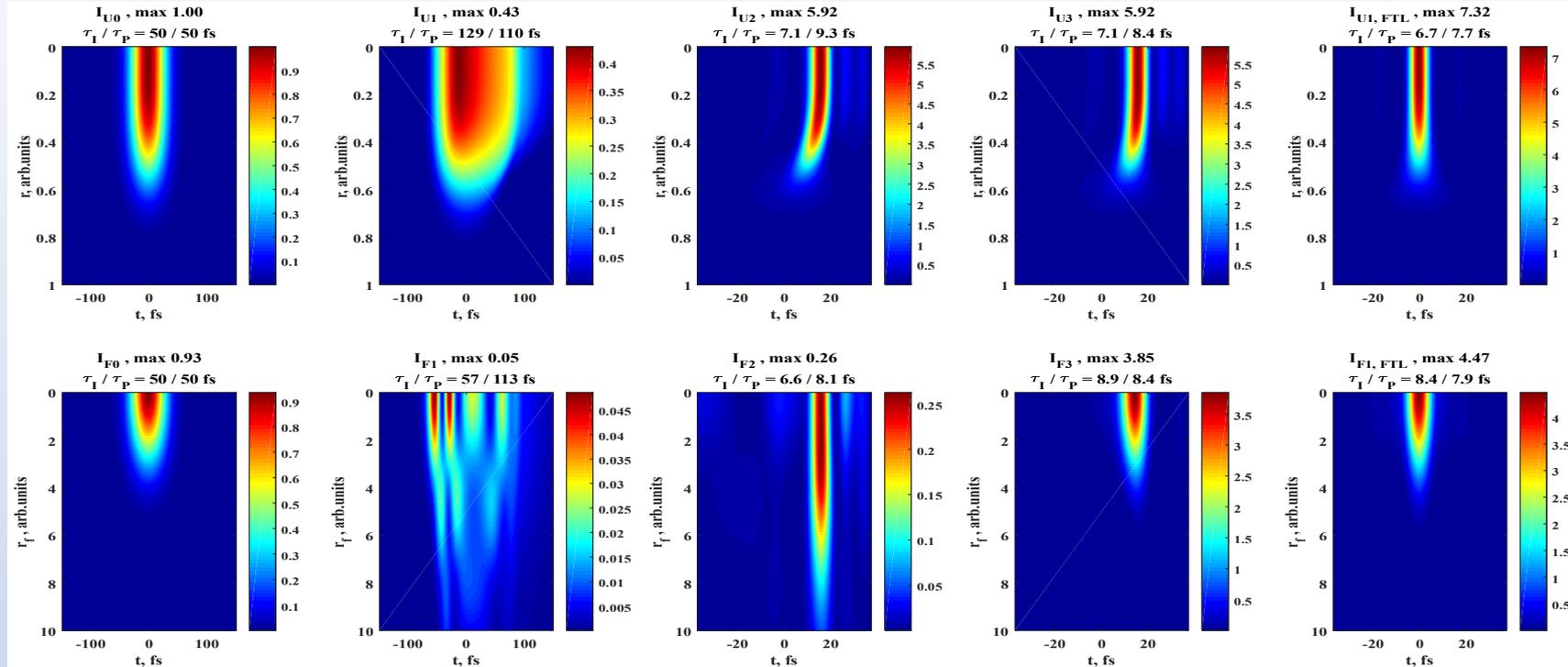
50fs, 910nm, Quarz,
SuperGaussian = 4, $I_{\text{peak}} = 1 \text{ Tw/cm}^2$, $B=10$, $L=5.9\text{mm}$



