



ВНИИА
РОСАТОМ



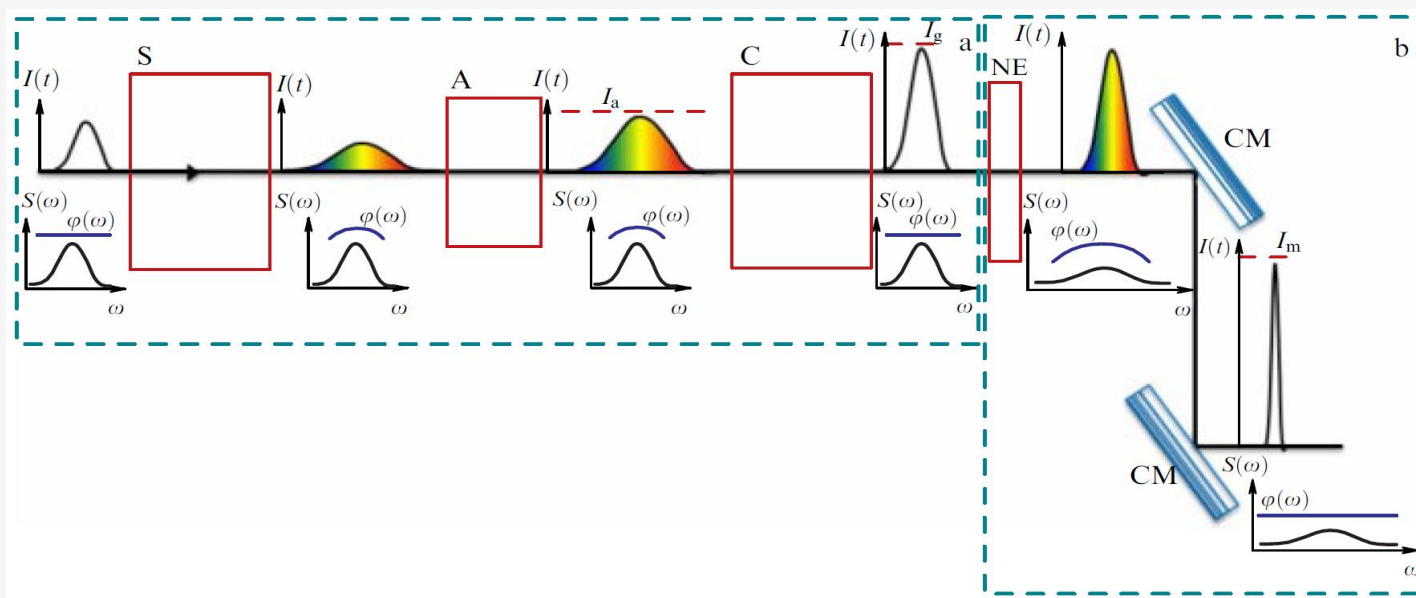
Формирование пространственно-временной связи в профиле сфокусированного сверхкороткого лазерного импульса

О.Е. Вайс, В.Ю. Быченков

06.11.2025

Введение и актуальность

- Необходимость физически корректного описания лазерного импульса для изучения лазер-плазменных взаимодействий: учёт продольных компонент, учёт большего числа членов разложения и т.п.
- Ультракороткие лазерные импульсы; например, при использовании метода «Compression after Compression Approach» (CafCA) [1].



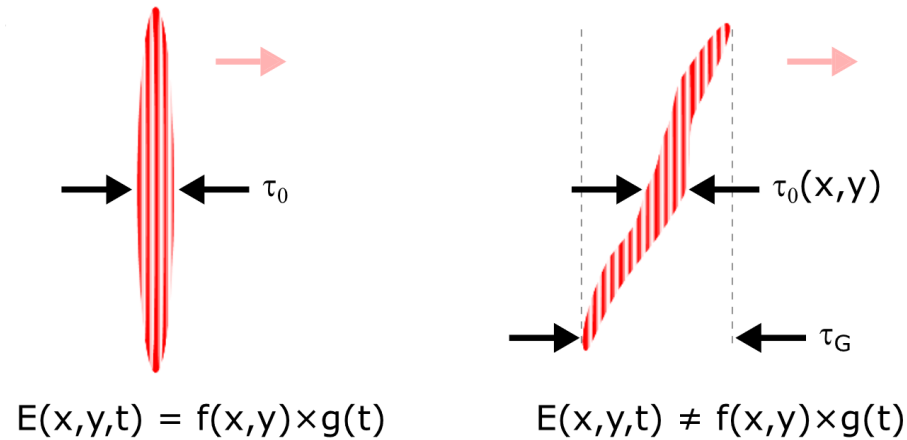
- Пространственно-временная связь в пространственно-временном профиле лазерного импульса в случае предельно острой фокусировки ультракоротких лазерных импульсов [2].

¹E. A. Khazanov et al., *Phys.-Usp.* **62**, 1096 (2019).

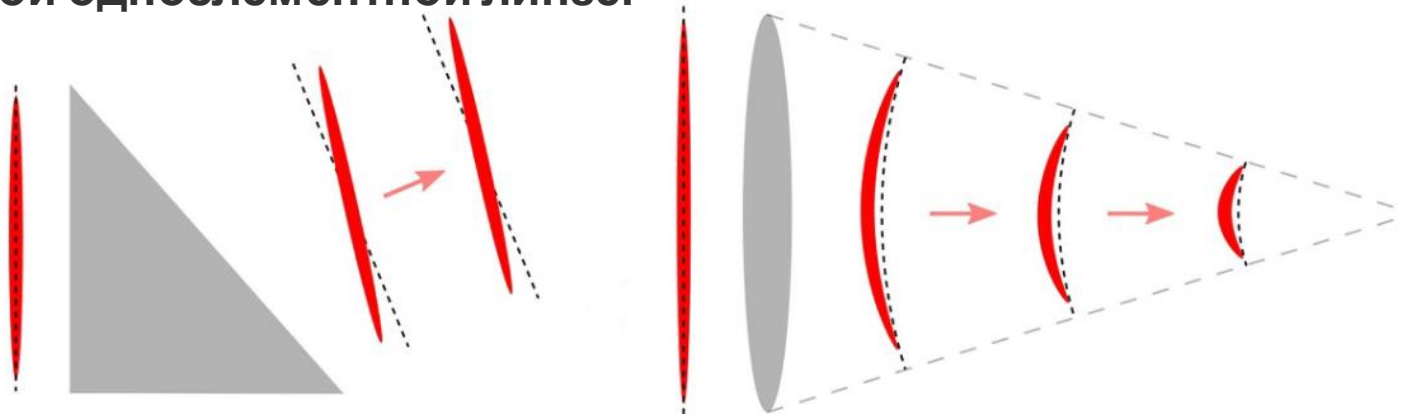
²S.W. Jolly, O. Gobert, F. Quere, *Journal of Optics* **22**, 103501 (2020).

Деформация профиля лазерного импульса при его фокусировке

- Пространственно-временная связь

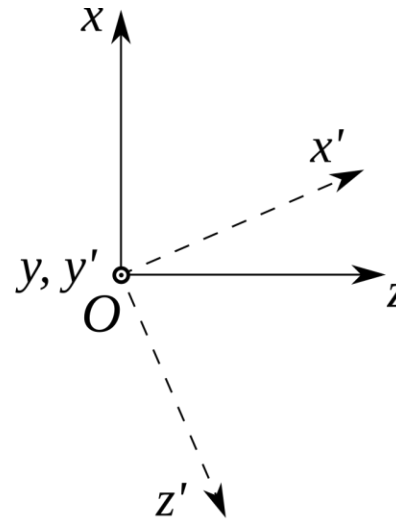
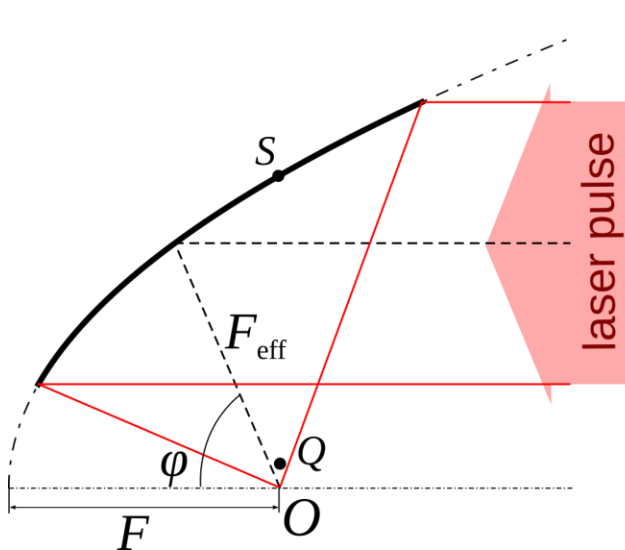


- Формирование пространственно-временной связи после распространения лазерного импульса в клиновидном диспергирующем материале и в хроматической одноэлементной линзе.