50fs, 910nm, Quarz, SuperGaussian = 4, I_{peak} = 1 Tw/cm², B=10, L=5.9mm

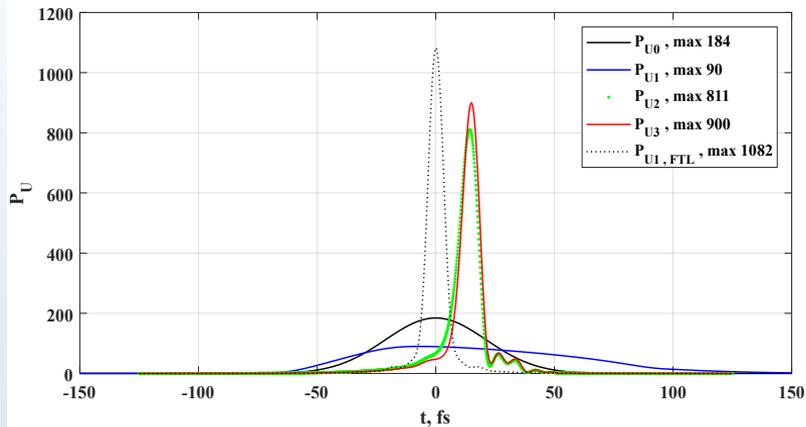


50fs, 910nm, Quarz, SuperGaussian = 2, I_{peak} = 2 Tw/cm², B=20, L=5.9mm

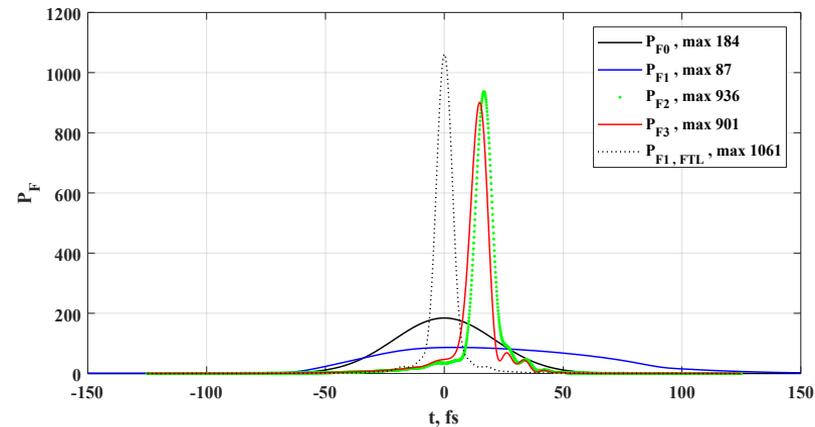


50fs, 910nm, Quarz, SuperGaussian = 2, I_{peak} = 2 Tw/cm², B=20, L=5.9mm