Теоретическая модель фокусировки внеосевым параболическим зеркалом

- Схема фокусировки



Параметры зеркала:

ρ (радиус падающего пучка),

F (фокусное расстояние родительской параболы),

F_{eff} (эффективное фокусное расстояние),

φ (внеосевой угол)

- Модель фокусировки монохроматического излучения, построенная на интегралах Стреттона-Чу:

$$\vec{E}(x_1, y_1, z_1, t) = \frac{i\omega_0}{4\pi Fc} \iint \frac{\hat{A}_e \cdot \vec{E}_0(x, y)}{r_{SQ}^2} \cdot e^{i\omega_0 l/c} dx dy \times e^{-i\omega_0 t},$$

$$\vec{H}(x_1, y_1, z_1, t) = \frac{i\omega_0}{4\pi Fc} \iint \frac{\hat{A}_h \cdot \vec{E}_0(x, y)}{r_{SQ}^2} \cdot e^{i\omega_0 l/c} dx dy \times e^{-i\omega_0 t}$$

$$x_1 = x' \cos \varphi - z' \sin \varphi,$$

$$z_1 = x' \sin \varphi + z' \cos \varphi,$$

$$y_1 = y'.$$

$$E_{x'} = E_x \cos \varphi + E_z \sin \varphi,$$

$$E_{z'} = -E_x \sin \varphi + E_z \cos \varphi,$$

$$E_{y'} = E_y$$

Учет огибающей лазерного импульса

- Для анализа влияния фокусировки лазерного импульса на формирования пространственно-временной связи в профиле лазерного импульса рассмотрим такие лазерные пучки, которые до фокусировки зеркалом такой связью не обладали:

$$\vec{E}_0(x, y, t) = \vec{E}_0(x, y) \cdot g(t) \cdot e^{-i\omega_0 t}$$

- Приближение медленно-меняющейся амплитуды (ММА) ($\tau_L \gg \omega^{-1}$)

$$\vec{E}(t, \vec{r}') = \frac{i\omega_0}{4\pi Fc} g(t - z'/c) \iint \frac{\hat{A}_e \cdot \vec{E}_0(x, y)}{r_{SQ}^2} \cdot e^{-i\omega_0(t-l/c)} dx dy,$$

$$\vec{H}(t, \vec{r}') = \frac{i\omega_0}{4\pi Fc} g(t - z'/c) \iint \frac{\hat{A}_h \cdot \vec{E}_0(x, y)}{r_{SQ}^2} \cdot e^{-i\omega_0(t-l/c)} dx dy.$$

Учет огибающей лазерного импульса

- Точное решение для лазерного импульса с факторизуемой пространственно-временной формой до фокусировки

- Поле сфокусированного немонахроматического пучка как сумма сфокусированных монохроматических компонент

$$\vec{E}(t, \vec{r}') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i\omega}{4\pi Fc} \iint \frac{\hat{A}_e \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_0(x, y, t_1) \cdot e^{i\omega t_1} dt_1}{r_{SQ}^2} \cdot e^{i\omega l/c} dx dy \cdot e^{-i\omega t} d\omega$$

- Случай факторизуемого лазерного импульса

$$\vec{E}(t, \vec{r}') = \frac{i}{4\pi Fc} \iint \frac{\hat{A}_e \cdot \vec{E}_0(x, y)}{r_{SQ}^2} \int_{-\infty}^{\infty} \omega \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g(t_1) \cdot e^{i(\omega - \omega_0)t_1} dt_1 \right] \cdot e^{-i\omega(t-l/c)} d\omega dx dy$$

- Прямое и обратное преобразования Фурье

$$\int_{-\infty}^{\infty} \omega \tilde{g}(\omega - \omega_0) \cdot e^{-i\omega\tau} d\omega = e^{-i\omega_0\tau} \cdot \left[\omega_0 g(\tau) + i \frac{dg(\tau)}{d\tau} \right] \quad \tau = t - l/c$$

- Итоговая формула

$$\vec{E}(t, \vec{r}') = \frac{i\omega_0}{4\pi Fc} \iint \frac{\hat{A}_e \cdot \vec{E}_0(x, y)}{r_{sq}^2} \cdot g(\tau) e^{-i\omega_0\tau} dx dy - \frac{1}{4\pi Fc} \iint \frac{\hat{A}_e \cdot \vec{E}_0(x, y)}{r_{sq}^2} \cdot \frac{dg(\tau)}{d\tau} e^{-i\omega_0\tau} dx dy$$

малó, когда
 $\tau_L \gg \omega^{-1}$

- Оба подхода имеют одинаковую компьютерную сложность: $O(n^2)$.

Остросфокусированные лазерные импульсы

- Рассмотрим лазерные импульсы, линейно поляризованные вдоль оси x . $\lambda = 0.8$ мкм