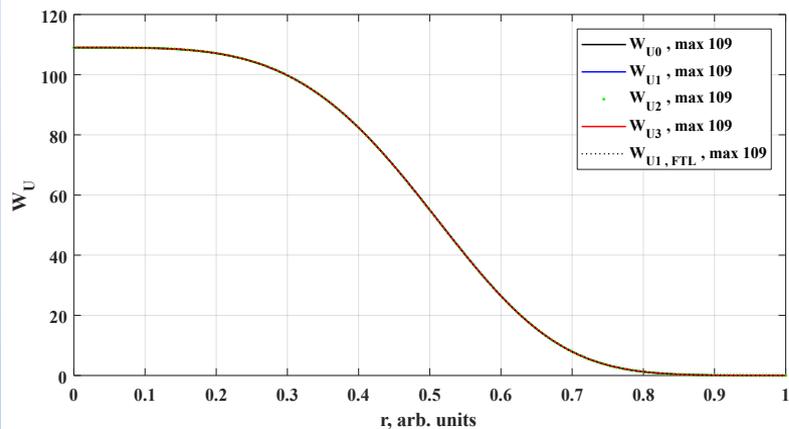
Pulse power in near field ~ Watt



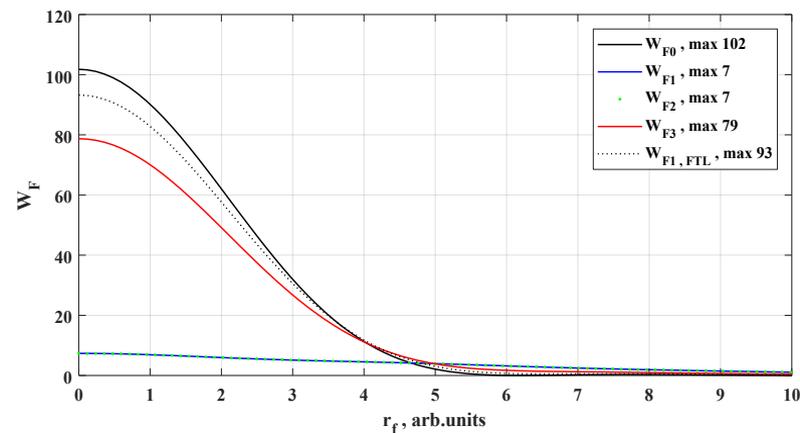
Pulse power at focus ~ Watt



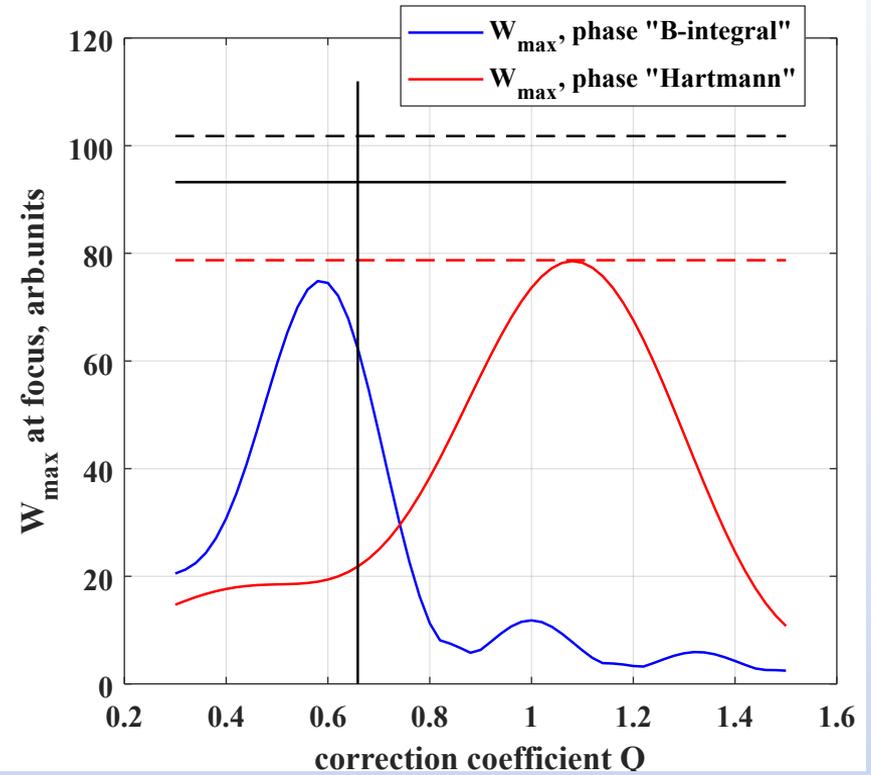
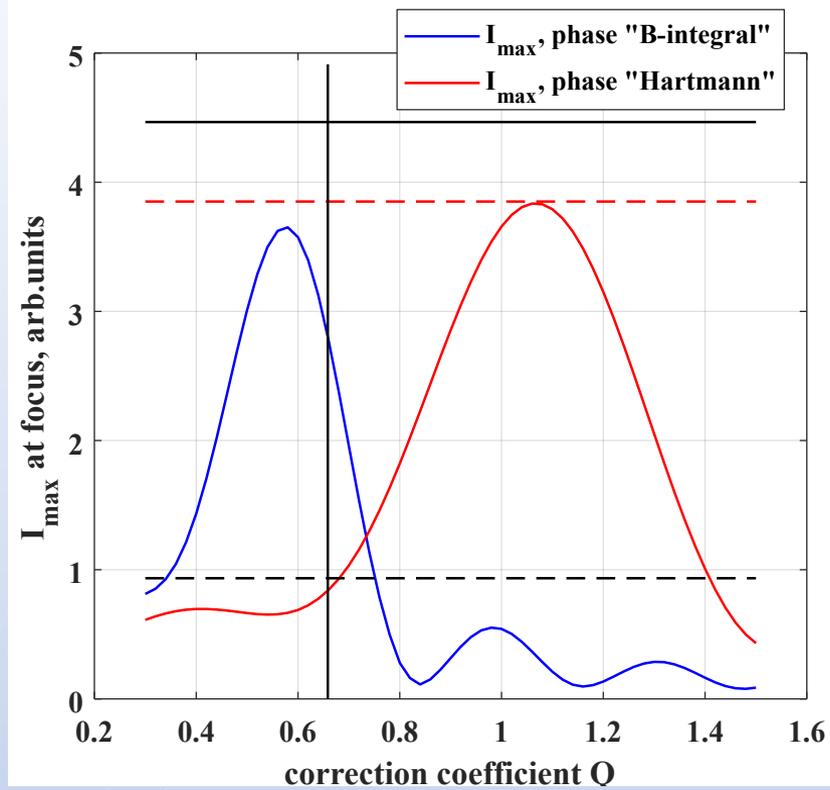
Beam flux in near field ~ J/cm²