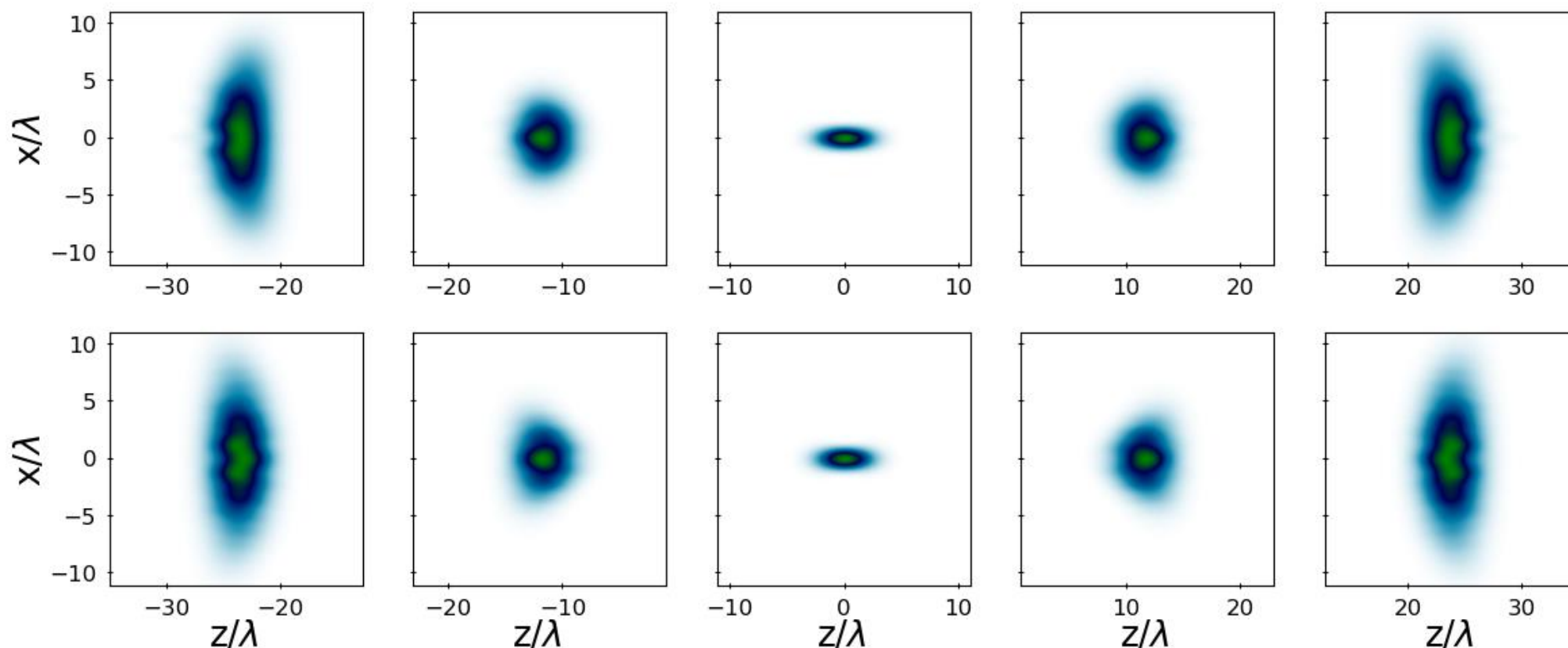


Рис. 1: Нормированные распределения интенсивности в плоскости $y = 0$, рассчитанные при помощи точной модели (верхний ряд) и в ММА приближении (нижний ряд) для $f_{\#} = 1$ и $\tau_L = 10$ фс для различных моментов времени.

Остросфокусированные лазерные импульсы

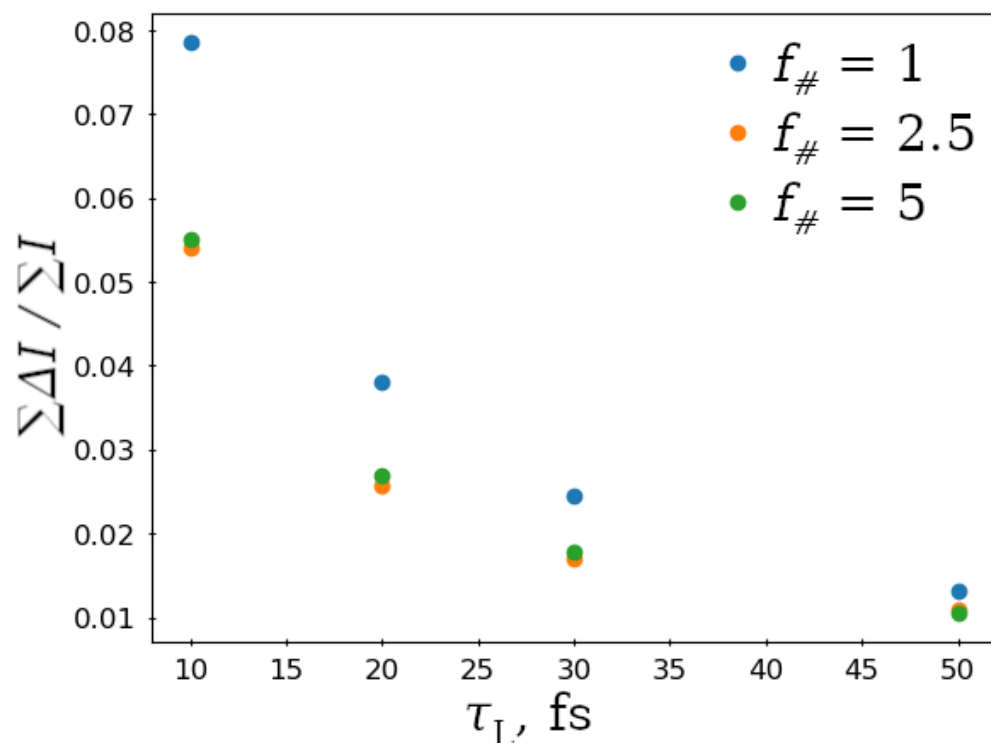


Рис. 2: Относительная разность 2D распределений интенсивности, вычисленных разными моделями, на расстоянии примерно 3-х длин Рэлея от фокуса.

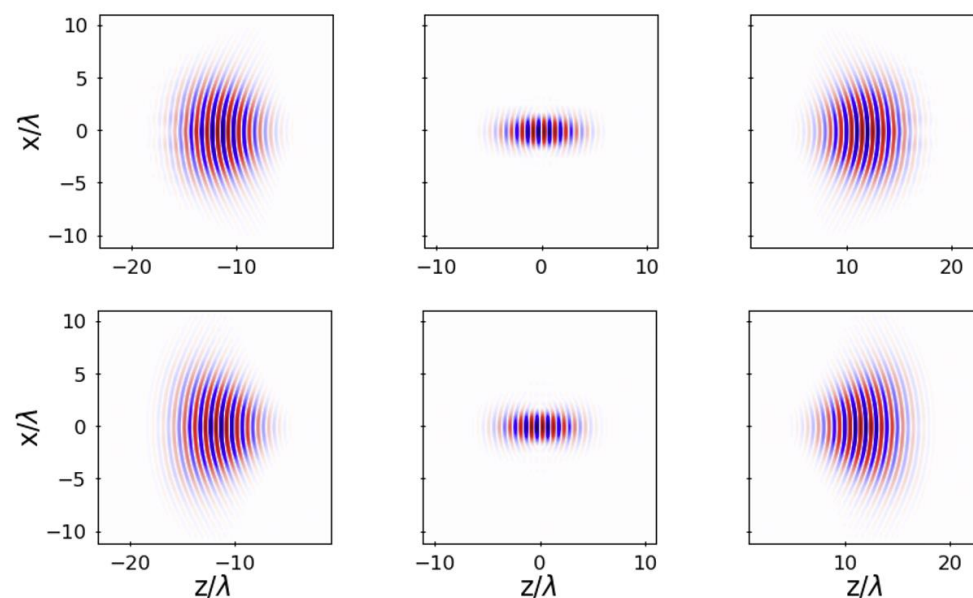


Рис. 3: Нормированные распределения E_x -компоненты, рассчитанные при помощи точной модели (верхний ряд) и в MMA приближении (нижний ряд) для $f_{\#} = 1$, $\tau_L = 10$ фс для различных моментов времени; $y = 0$.