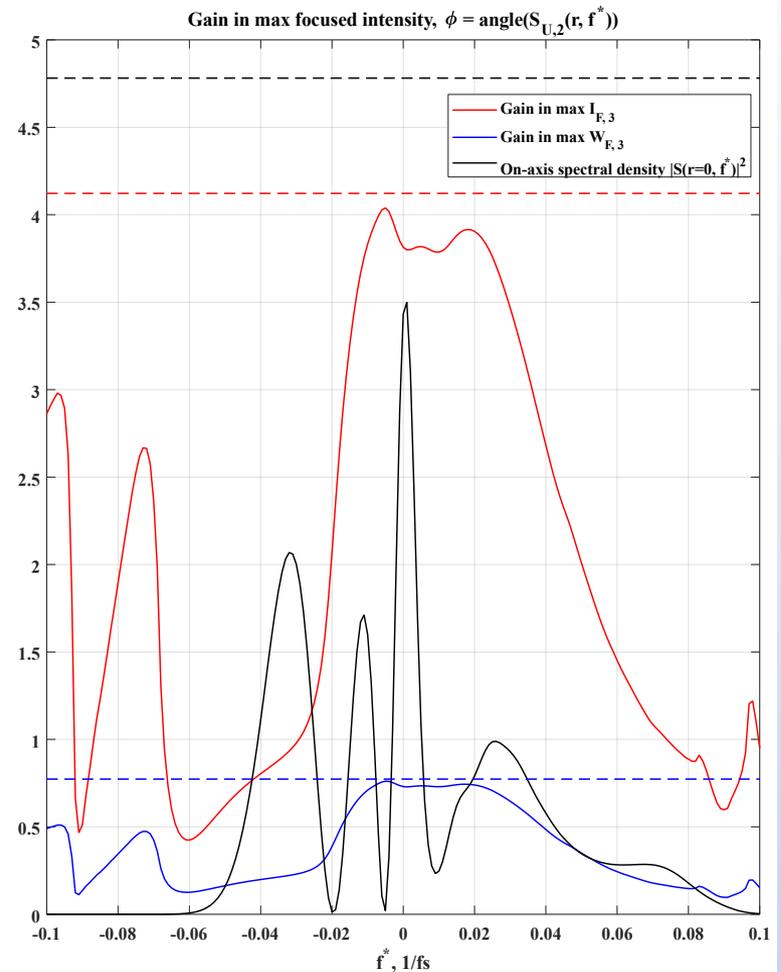
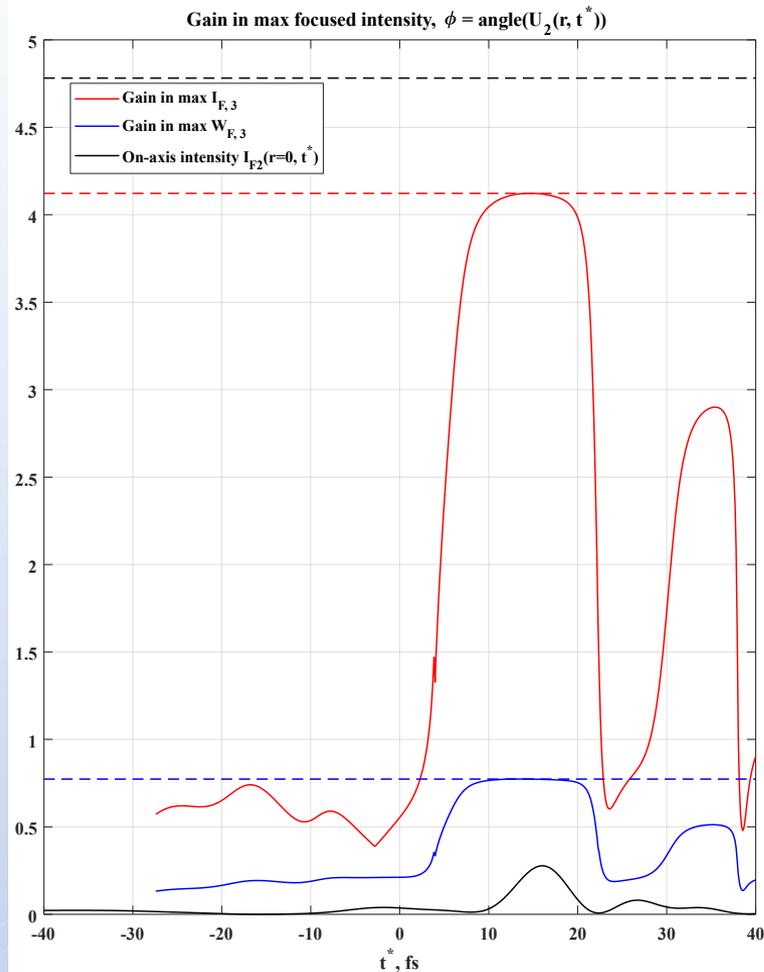
Beam flux at focus ~ J/cm²



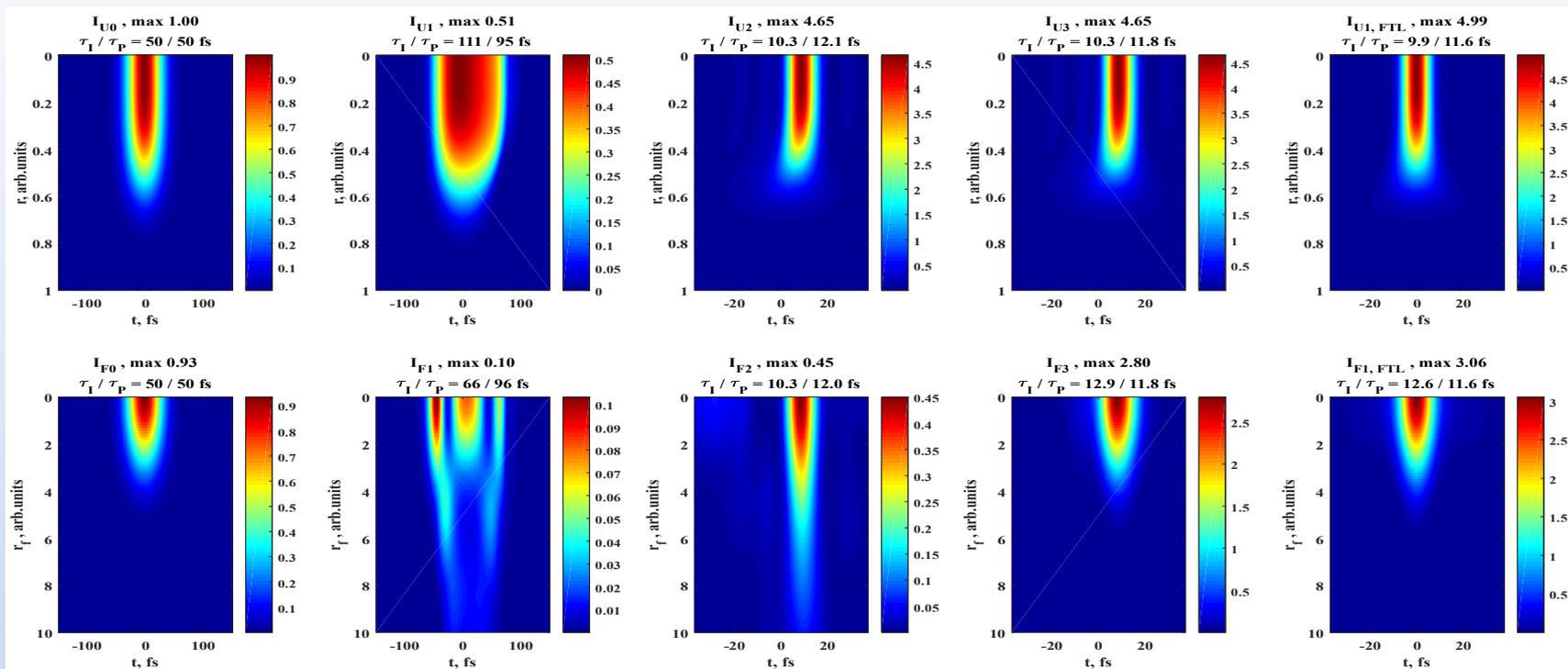
50fs, 910nm, Quarz,
SuperGaussian = 2, I_{peak} = 2 Tw/cm², B=20, L=5.9mm