Ультракороткие лазерные импульсы

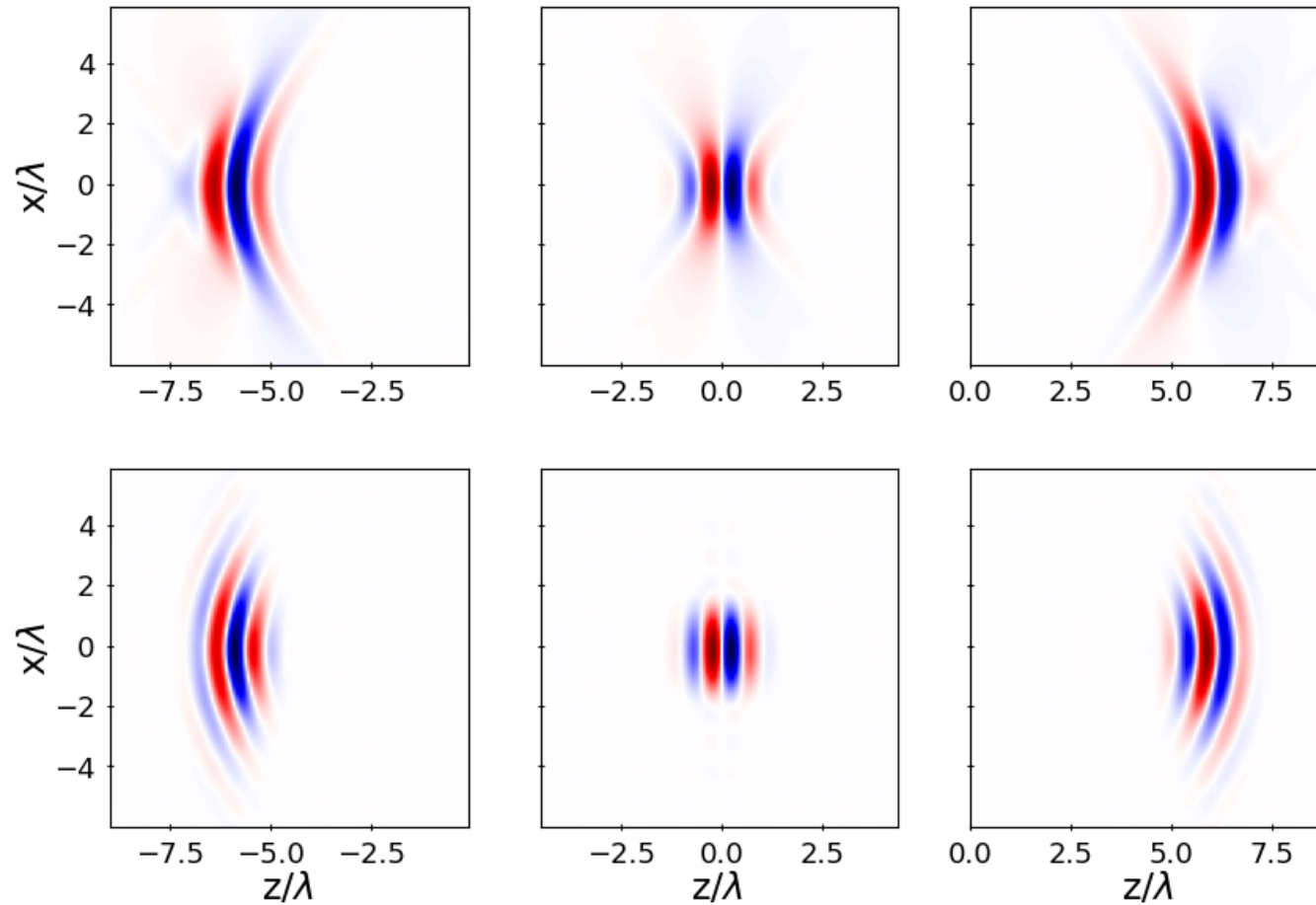


Рис. 4: Нормированные распределения E_x -компоненты, рассчитанные при помощи точной модели (верхний ряд) и в ММА приближении (нижний ряд) для $f_{\#} = 1$, $\tau_L = 3$ фс для различных моментов времени; $y = 0$.

Профили интенсивности в фокальной плоскости

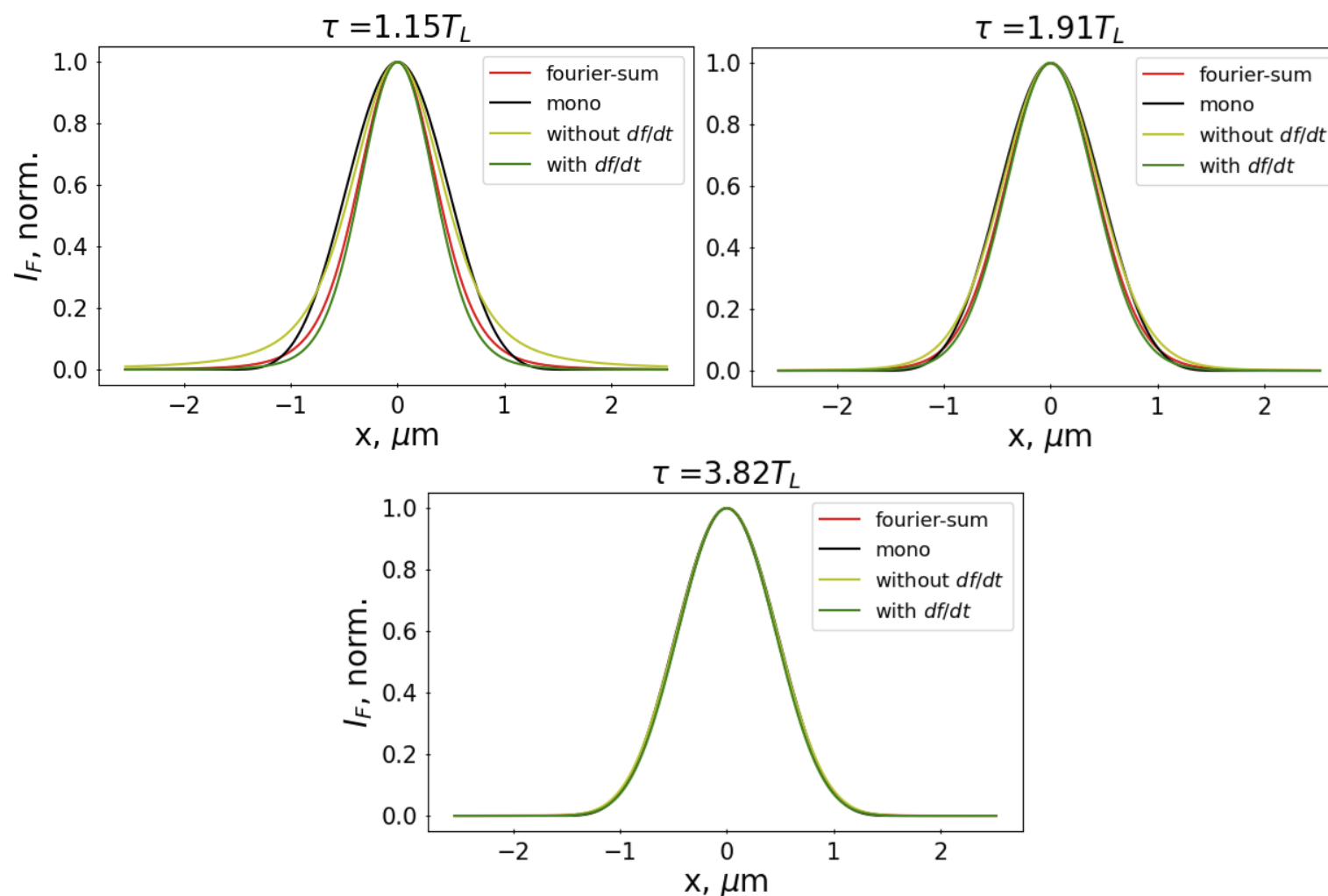


Рис. 5: Распределения интенсивности в фокальной плоскости. «fourier-sum» - суммирование монохроматических компонент, «mono» - монохроматическое приближение, «without df/dt » - точный расчет без учета слагаемого с производной, «with df/dt » - с учетом слагаемого с производной.

Влияние используемого подхода для описания начальных условий в разностной схеме на итоговое решение

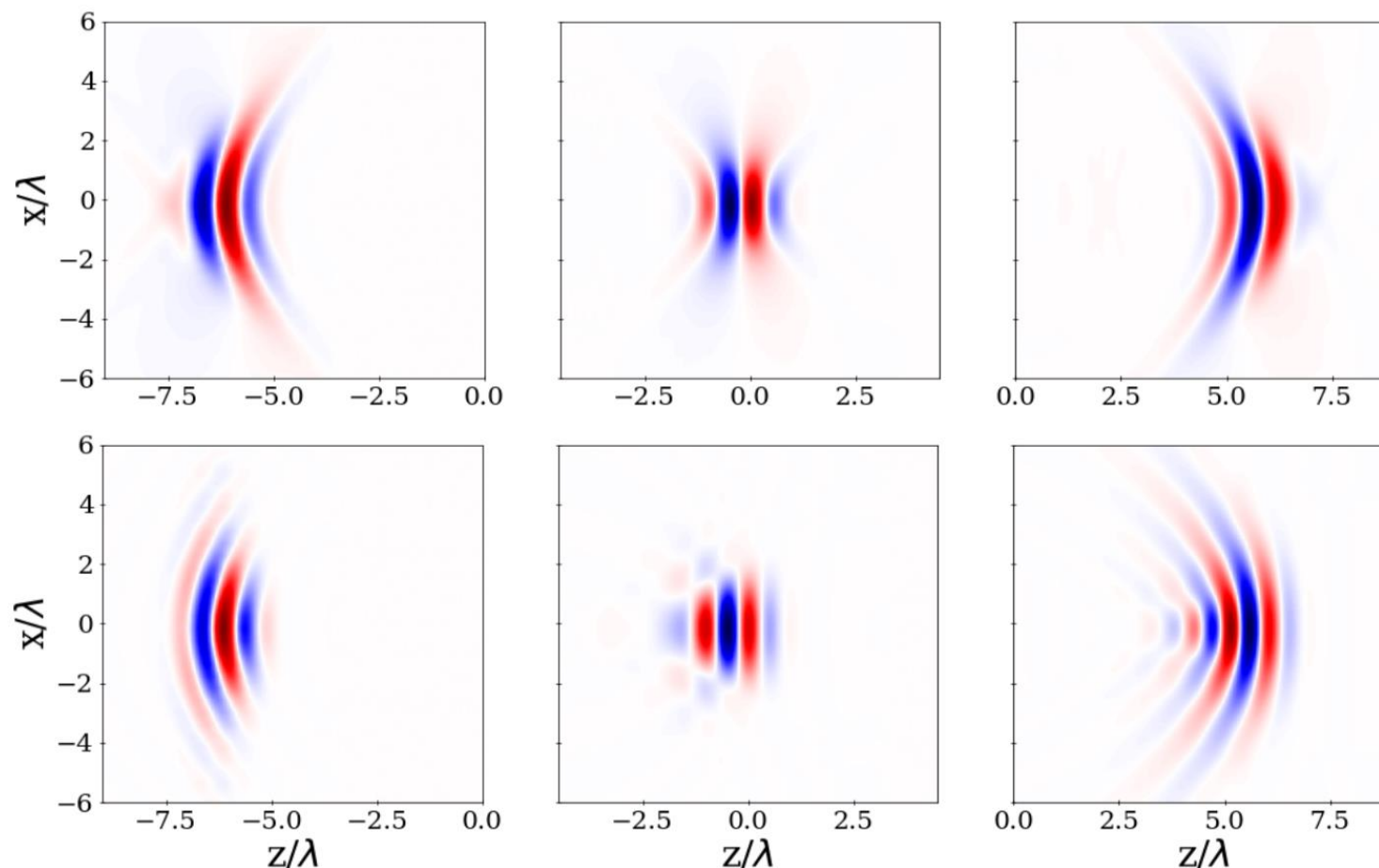


Рис. 6: Нормированные распределения E_x -компоненты для $f_{\#} = 1$, $\tau_L = 3$ фс. Левые картинки рассчитаны при помощи точной модели (сверху) и в ММА приближении (снизу). На остальных рисунках показана дальнейшая динамика этих компонент, рассчитанная разностным методом из PIC-кода (Smilei).

*аналогичный результат для интенсивности в [D. der Brugge, A. Pukhov Phys. Rev. E (2009) 79:016603]

Границы применимости ММА метода (осевое зеркало)

- Немонохроматическая формула → монохроматическая формула + огибающая

$$\vec{E}(t, \vec{r}') = \frac{i\omega_0}{4\pi F c} \iint \frac{\hat{A}_e \cdot \vec{E}_0(x, y)}{r_{sq}^2} \cdot g(\tau) e^{-i\omega_0 \tau} dx dy$$

$$\vec{E}(t, \vec{r}') = \frac{i\omega_0}{4\pi F c} g(t - z'/c) \iint \frac{\hat{A}_e \cdot \vec{E}_0(x, y)}{r_{sq}^2} \cdot e^{-i\omega_0(t-l/c)} dx dy$$

- $g(\tau)$ – функция с характерным масштабом τ_L , т.е. $g(\tau) \rightarrow g(\tau/\tau_L)$.

$$\frac{\tau}{\tau_L} = \frac{ct - l}{c\tau_L} = \frac{ct + z - r_{sq}}{c\tau_L} \approx \frac{ct - z_1 - 2F}{c\tau_L} + \frac{xx_1 + yy_1}{c\tau_L F}$$

$$\frac{xx_1 + yy_1}{c\tau_L F} < \frac{\sqrt{x^2 + y^2} \sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{c\tau_L F} < \frac{R[\sqrt{x_1^2 + y_1^2}]_{max}}{c\tau_L F} = \frac{[\sqrt{x_1^2 + y_1^2}]_{max}}{2c\tau_L f_{\#}} \ll 1$$

- Оценка на основе параксиального приближения: $D = D_F \sqrt{1 + (z/z_R)^2}$

$$D_F \sqrt{1 + (z_1/z_R)^2} \ll 2c\tau_L f_{\#}, \quad D_F \approx f_{\#} \lambda \quad \frac{\lambda \sqrt{1 + (z_1/z_R)^2}}{2} \ll c\tau_L$$

Краткие выводы по применимости монохроматической модели с огибающей

- Условие применимости упрощенной модели:

$$\frac{\lambda \sqrt{1 + (z_1/z_R)^2}}{2} \ll c\tau_L$$

	$D_F \gg \lambda$ ($z_1 \leq z_R$ в области исследования)	$D_F \approx \lambda$ (z_1 может многократно превышать z_R)
$\tau_L \gg T$	пространственно-временная связь практически отсутствует	немонохроматическая модель при $\tau_L/T \leq z_1/z_R$
$\tau_L \approx T$	требуется немонахроматическая модель	

- $z = z_1$ – плоскость, перпендикулярная распространению лазерного импульса, вблизи которой ведется его описание.

Влияние внеосевого угла параболического зеркала на пространственное распределение лазерного пучка

Longitudinal profile

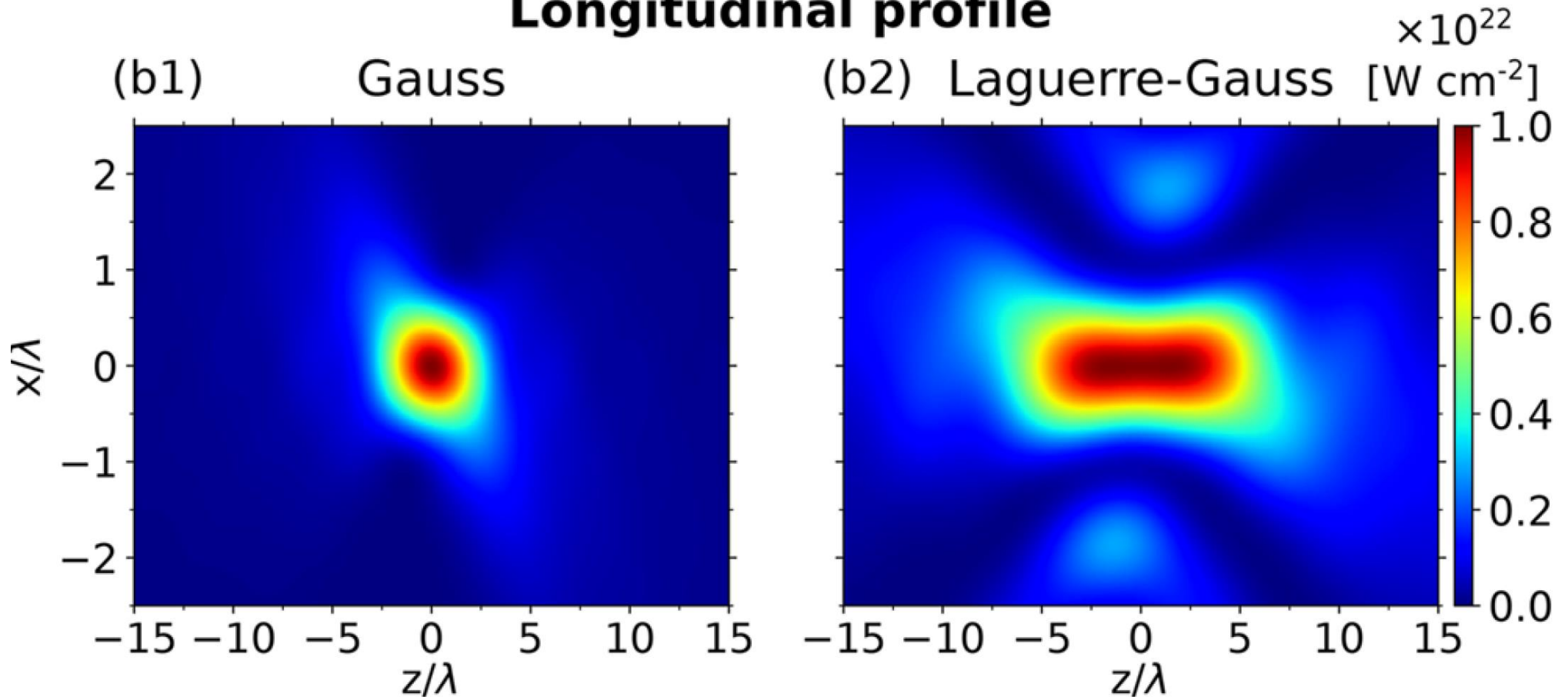


Рис. 7: Продольные профили интенсивности для гауссова (слева) и лагерь-гауссова (справа) лазерных пучков. $f_{\#} \approx 1, \varphi_{\text{off}} = 60^\circ$