50fs, 910nm, Quarz,
 SuperGaussian = 2, I_{peak} = 2 Tw/cm², B=20, L=5.9mm

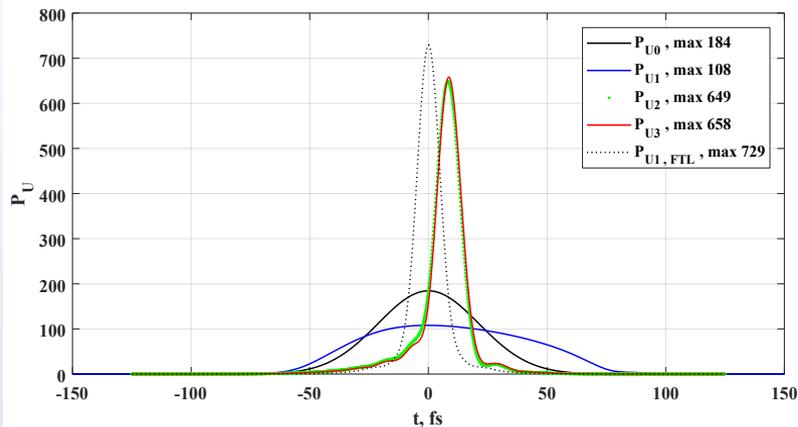


50fs, 910nm, Quarz, SuperGaussian = 2, I_{peak} = 1 Tw/cm², B=10, L=5.9mm

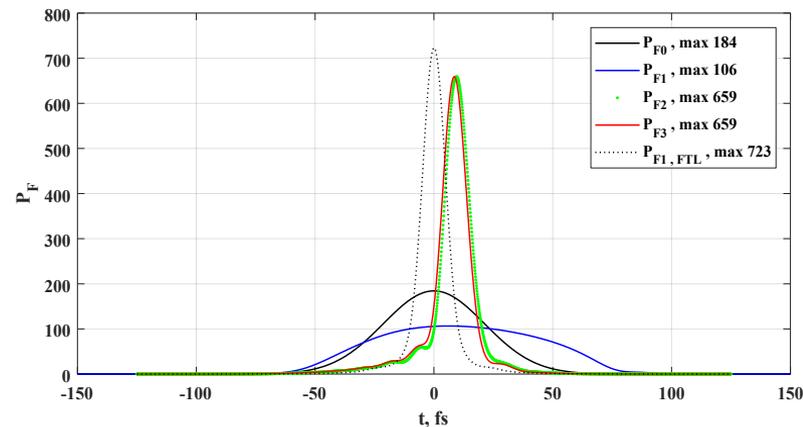


50fs, 910nm, Quarz, SuperGaussian = 2, I_{peak} = 1 Tw/cm², B=10, L=5.9mm