Влияние внеосевого угла параболического зеркала на распространение лазерного импульса

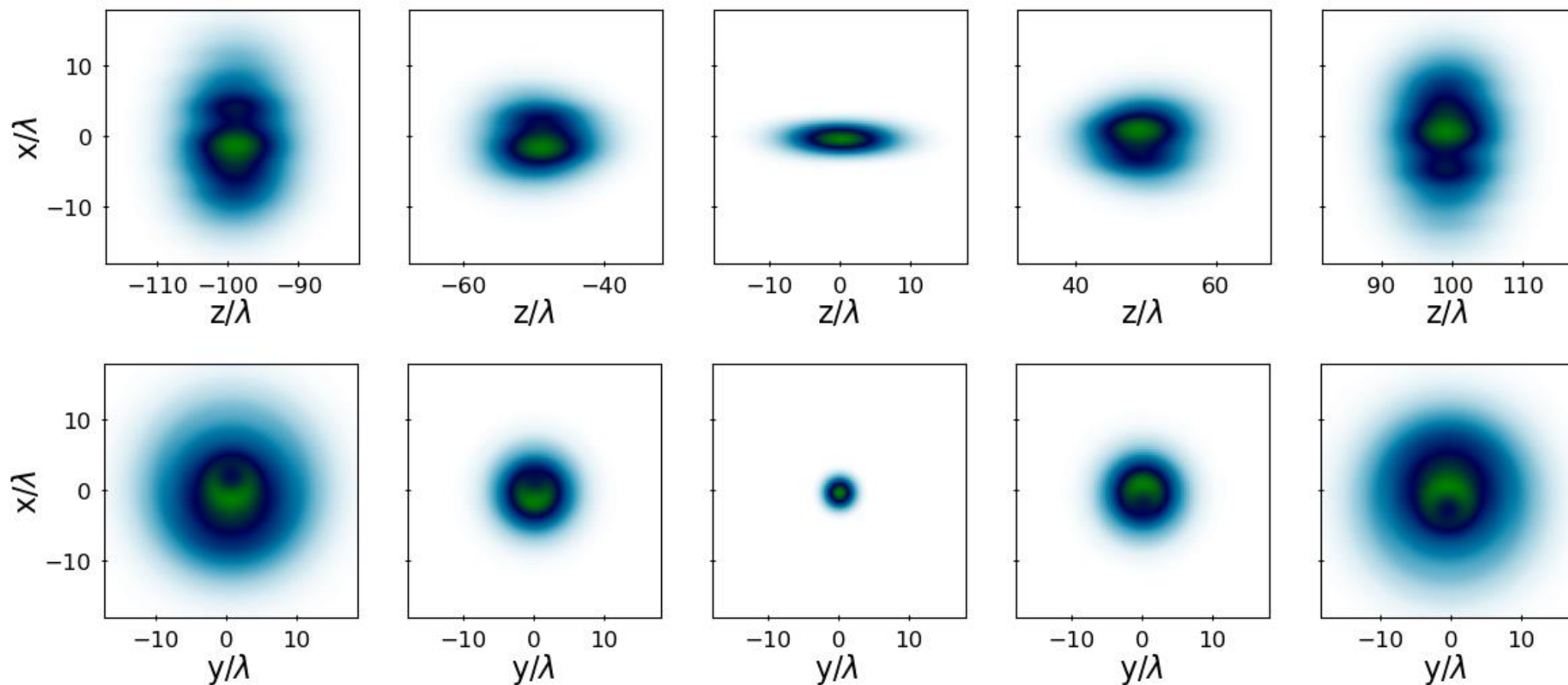


Рис. 8: Нормированные распределения интенсивности, рассчитанные при помощи точной модели, для $f_{\#} = 2.5$, $\tau_L = 30$ фс и $\varphi_{\text{off}} = 90^\circ$. Для верхнего ряда $y = 0$; для нижнего ряда, z соответствует центру соответствующей картинки сверху.

Влияние внеосевого угла и f -числа на пространственно-временную форму лазерного импульса

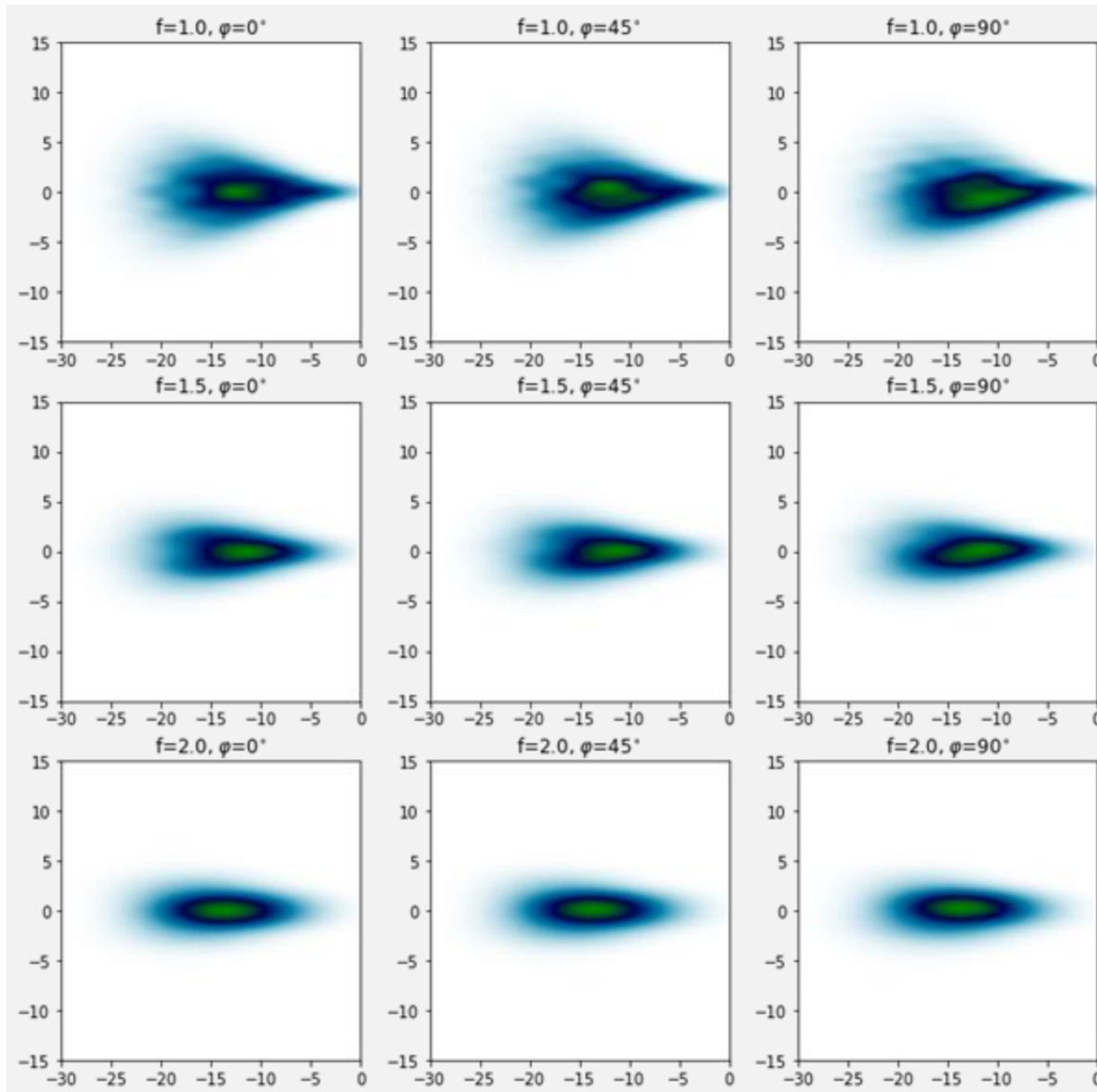
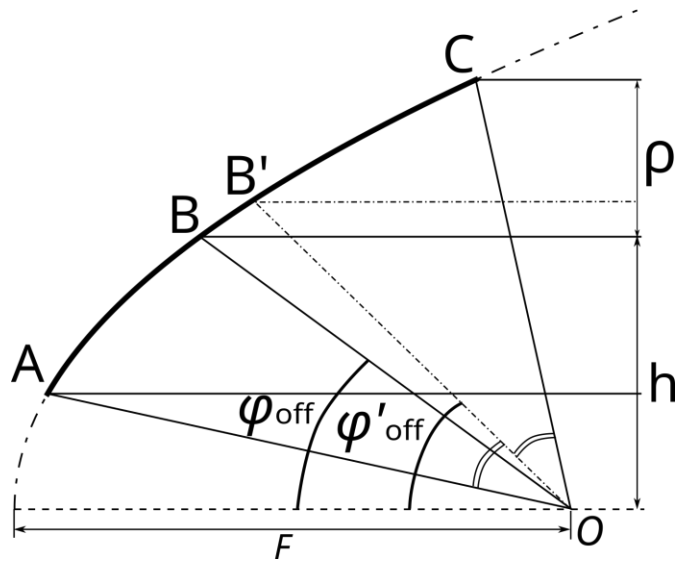