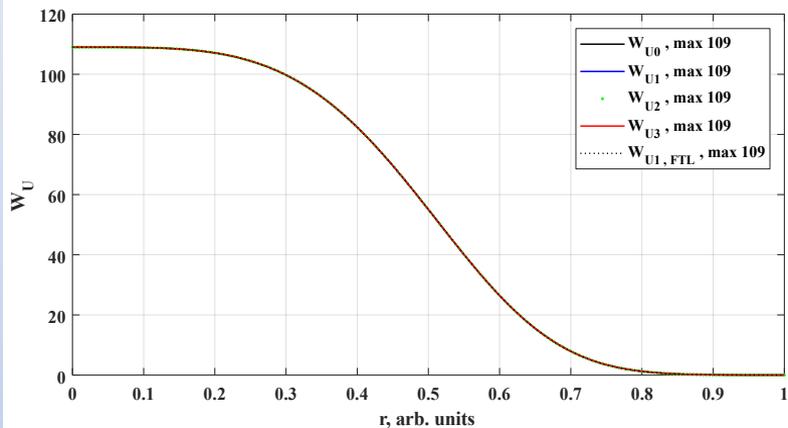
Pulse power in near field ~ Watt



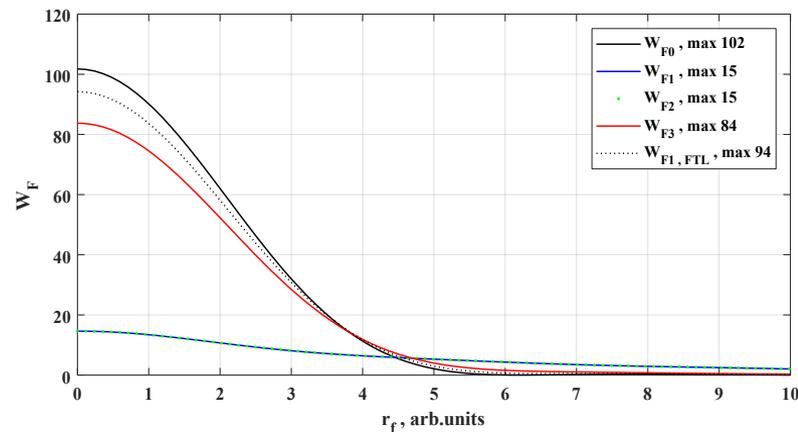
Pulse power at focus ~ Watt



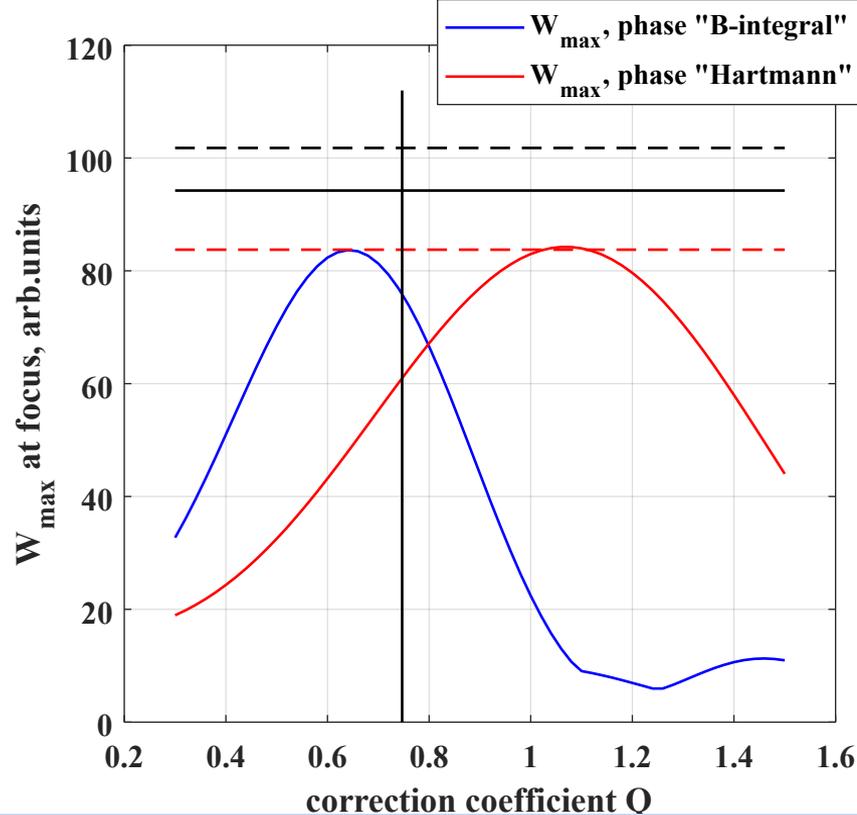
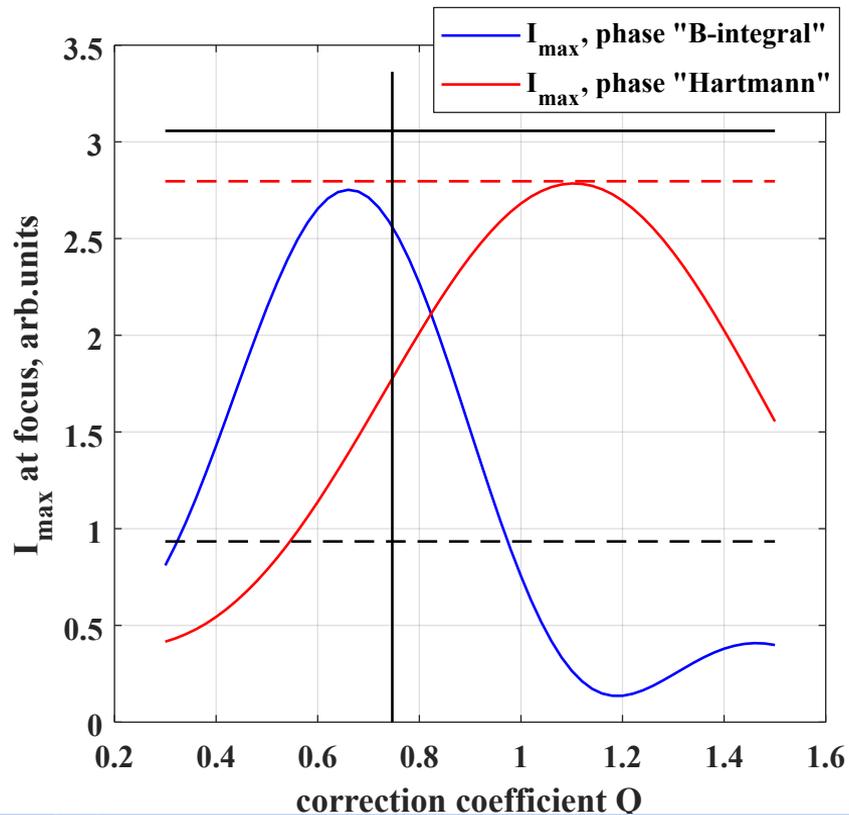
Beam flux in near field ~ J/cm²