Рис. 9: Нормированные распределения интенсивности, рассчитанные при помощи точной модели для различных f -чисел и внеосевых углов, $\tau_L = 30$ фс.

Средний луч и центральный луч



Средний луч $B'O$ делит сходящийся угол пополам, отвечает направлению, вдоль которого минимизируется продольная компонента электрического поля в центре фокуса.*

Плоскость, образованная центральным лучом BO и осью Oy , делит изначально аксиально-симметричный пучок на области с равной энергией.

Относительная разница распределений и угол между средним и центральным лучами

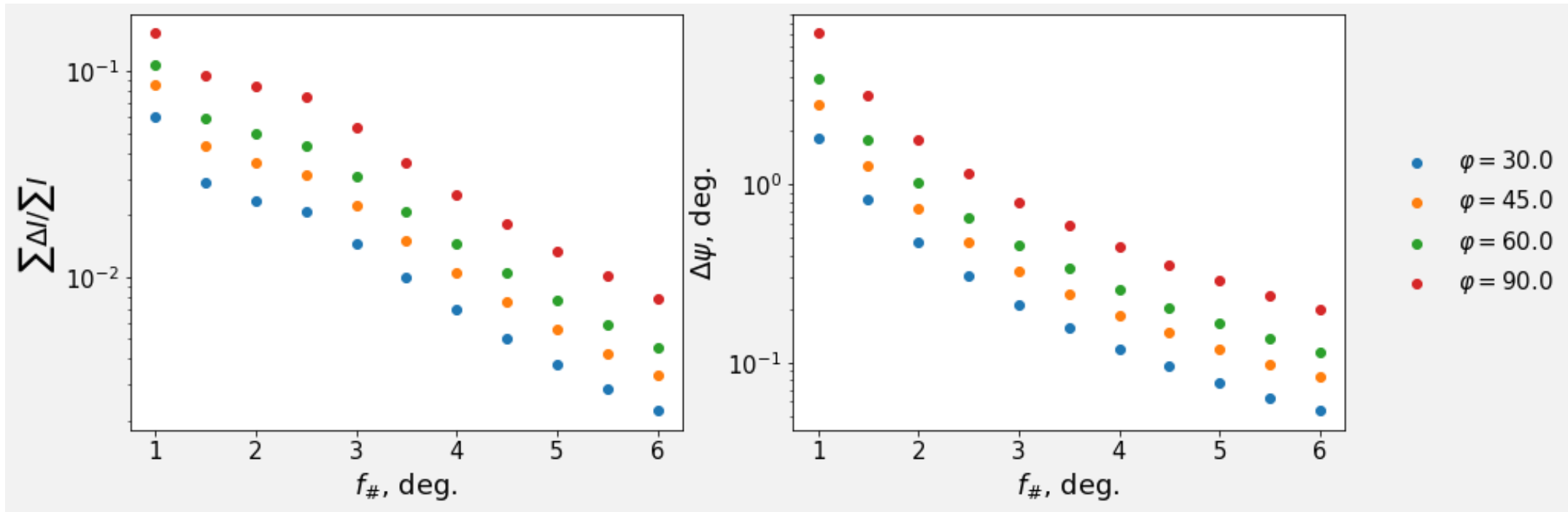


Рис. 10: Относительная разность 2D распределений интенсивности лазерных импульсов, сфокусированных внеосевым параболическим зеркалом и осевым зеркалом, для $\tau_L = 30$ фс (слева), угол между средним и центральным лучами как функция f -числа (справа).

Сравнение результатов интегрирования с решением, полученным разностной схемой

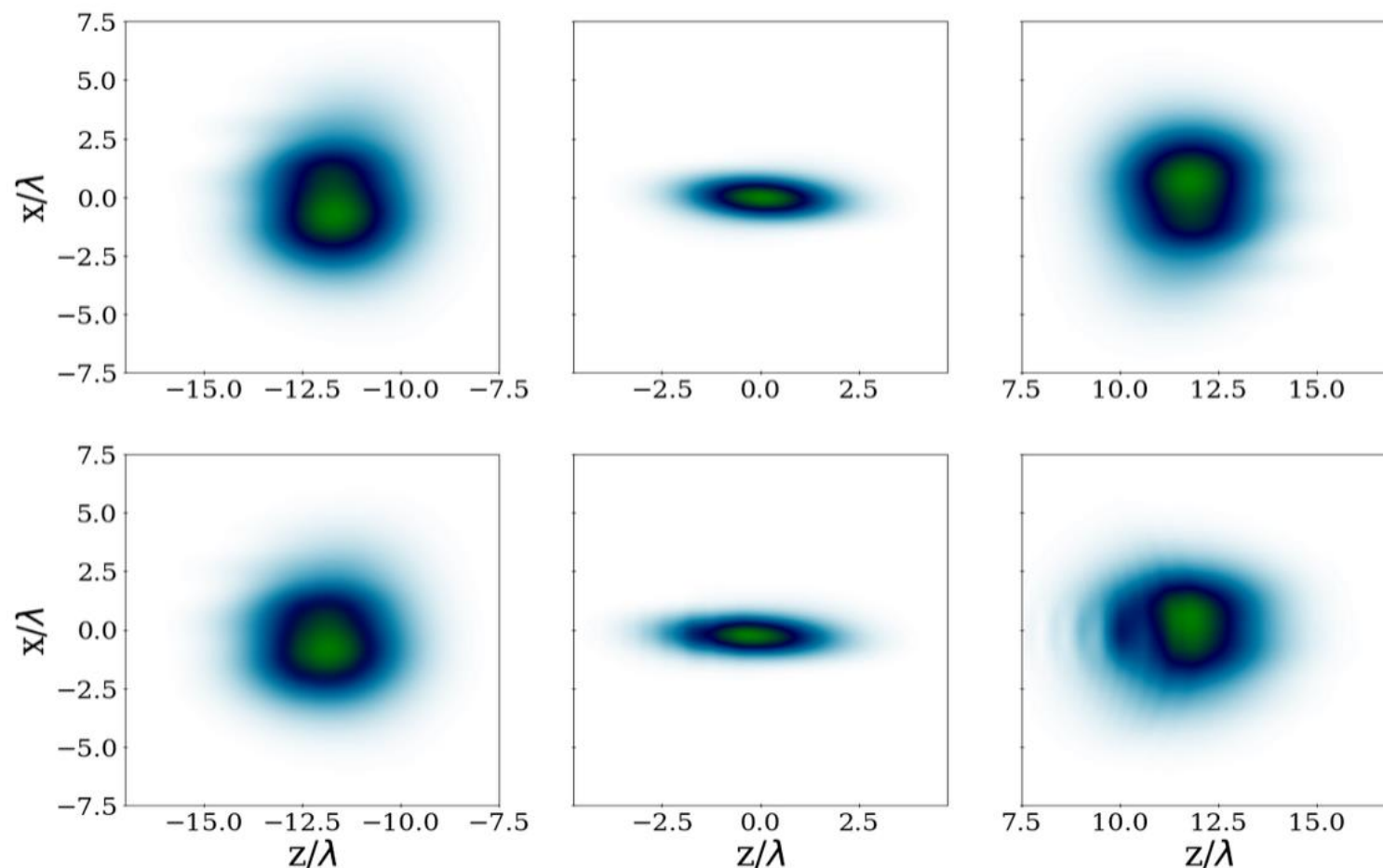


Рис. 11: Нормированные распределения интенсивности, рассчитанные при помощи точной модели, для $f_{\#} = 1$, $\tau_L = 7.5$ фс и $\varphi_{\text{off}} = 90^\circ$ (левые картинки). Верхний ряд рассчитан по дифракционным формулам, нижний - разностным методом из PIC-кода (Smilei) для мнимой и действительной компонент.

Влияние асимметрии лазерного импульса, связанной с фокусировкой внеосевой параболой, на распределения ускоряемых частиц

$$f_{\#} = 1.5, \tau_{FWHM} = 30 \text{ фс}, \varphi_{\text{off}} = 60^{\circ}, P = 195 \text{ ТВТ}$$

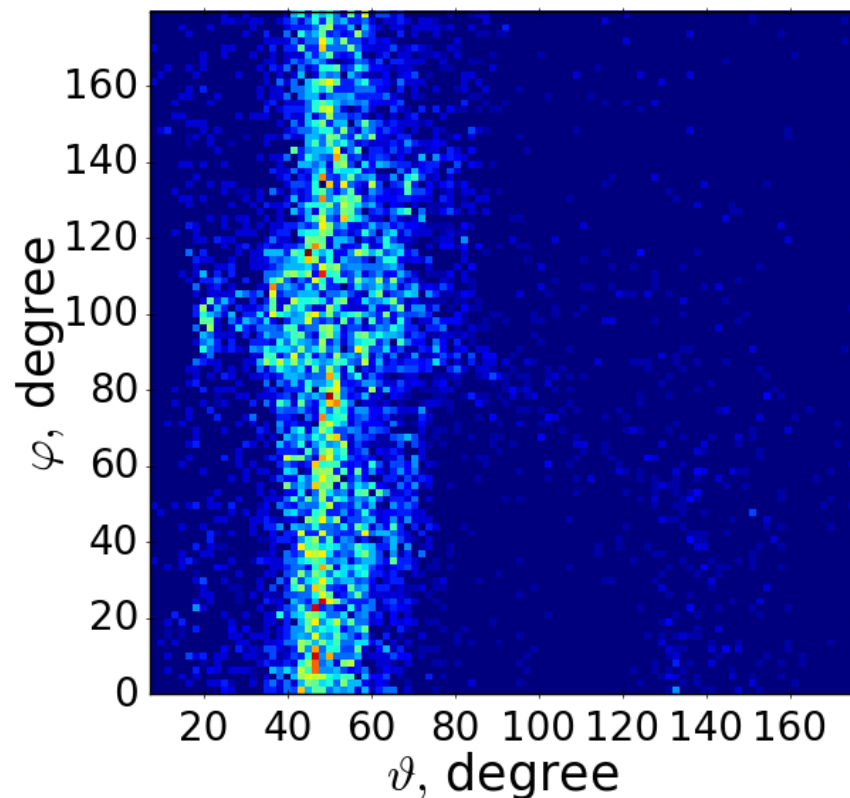


Рис. 12: Угловые распределения электронов с кинетической энергией выше 50 кэВ

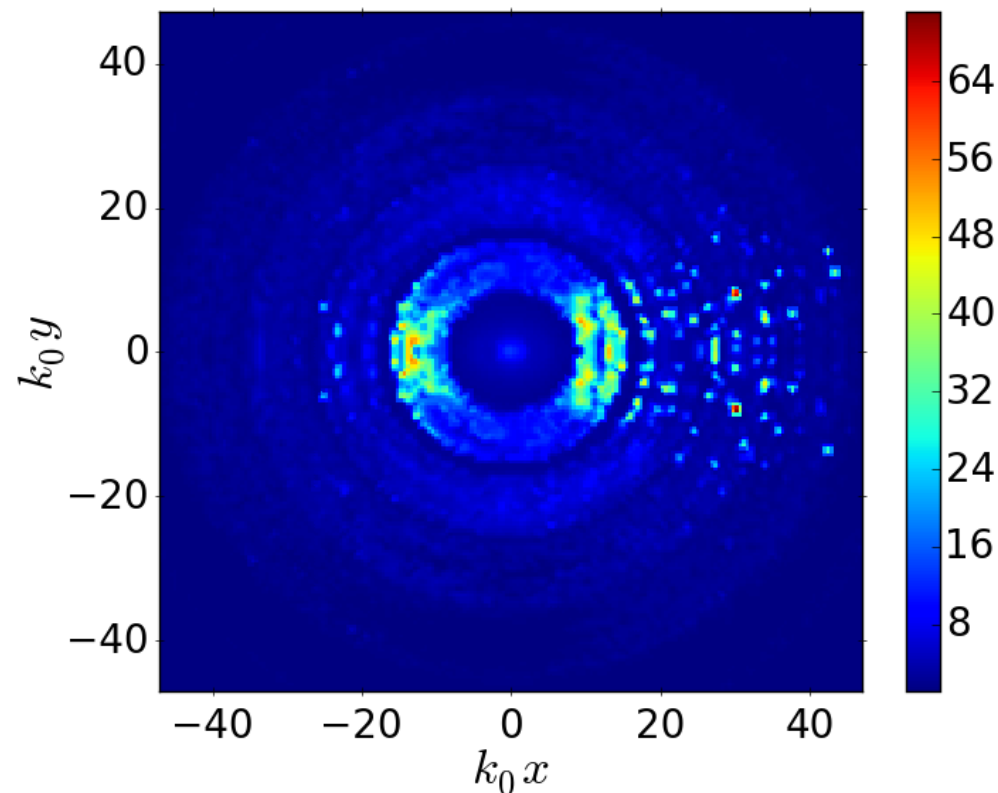


Рис. 13: Итоговый γ -фактор электронов как функция начального положения частиц

Заключение

- Была предложена модель, основанная на интегралах Стреттона-Чу, для описания ультракоротких лазерных импульсов, остросфокусированных внеосевым параболическим зеркалом.
- Было продемонстрировано, что из-за формирования пространственно-временной связи остросфокусированный ультракороткий импульс приобретает изгиб в пространственно-временном профиле.
- В случае импульсов, состоящих из нескольких оптических циклов, пространственно-временная связь изменяет распределение компонент даже вблизи фокуса.
- Было показано, что ненулевой внеосевой угол вносит асимметрию в пространственный профиль лазерного импульса.
- Были проведены сравнения результатов, полученных методом конечных разностей из начальных распределений, рассчитанных по моделям, с результатами, полученными непосредственно по данным моделям, что подтвердило необходимость использования более точной модели в определенных случаях.

**Спасибо за
внимание**