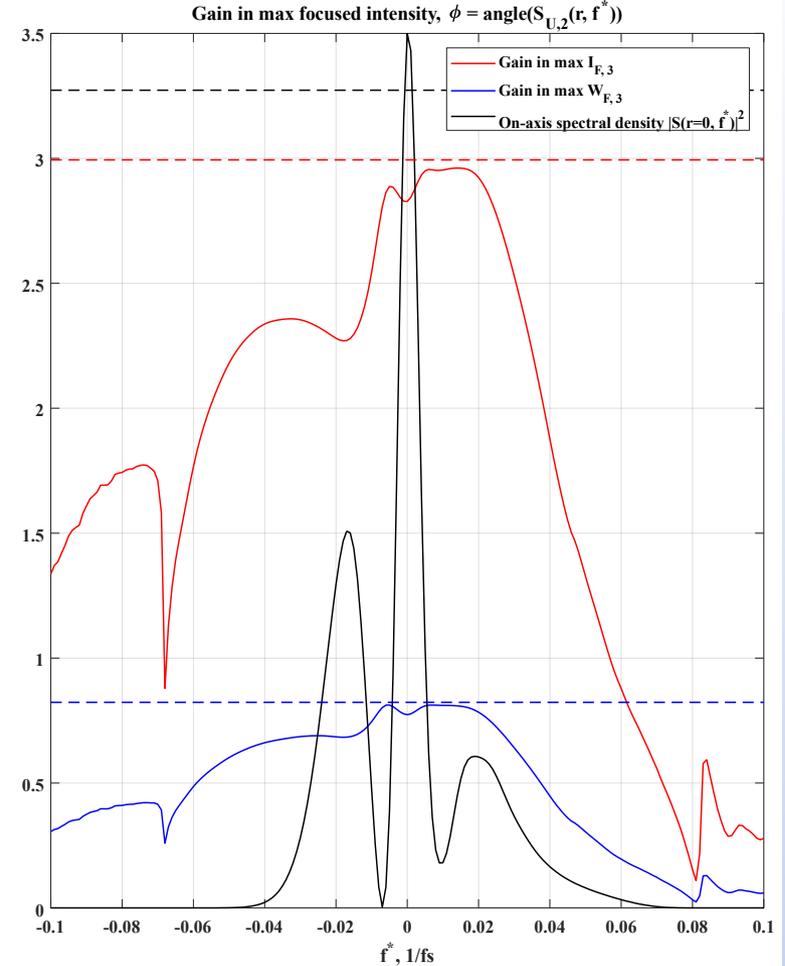
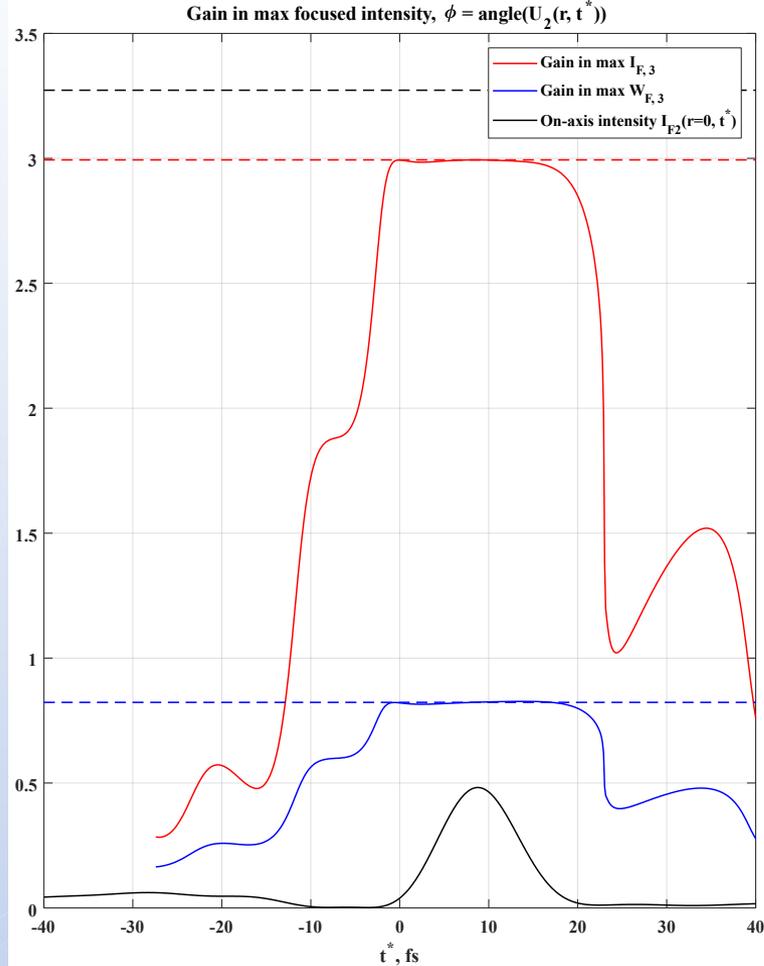
Beam flux at focus ~ J/cm²



50fs, 910nm, Quarz,
SuperGaussian = 2, I_{peak} = 1 Tw/cm², B=10, L=5.9mm



50fs, 910nm, Quarz, SuperGaussian = 2, I_{peak} = 1 Tw/cm², B=10, L=5.9mm



50fs, 910nm, Quarz,
1D model of pulse propagation (k2, k3, delta)

